RESUMEN PONENCIA ESTALMAT GALICIA. IX SEMINARIO PARA ESTIMULAR EL TALENTO PRECOZ EN MATEMÁTICAS. MADRID 8-9 abril 2016.

Víctor Pollán Fernández. IES Poeta Díaz Castro. Guitiriz, Lugo

Breve resumen de las dos sesiones de geometría con ordenador 1º ESTALMAT. Las dos sesiones suelen ir en fines de semana seguidos, con raras excepciones, y solemos tenerlas en el primer trimestre. Eso hace que se familiaricen, cuanto antes con el funcionamiento del aula de informática.

Condicionantes de la dinámica de aula:

Los alumnos no estan acostumbrados a trabajar con los ordenadores en las aulas, lo que provoca una cierta alteración del comportamiento, por la expectativa y las ansias ya que es su primer contacto con las aulas de informática de la Facultad.

Escasa utilización en los Centros, de los recursos informáticos, tanto colegios como en los institutos, del Programa ABALAR que dota a las aulas, de 5º y 6º de E Primaria y de 1º y 2º de ESO, de ordenadores individuales, armario de recarga y almacenamiento, pizarra digital y cañón. Esta circunstancia provoca un escaso conocimiento del programa Geogebra por parte de los alumnos, aunque viene, por defecto, incorporado a los ordenadores. Este año los técnicos de la Xunta procedieron a la actualizaron del software y se dispone de la versión 5.0.

El que **cada persona tiene un ritmo de aprendizaje diferente**, se convierte en una velocidad dispar a la hora de desarrollar la clase y una tentación a no esperar por los demás. Controlamos que si alguna, o alguno, va más rápido, se frene, para llevar en lo posible un mismo ritmo para el aula en su conjunto.

En estas condiciones nos encontramos con una doble lectura de aprendizaje: por una parte el manejo del programa y por otra el aprendizaje de geometría.

Antes de entrar en el aula se les comenta como se desarrollará la dinámica de la sesión: Insistimos en que en los pocos momentos que hay de explicación, **Prima la explicación**.

Tienen que asumir que están aprendiendo en equipo y no de forma individual.

En algunos ejercicios que consideramos complicados los resolvemos, paso a paso, en el ordenador principal y ellos los van reproduciendo en sus ordenadores, bien porque utilizamos herramientas no conocidas, o bien por ser largo o complicado el ejercicio, en ese caso buscamos a continuación que ellos desarrollen por su cuenta otro similar.

En cualquiera de los casos siempre va por delante la realización de preguntas. Pues fomentan el que no se aisle cada alumno con su ordenador, respecto al grupo. Las preguntas, pero más las respuestas, generan interactuación de unos con otros.

En 1º de ESTALMAT son alumnos de 12-13 años, la mayor parte están en 2º de ESO y los menos inician 1º ESO. Eso tiene consecuencias de conocimiento bastante dispar de unos a otros. Lo que incrementa la diferencia a la hora de seguir la sesión por parte de ellos.

Historia de la sesión:

Es una sesión viva, en el sentido de que evoluciona de forma continuada desde el año 2007: Comenzamos con Cabri, cambiamos a Geogebra en el curso 12-13 y este curso se produce la incorporación de Pablo. Lo que es una forma de ir incorporando gente joven al programa que continúe con nuestra labor.

El mérito de la estructura y diseño de la sesión es de Suso Rovira,

La dinámica de aula, entre los dos profesores, es interactuar de forma que podemos estar intercambiándonos en las posiciones, de manejo de ordenador o en atención a los alumnos, a lo largo de toda la sesión, indistintamente.

De manera que si uno lleva el peso de la sesión, el otro está pendiente de las dudas puntuales al tiempo que tiene la visión general del aula desde el fondo de la misma. Eso nos permite controlar la atención y los problemas de aprendizaje individuales y manejar los ritmos de la propia sesión. También el compañero que lleva la sesión puede incorporarse a lo que sería el control del aula para que los 25 lleve un ritmo similar. Nos interrumpimos de forma continuada, pues el profesor de aula es el que "ve" realmente si el ritmo es el adecuado.

El objetivo final de la primera sesión es la búsqueda del resultado del teorema isoperimétrico, partiendo de una visión general de los polígonos de manera que por el camino aprendamos geogebra y geometría.

En los inicios, los dos primeros cursos, no teníamos claramente definido el objetivo final, hacíamos más ejercicios de manera aislada, con resultados independientes unos de otros, pero el tercer año fijamos la línea a desarrollar.

Hacer un recorrido por los polígonos en general, en la primera sesión, nos permite abarcar más funciones y utilizar más recursos de Geogebra, centrándonos en propiedades relacionadas con rigidez, perímetro, área e igualdad. Razón por lo que "relegamos el estudio del triángulo como figura fundamental" a la segunda sesión.

1ª sesión

El inicio es una introducción histórica y contextualización, aprovechando el encendido de los ordenadores y la conexión de los mismos a internet.

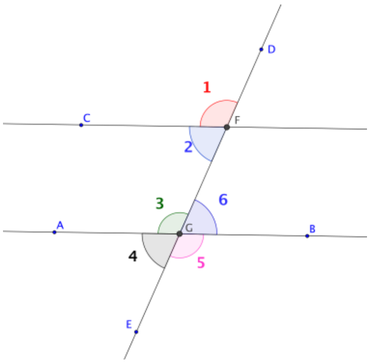
Buscamos resaltar la necesidad de hacerse preguntas, como método para acceder al conocimiento.

Señalamos la posibilidad que ofrece Geogebra para experimentar, conjeturar y comprobar estas conjeturas...

Destacamos a Euclides y sus "Elementos" como punto de partida de la construcción de la geometría, sea o no con ordenador.

Solo utilizamos los menús necesarios para cada paso que damos.

Esto es consecuencia de la evolución y de la experiencia de Suso dando cursos de Cabri. Se pierde mucho más tiempo si "explicas" los distintos comandos del programa, pues condiciona el propio tiempo de "aprendizaje" de matemáticas. Por eso solo explicamos aquellos comandos que necesitamos para cada ejercicio concreto.



Comenzamos con este gráfico, por su versatilidad a la hora de encontrar relaciones de igualdad entre ángulos y que no todos los alumnos lo han visto.

En ESTALMAT, procuramos no abordar los programas oficiales para evitar distorsionar las sesiones oficiales del alumnado en sus respectivos centros, pero sí hay temas que , como el teorema de Thales, son de obligada parada, aunque no interfieren en el desarrollo de sus respectivas clases, al ser escasa su utlización en las clases oficiacles y, por tanto, el enfoque es totalmente distinto.

Aprovechamos para buscar la relación entre las superficies. Si están en 2º ESO ya lo vieron, pero si están en 1º de ESO muchos, todavía no.

Les hacemos notar que al mover los puntos "dinámicamente", equivale dibujar infinitas veces, lo que, como los resultados se mantienen, nos ayudan a ganar confianza en una conjetura, pero que no sirve de demostración.

Comprobamos la no unicidad de un cuadrilátero de medidas constante.

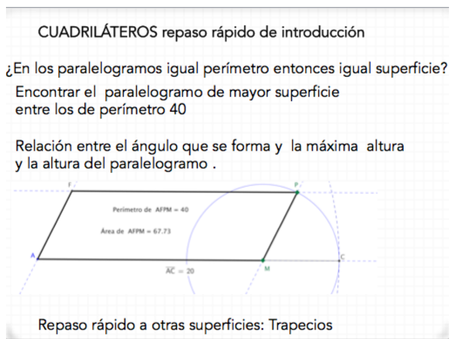
Dado que la mayoría no trabajaron con Geogebra no están acostumbrados a aprovechar los recursos que ofrece el programa, por eso realizamos nosotros el paralelogramo y, posteriormente ellos, el triángulo. Para llegar a la conclusión de unicidad y rigidez. Lo que lo diferencia al triángulo del resto de los polígonos. Acompañamos con fotografías reales donde se muestra su utilidad, como puede ser un andamiaje.

Vista y comentarios rápidos a modo de recuerdo, o de repaso, de clasificación de los triángulos. ***Lo necesitamos para dar solidez a los conocimientos previos antes de comenzar con la línea argumental.***

Partiendo de dos rectas paralelas que contienen a dos puntos, una de ellas, y la otra un tercer vértice, buscamos que lleguen al resultado de que el triángulo isósceles minimiza el perímetro teniendo el área constante. En esta diapositiva les indicamos que la "altura" sea "suficientemente grande", para no llegar directamente al triángulo equilátero.

Les suele llamar la atención la construcción y "la utilidad" de partir de un segmento que representa el perímetro.

Para optimizar el área de un paralelogramo, con perímetro constante, les llama la atención partir desde el semiperímetro.

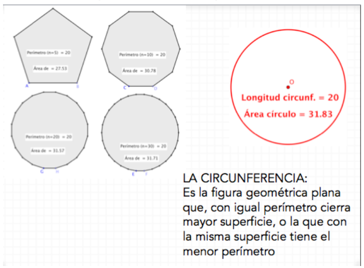


Las preguntas van dirigidas en la línea argumental que buscamos desde el principio. Razonar que el cuadrado es el paralelogramo que maximiza la superficie si partimos de un perímetro constante.

Otra vista rápida de repaso de los elementos de un polígono, iniciendo en el concepto de radio de un polígono regular.

A continuación, buscamos comparar polígonos regulares y no regulares, con el mismo número de lados.

Siguiendo la línea argumental buscamos la comparación entre polígonos regulares con diferente número de lados, e igual perímetro, para concluir que a mayor número de lados obtenemos mayor área.



Llegamos a un resultado importante, donde de alguna manera utilizamos, visualmente, el paso a límite.

2ª sesión

Esta sesión está dedicada al triángulo como figura fundamental

Construcción clásica, partiendo de tres lados con medidas establecidas, construir el triángulo correspondiente, que les sirve para comenzar a relacionar lo que hacen en Plástica y matemáticas "tradicionales" con la geometría dinámica y el comienzo de las conjeturas para sacar conclusiones.

Construir y medir los ángulos y superficie de un triángulo conocidos los tres lados. Nos ayuda a que reflexionen de forma gráfica, sobre las propiedades inherentes a las condiciones de existencia de un triángulo.

Aprovechamos la potencia de Geogebra para trabajar un clásico conocido por ellos:

Teorema de Pitágoras

Rápido repaso a conceptos fundamentales, para pasar a la constucción de rectas y puntos notables en un triángulo y llegar a la construcción de la recta de Euler.

Después de cada construcción provocamos que razonen la existencia y las propiedaes de los puntos destacados del triángulo y la relación con el tipo de triángulo.

Ejemplos prácticos de la vida real donde esas propiedades son importantes

Ej.- Encontrar el punto en el que construir un parque de bomberos si debe de estar equidistante de 3 ciudades no situadas en línea recta.

Ej.- Encontrar una circunferencia que equidiste de 4 puntos dados A,B,C y D

Ej.- Encontrar el lugar donde construir una gasolinera que debe de ser equidistante a 3 carreteras que no son paralelas ninguna de ellas

Construcción del punto de Fermat.

Ej.- La Y asturiana

Ej.- Dónde construir la central eléctrica que dará energía a 3 factorías:

Ej.- A:=(6 , -10), B:=(20 , -6) y C:=(12 , 2); de modo que las líneas de suministro tengan la menor longitud posible. ¿cuál es la longitud mínima?

Por último razonamos que sucedería en caso de 4 puntos

Teoremas de reserva

Toda recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de la misma en el punto de tangencia

Si desde un punto P trazamos las dos tangentes a una circunferencia, los segmentos determinados por P y los puntos de tangencia son iguales

Teorema de Viviani: La suma de distancias a los lados de un triángulo equilátero desde un punto no exterior al mismo es constante.

Teorema de Napoleón.