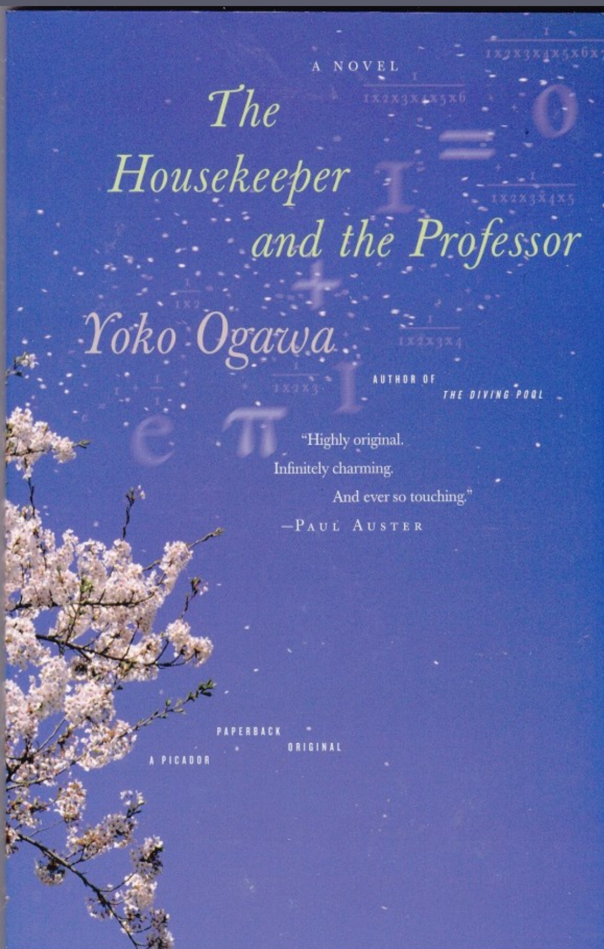
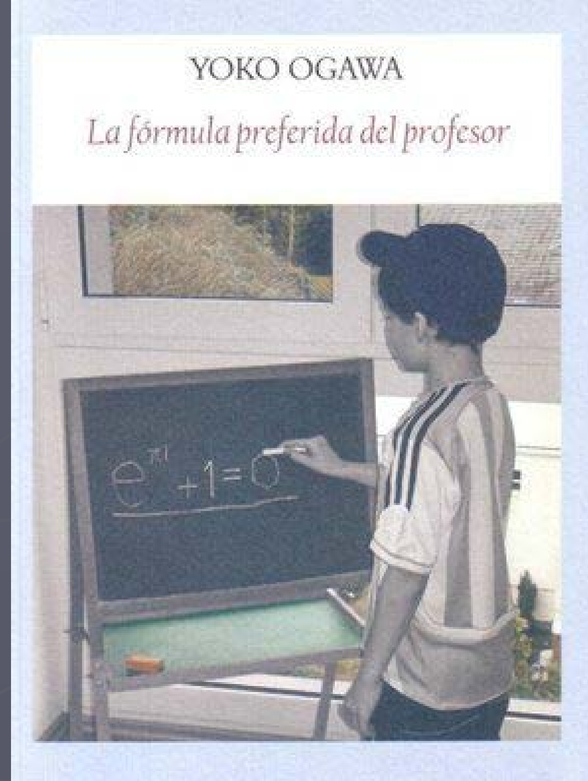

ESTALMAT 2015
17 ,18 y 19 de ABRIL
ALBACETE

ESTALMAT CANARIAS

LA FÓRMULA PREFERIDA DEL PROFESOR

LUIS LÓPEZ GARCÍA


A NOVEL
The Housekeeper and the Professor
Yoko Ogawa
AUTHOR OF THE DIVING POOL
"Highly original.
Infinitely charming.
And ever so touching."
—PAUL AUSTER
PAPERBACK ORIGINAL
A PICADOR


YOKO OGAWA
La fórmula preferida del profesor


互联影库
www.allmov.com
博士と過ごした
ひとときは
私とルートにとって
本当に大切な
時間でした
第一回本屋大賞に輝く大ベストセラー、待望の映画化
博士の愛した数式
寺尾 聰　深津絵里　齋藤隆成　吉岡秀隆　浅丘ルリ子
監督：小泉堯史
原作：小川洋子
hakase-movie.com

SIPNOSIS:

- **Se nos cuenta delicadamente la historia de una madre soltera que entra a trabajar como asistenta en casa de un viejo y huraño profesor de matemáticas que perdió la memoria en un accidente de coche (mejor dicho, la autonomía de su memoria, que solo le dura 80 minutos). Apasionado por los números, el profesor se ira encariñando con la asistenta y su hijo de 10 años, al que bautiza (Root),y con quien comparte la pasión por el béisbol, hasta que se fragua entre ellos una verdadera historia de amor, amistad y transmisión del saber, no solo matemática. Como dice en su postfacio el profesor León González Sotos, (asistimos al emocionado ajetreo, de venerable filiación platónica, entre la anónima domestica, el tambien —innombrable— profesor y el pupilo Root. Entre idas y venidas, tareas caseras y cuidados piadosos a su muy especial cliente, este va desvelando las arcanas relaciones numéricas que los datos cotidianos más anodinos pueden encerrar).**

- ***http://www.lecturalia.com/libro/18445/la-formula-preferida-del-profesor***

La primera pregunta que hace el profesor cuando llega Kyoko es:

-¿Qué número de pie calzas?

-El 24(la numeración del calzado japonés se expresa en centímetros)

-Vaya es un número muy resuelto, la verdad. Es el factorial de 4.

Factorial de un número

Factorial de un número. Se llama factorial de un número natural n al producto de los n primeros números naturales. Se representa por **n!**. (En este producto no se tiene en cuenta el 0).

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 1$$

Más adelante necesitaremos el factorial del número 0, pero no se le puede aplicar la definición anterior, no tiene sentido. Se define el **factorial de 0** por 1.

$$0! = 1$$

NÚMEROS COMBINATORIOS

- El número combinatorio

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

se puede calcular también de la forma

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots k}$$

El **triángulo de números combinatorios de Tartaglia o de Pascal** (debido a que fue este matemático quien lo popularizó) es un triángulo de números enteros, infinito y simétrico, del que podemos ver sus primeras líneas:

$$\binom{0}{0}$$

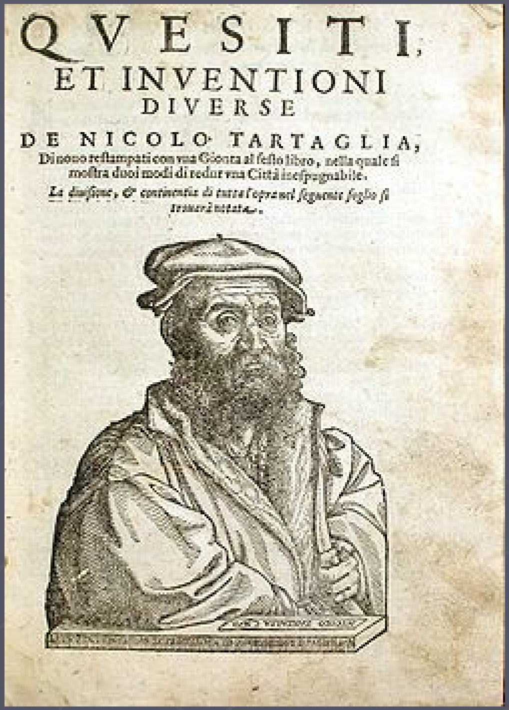
$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$

$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$

$$\binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4}$$

$$\binom{5}{0} \quad \binom{5}{1} \quad \binom{5}{2} \quad \binom{5}{3} \quad \binom{5}{4} \quad \binom{5}{5}$$



Triángulo de Tartaglia o Pascal

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1

Binomio de Newton

La **fórmula** que nos permite hallar las **potencias de un binomio** se conoce como **binomio de Newton**.

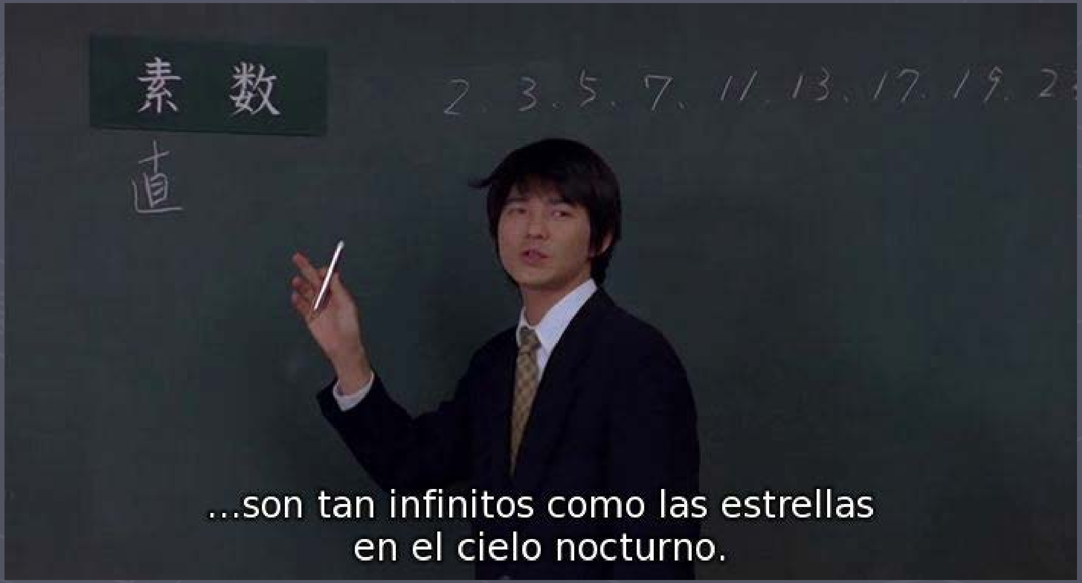
$$(a \pm b)^n = \binom{n}{0} a^n \pm \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 \pm \cdots \pm \binom{n}{n} b^n$$

Los **coeficientes** son **números combinatorios** que corresponden a la fila enésima del **triángulo de Tartaglia**.

-¿Cuál es tu teléfono?

-Es el 5671415

-¿El 5671415?.¡Vaya maravilla! ¡Es igual a la cantidad de números primos que existen hasta cien millones!



Múltiplos y divisores

- Dados dos números naturales, a y b , se dice que **"a es divisible por b"**, o que **"a es múltiplo de b"**, o que **"b es divisor de a"**, si la división a:b es **exacta.**

- **EJEMPLO**
- 45 = 3.3.5 = 9.5 = 3.15
- Podemos decir:
- "45 es divisible por 3"
- "45 es divisible por 5"
- "45 es divisible por 9"
- "45 es divisible por 15"

- También:
- "45 es múltiplo de 3"
- "45 es múltiplo de 5"
- "45 es múltiplo de 9"
- "45 es múltiplo de 15"
- Y también:
- "3 es divisor de 45"
- "5 es divisor de 45"
- "9 es divisor de 45"
- "15 es divisor de 45"

Decimos que a es un **número primo** si a es mayor que 1 y sus únicos divisores positivos son 1 y a, en caso contrario a se llama compuesto.

Un número natural es **primo** si solo admite una única representación rectangular (salvo el cambio de filas por columnas).

Por ejemplo el número 7:

0000000

Por el contrario el número 8:

		00
00000000	0000	00
	0000	00
		00

La Criba de Eratóstenes

- **La Criba de Eratóstenes consiste en eliminar los números que no sean primos y que por tanto sean múltiplos de algún número; y los que finalmente queden serán los números primos.**
-
- **Para obtener los números primos, en la siguiente tabla, a partir del 2, se van tachando todos los números saltando de 2 en 2. A continuación, a partir del 3, todos los números de 3 en 3, y así sucesivamente.**
- **Los números que quedan son los números primos.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150

Tachamos todos los múltiplos de 2 salvo el 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150

Tachamos los múltiplos de 3 salvo el 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150

Tachamos los múltiplos de 5 salvo el 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150

Tachamos los múltiplos de 7 salvo el 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150

Tachamos los múltiplos de 11 salvo el 11

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150

Tabla de números primos

1	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47			
		53						59	
61						67			
71		73						79	
		83						89	
						97			
101		103				107		109	
		113							
						127			
131						137		139	
								149	

Criba de Sundaram

No tan conocida es la llamada Criba de Sundaram, método desarrollado por un joven estudiante indio en 1934 llamado S.P. Sundaram.

Se construye una tabla de números cuya primera fila y columna es: 4, 7, 10, ... el primer término es el número 4 y los siguientes siguen una progresión aritmética con una diferencia común igual a 3. En términos matemáticos el primer requisito para generar los números que componen la tabla está dado por: $a_n = 4 + (n-1)3$

aquí la diferencia es igual a tres. En las filas siguientes la diferencia común va cambiando tomando solo valores impares o sea: 3, 5, 7, 9, 11, ..., entonces el segundo requisito para la construcción de la tabla está dada por $a_n = 4 + (n-1)d$ con : $d = 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$

4	7	10	13	16	19	22	25	...
7	12	17	22	27	32	37	42	...
10	17	24	31	38	45	52	59	...
13	22	31	40	49	58	67	76	...
16	27	38	49	60	71	82	93	...
...								

La propiedad que hace interesante esta tabla es la siguiente:
Si N ocurre en la tabla, entonces 2N+1 no es un número primo.
Si N no ocurre en la tabla, entonces 2N+1 es un número primo.

Verificamos con los cuatro primeros números naturales:
N=1 , no figura en la tabla, entonces 2.1+1=3 número primo.
N=2 , no figura en la tabla, entonces 2.2+1=5 número primo.
N=3 , no figura en la tabla, entonces 2.3+1=7 número primo.
N=4 , si figura en la tabla, entonces 2.4+1=9 no es un número primo.

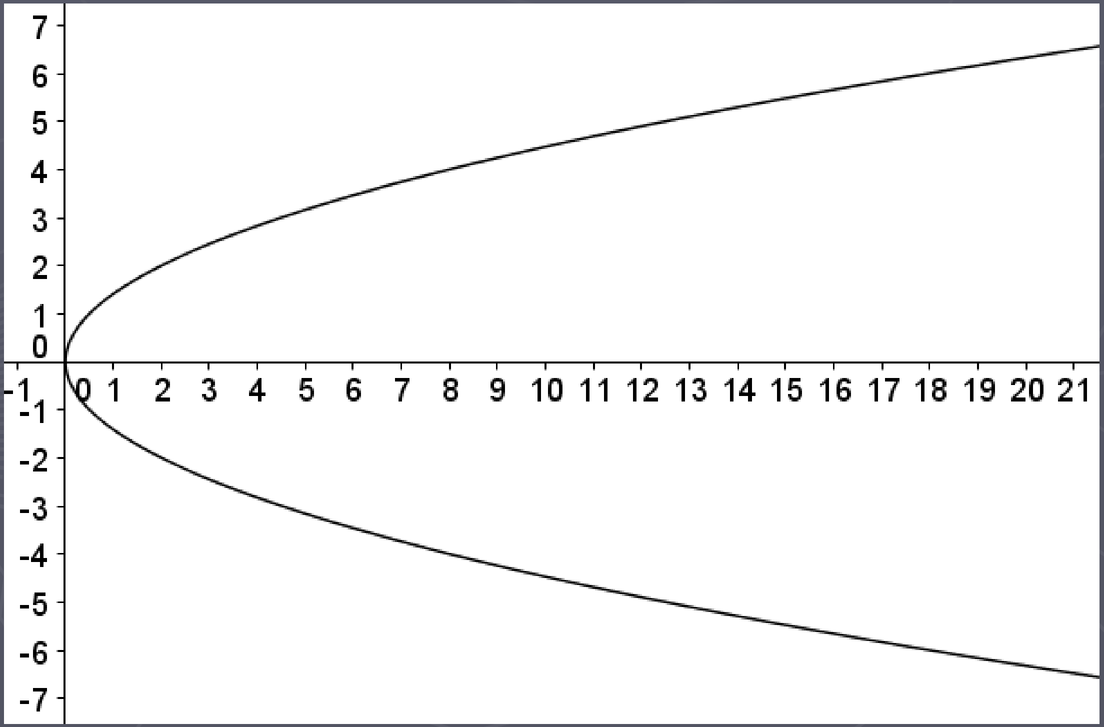
Parece que funciona la Criba de Sundaram.

Criba geométrica

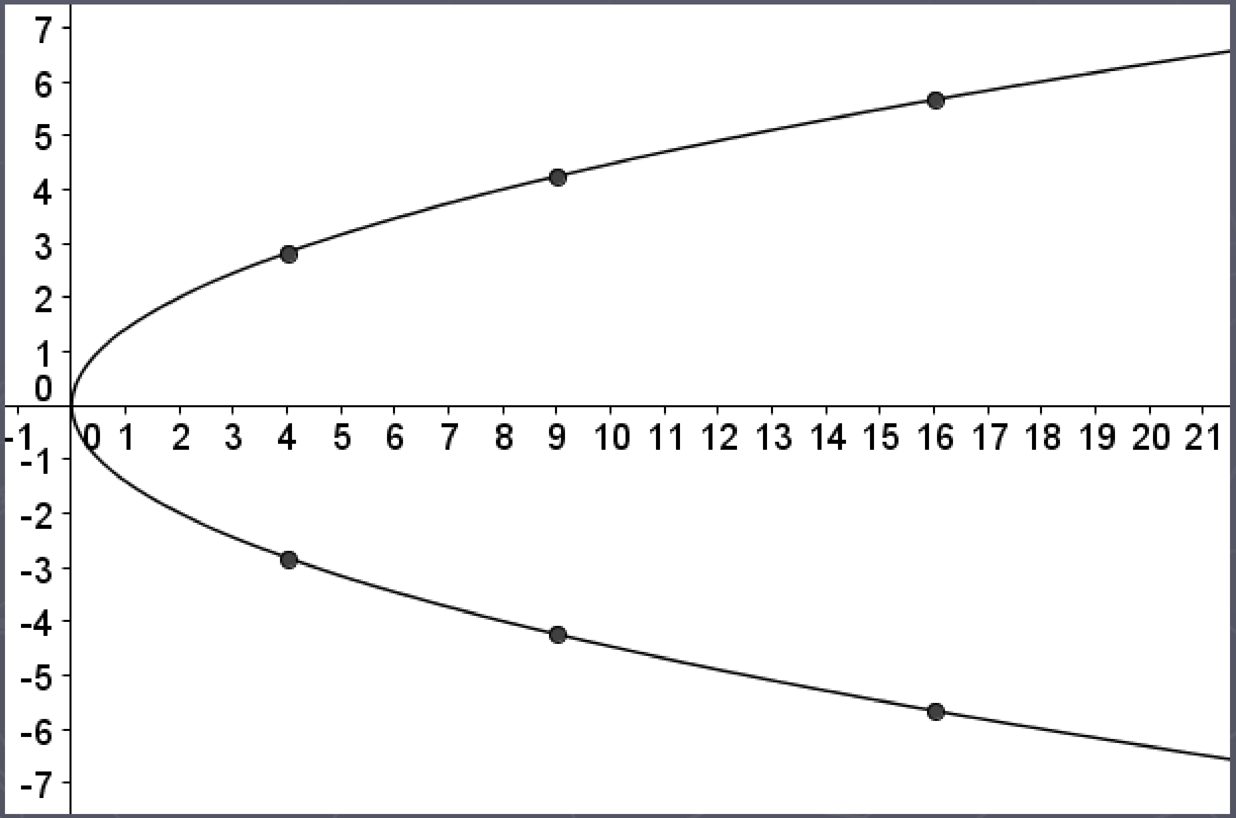
Pero existe una geométrica muy curiosa e interesante, del cual vamos a hablar, que podemos denominar **la criba de la parábola**.

Los creadores de esta criba de la parábola fueron los matemáticos rusos **Yuri Matiyasevich** y **Boris Stechkin**, y el funcionamiento de la misma es el siguiente:

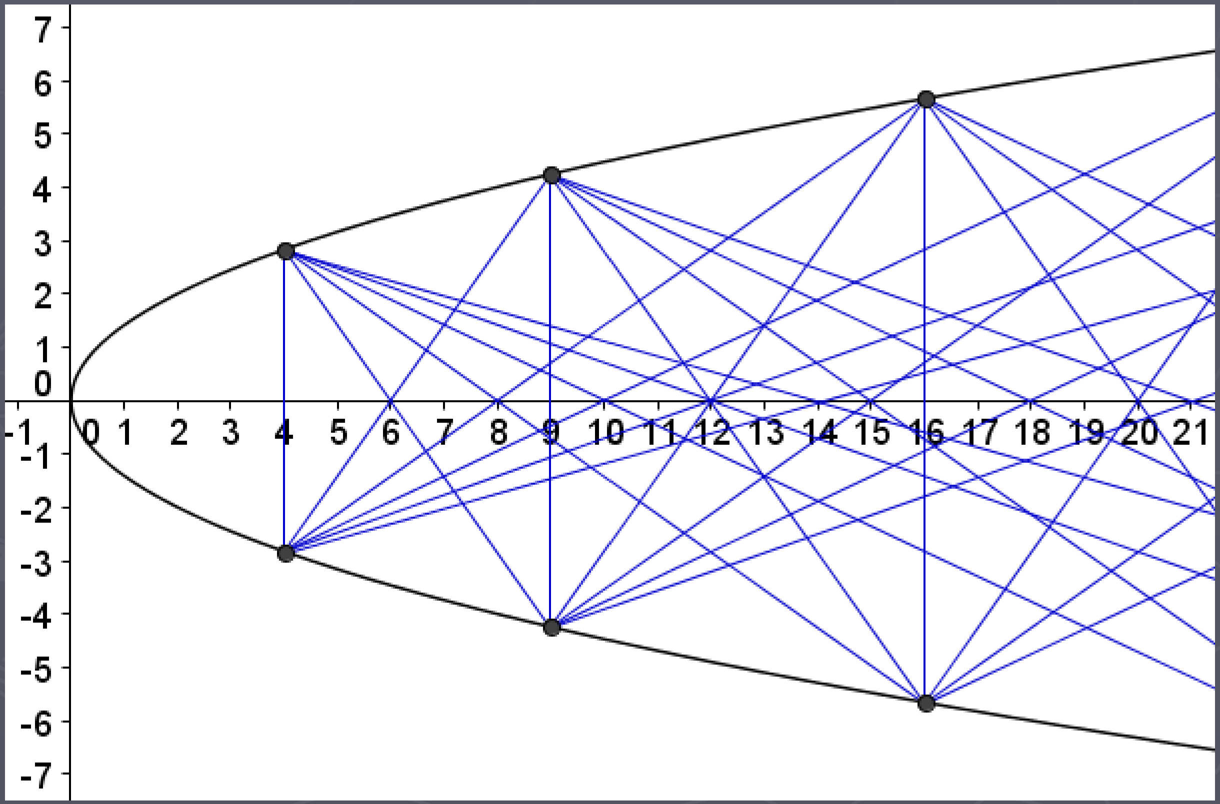
Representamos gráficamente una parábola cuyo eje sea el eje X, $2x = y^2$ nos puede valer:



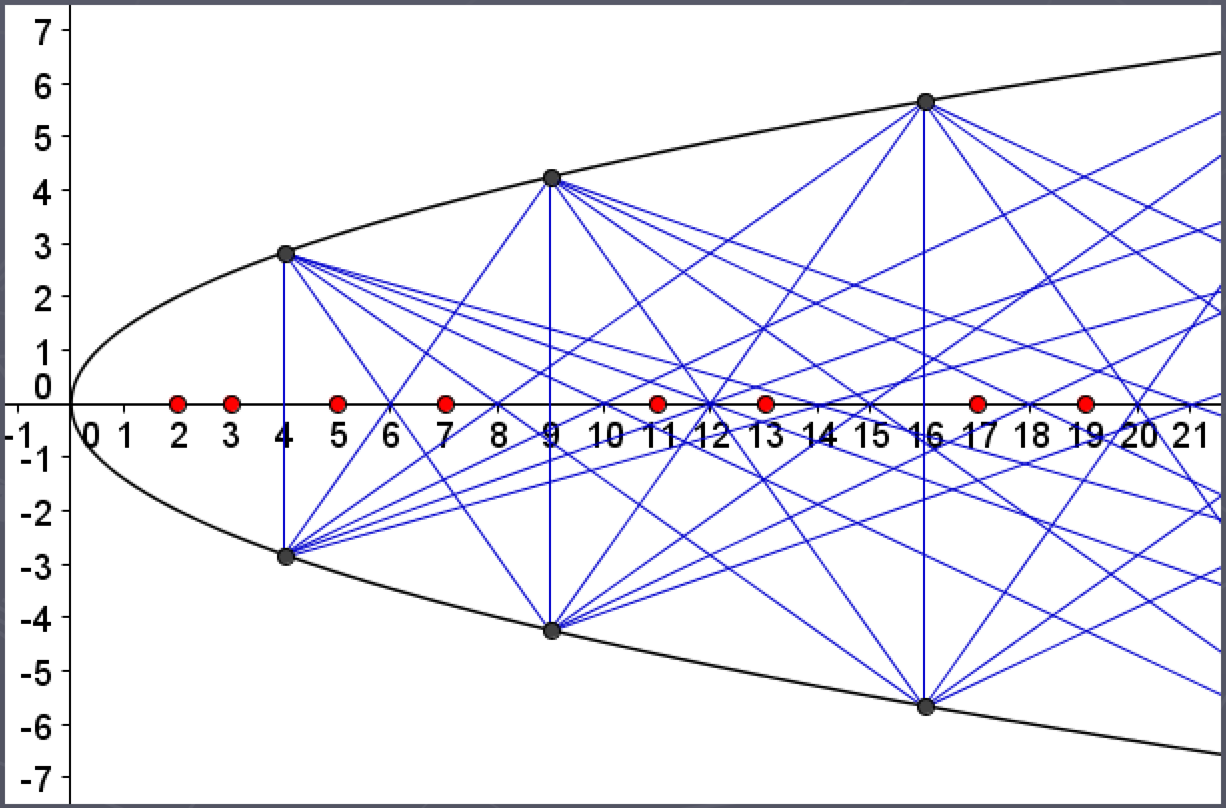
Para cada número natural del 2 en adelante que sea un cuadrado perfecto (4, 9, 16, 25,...) marcamos los puntos en los que la recta perpendicular al eje X que pasa por él corta a la parábola. Hay uno por encima del eje X y otro por debajo:



Ahora unimos todos los puntos que han quedado marcados por encima del eje X con todos los de abajo, quedando algo parecido a esto:



Faltan muchos segmentos, pero nos puede servir. ¿Os habéis fijado en que son muchos los números enteros positivos por los que pasa algún segmento? ¿Y en que hay unos cuantos para los que eso no pasa? Vaya, y son...**¡¡los números primos!!** Exacto, en la imagen podemos ver que los únicos por los que no pasa ningún segmento son el 2, el 3, el 5, el 7, el 11, el 13, el 17 y el 19:



Factorización de un número

- **Factorizar un número es convertirlo o expresarlo como producto de sus factores primos.**

Sea el número 360

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Divisores de un número

- Si en un número descompuesto, los exponentes de sus factores primos valen x, y , z, el número de divisores será:
- $N=(x+1).(y+1).(z+1)$
- Sea el número 360
- $360 = 2.2.2.3.3.5 = 2^3.3^2.5$
- El número de divisores será:
- N = (3+1).(2+1).(1+1) = 4.3.2 = 12.2 = 24 divisores
- Veamos que es así:

  - Los divisores de 360 son:
  - 2, 4, 8, 3, 9, 5,
  - 6, 12, 24, 18, 36, 72,
  - 10, 20, 40, 15, 45, 180,
  - 120, 90, 72, 60 360, 1

Divisores de un número

- Veamos otro ejemplo

- Sea el número 875
- $875 = 5.5.5.7 = 5^3.7$
- El número de divisores será:
- $N = (3+1).(1+1) = 4.2 = 8$ divisores
- Comprobamos que es así:

Como conseguir los divisores usando una estrategia para que no se nos quede ninguno atrás ens una labor interesante.

Empezaremos por los de un solo número: 1,5,7

Dos números: 5x5,5x7

Tres números: 5x5x5, 5x5x7

Cuatro números: 5x5x5x7

- Los divisores de 875 son:
- 5, 25, 125,
- 35, 175, 875,
- 360, 7, 1

Números amigos

El profesor trata de enseñarle la belleza de las Matemáticas a Kyoko, así que le pregunta por su cumpleaños:

– El 20 de febrero –responde.

– 220 –remarca el profesor– !Qué número tan encantador! Echa un vistazo a esto –enseñándole un reloj que le han dado en la Universidad– Gane el Premio Presidente por mi trabajo sobre la teoría trascendental de los números –a la vez que le muestra el reverso del mismo.

– Premio Presidente número 284 –lee Kyoko– .Quiere decir que usted fue el 284 que lo recibió?

– Supongo. La cuestión es 220 y 284 –así que borra el encerado y escribe ambos números–

¿Qué opinas? Kyoko no sabe por donde salir, ni lo que el profesor pretende con la pregunta, por lo que le habla del número de dígitos que tienen, de la dificultad de distinguir 220 gramos de 280 en la carnicería…

– Comprende intuitivamente los números desde el corazón –le comenta el profesor– .¿Sabes lo que es un divisor?

– Si, eso creo. Recuerdo haberlos estudiado.

A partir de aquí vamos a factorizar cada uno de esos dos números y a hallar sus divisores.

$$220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$$

Por tantos sus divisores que serán (2+1)(1+1)(1+1)=12, serán: 1,2,4,5,10,11,20,22,44,55,110 y 220

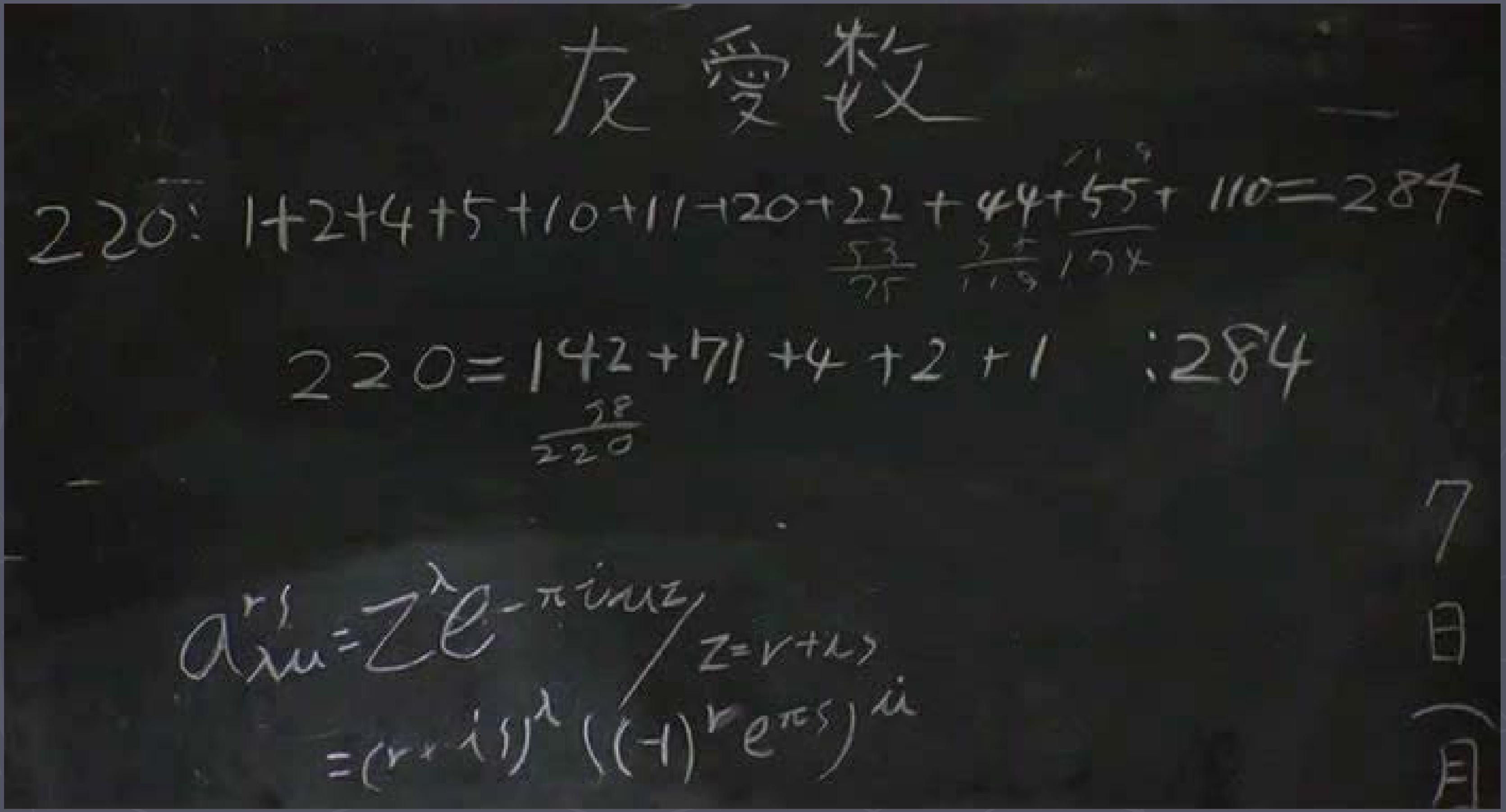
$$284 = 2^2 \cdot 71$$

Y sus divisores que son (2+1)(1+1)=6 serán: 1,2,4,71,142,284

Si sumamos los divisores de cada uno de ellos sin contar el propio número obtenemos que.

1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284

1+2+4+71+142=220

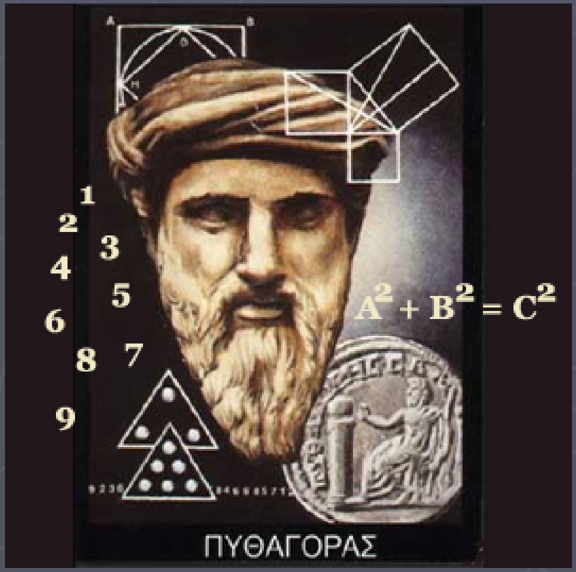


Dos números amigos son dos números enteros positivos *a* y *b* tales que la suma de los divisores propios de uno es igual al otro numero y viceversa, es decir σ(*a*)=b y σ(*b*)=a, donde σ(*n*) es igual a la suma de los divisores de n, sin incluir a n. (La unidad se considera divisor propio, pero no lo es el mismo número.)

La siguiente pareja de números parece ser que se descubrió en el es XIII, y fue redescubirta por Fermat en 1636 y era la pareja:
17296 y 18416
Descartes en 1638 encontró: 9363584 y 9437056
Más tarde en 1750 Euler encontró una regla para encontrar más parejas y publicó una lista con 60 pares de números amigos.
Curiosamente ninguno de estos matemáticos encontró la segunda pareja más pequeña de números amigos. Esta fue encontrada por un joven de 16 años Niccolo Paganini en 1866, y eran
1184 y 1210

Números perfectos

Un número se dice que es perfecto cuando la suma de sus divisores propios (todos sus divisores menos él) es igual al número.
Los primeros números perfectos son: 6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056,....
Los números perfectos tienen una bonita propiedad, descubierta por Pitágoras :
6 = 1+2+3
28 = 1+2+3+4+5+6+7
496 = 1+2+3+4+5+6+7+...+30+31
8128 = 1+2+3+...+126+127



Euler descubrió que hay una fórmula para hallar los números perfectos

$$2^{n-1}\left(2^{n}-1\right) \quad \textit{donde} \quad n \quad \textit{es} \quad \textit{un} \quad \textit{número} \quad \textit{primo}$$

Vamos a comprobar con algunos de ellos:

$$n=2 \qquad 2^{1}(2^{2}-1)=6$$

$$n=3 \qquad 2^{2}(2^{3}-1)=28$$

$$n=5 \qquad 2^{4}(2^{5}-1)=16\cdot 31=496$$

$$M_p = 2^p - 1$$

$2^{11} - 1 = \underline{2047 = 23 \times 89}$

También se sabe que cada primo de Mersenne tiene asociado un número perfecto, es decir, un número que es igual a la suma de sus divisores (exceptuando al propio número):

Si $2^n - 1$ es un primo de Mersenne, entonces el número $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ es un número perfecto.

El último primo de Mersenne se descubrió el 25 de Enero de 2013 y es el 48. Este número, que tiene más de 17 millones de cifras (17425170) es el primo más grande que se conoce por el momento.

$$2^{57885161} - 1$$

Curtis Cooper, profesor de la University of Central Missouri ha recibido la recompensa de 3.000 $ que el proyecto GIMPS concede al afortunado descubridor de un nuevo record. Hay además una recompensa extra de 150.000 $ para quien encuentre un primo con más de 100 millones de cifras.

Great Internet Mersenne Prime Search
GIMPS

Actualmente se conocen 48 primos de Mersenne, de los cuales los últimos 14 que se han hallado, han sido descubiertos por *GIMPS*.
GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) se constituyó en 1996 para descubrir nuevos primos de Mersenne. Es un proyecto que combina los esfuerzos de docenas de expertos y miles de amateurs, y la potencia de miles de computadores personales para buscar estas "agujas en un pajar". En su sitio web se puede descargar el software gratuito para tener la posibilidad de encontrar un nuevo número.

Resolución de problemas

- “Todos los problemas tienen un ritmo, ves. Es igual que la música. Si consigues encontrar el ritmo al enunciado, leyendo en voz alta, descubres la totalidad del problema e incluso puedes adivinar las partes sospechosas en las que puede haber una trampa escondida”

- Hemos comprado dos pañuelos y dos pares de calcetines con trescientos ochenta yenes. El otro día compré dos pañuelos y cinco pares de calcetines iguales con setecientos diez yenes.¿Cuánto vale un pañuelo y un par de calcetines?

CALCETINES	PAÑUELOS	COSTO
		380 yenes
		710 yenes

Restamos la primera compra de la segunda y sabemos cuanto cuestan tres pares de calcetines:

$$710 - 380 = 330 \text{ yenes}$$

luego un par de calcetines cuesta:

$$330/3 = 110 \text{ yenes}$$

Ahora es fácil hallar cuanto cuestan los pañuelos, restamos el coste de dos pares de calcetines a la primera compra:

$$380 - 2 \cdot 110 = 160 \text{ yenes}$$

y obtenemos el coste de los dos pañuelos. Así, un pañuelo cuesta:

$$160/2 = 80 \text{ yenes}$$

También podríamos plantearlo como un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

Siendo x los pañuelos e y los calcetines.

$2x+2y=380$

$2x+5y=710$

Y aplicando un método de resolución (aquí muy fácil reducción) se concluye con facilidad que

$x=80$ yenes e $y=110$ yenes.

Averigua la edad de Cleopatra

- Uno de los emperadores romanos miraba embelesado a Cleopatra el día en que la conoció y mientras tanto se preguntaba su edad. Como era un caballero, decidió no preguntársela directamente a ella, por lo que recurrió a uno de los sacerdotes egipcios para que le resolviera la duda.

  El sacerdote sonriendo sarcásticamente le respondió lo siguiente:

– Multiplique el número de los brazos por el número de piernas de Cleopatra y luego por el número de sus admiradores, que es un número primo; al resolver esta sencilla operación obtendrá la edad de la emperatriz.

– .No me puede dar más datos, como por ejemplo, cuantos admiradores tiene Cleopatra? pregunto confundido el emperador romano.

– Bueno –dijo el sacerdote– le puedo decir que la emperatriz es perfecta y que además su edad es un número perfecto.

¿Cuál era la edad de Cleopatra en ese momento?

Solución

Obviamente Cleopatra tiene 2 brazos y 2 piernas. Recordemos que el sacerdote dijo que ella era perfecta y suponiendo que el número de sus admiradores es *n*, entonces la edad de Cleopatra es 2 x 2 x *n*, es decir, 4*n*.

Como este número es perfecto, es igual a la suma de sus divisores propios. Los divisores propios de 4*n* son: 1, 2, 4, *n* y 2*n*; estos son los únicos, pues, como n es primo, sus únicos divisores son 1 y *n*.

Así pues:

$4n = 1 + 2 + 4 + n + 2n$ agrupando términos:$4n = 7 + 3n$

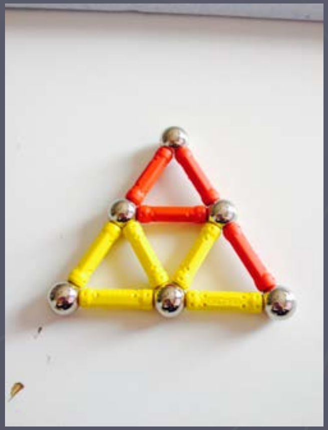
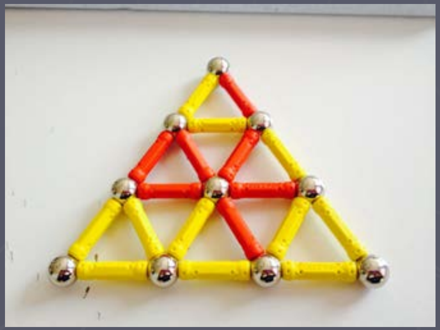
llevando el 3*n* al miembro izquierdo 4n-3n=7, entonces n=7 y Cleopatra tendrá 7 admiradores y por ello 7.4= 28 años

Números poligonales

Los pitagóricos solían representar los números mediante puntos en un pergamino o piedrecillas en la arena y los clasificaban según las formas poligonales de estas distribuciones de puntos, es decir, asociaban los números a figuras geométricas obtenidas por la disposición regular de puntos, cuya suma determina el número representado. Así obtenían los diversos tipos de números poligonales o figurados

Un **número triangular** es aquel que puede recomponerse en la forma de un triangulo equilátero
(por convenio, el primer número triangular es el 1).



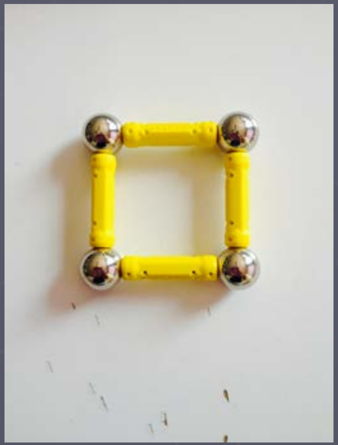



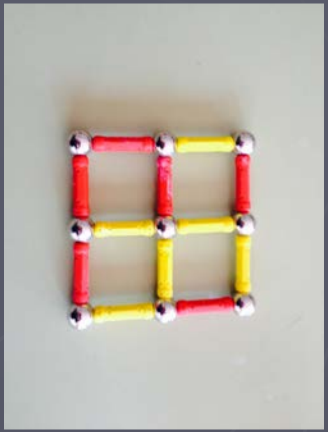
1 **3** **6** **10**

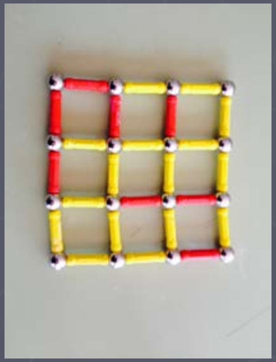
Los números triangulares son enteros del tipo N = 1 + 2 + 3 + ... + n
y de fórmula general

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

Un **número cuadrado** es aquel que puede recomponerse en la forma de un cuadrado
(por convenio, el primer número cuadrado es el 1).





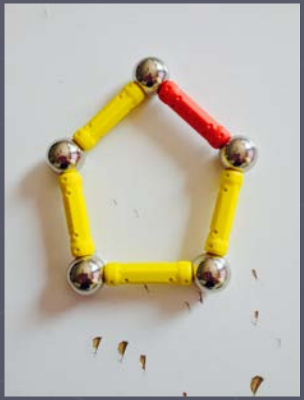


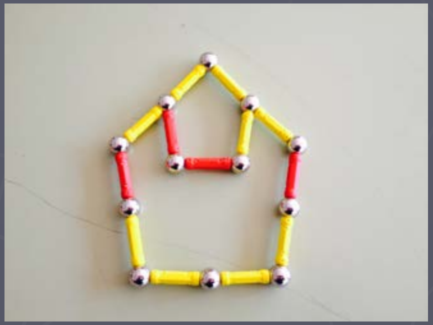
1 4 9 16

Los números cuadrados son enteros del tipo N = 1 + 3 + 5 ... + (2n – 1)

y tienen de fórmula general n^2

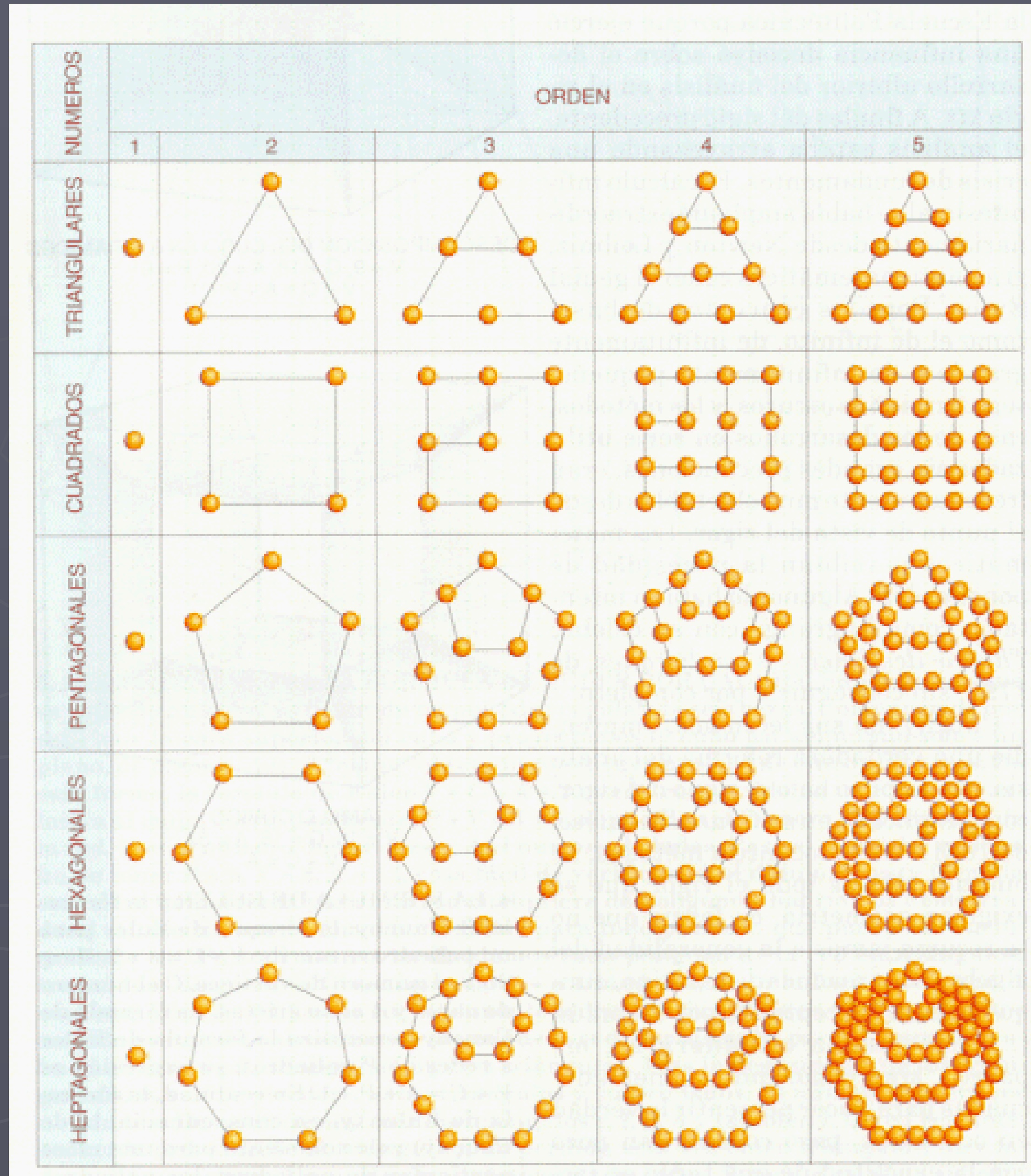
Un **número pentagonal** es aquel que puede recomponerse en la forma de un pentágono
(por convenio, el primer número pentagonal es el 1).



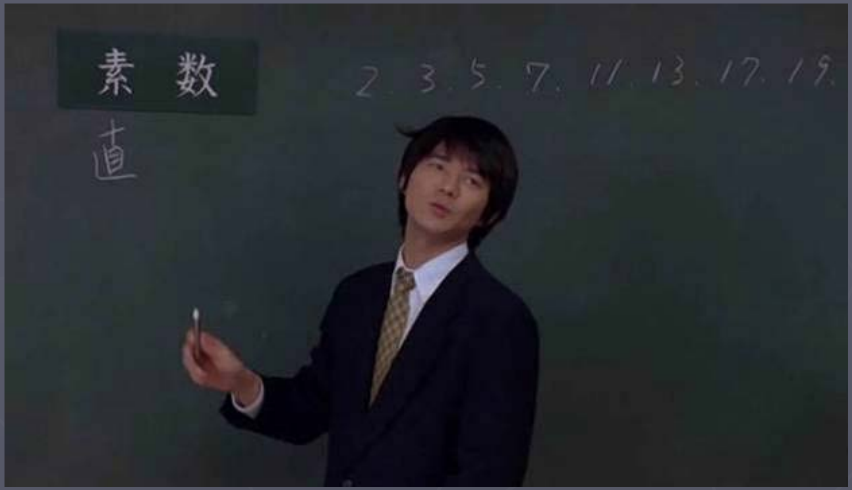


1 5 12 22

Los números pentagonales son enteros del tipo N = 1 + 4 + 7 + … + (3n – 2)
y la fórmula general es $$\frac{3n^2 - n}{2}$$


NUMEROS
ORDEN
1
2
3
4
5
TRIANGULARES
CUADRADOS
PENTAGONALES
HEXAGONALES
HEPTAGONALES

Sistemas de numeración



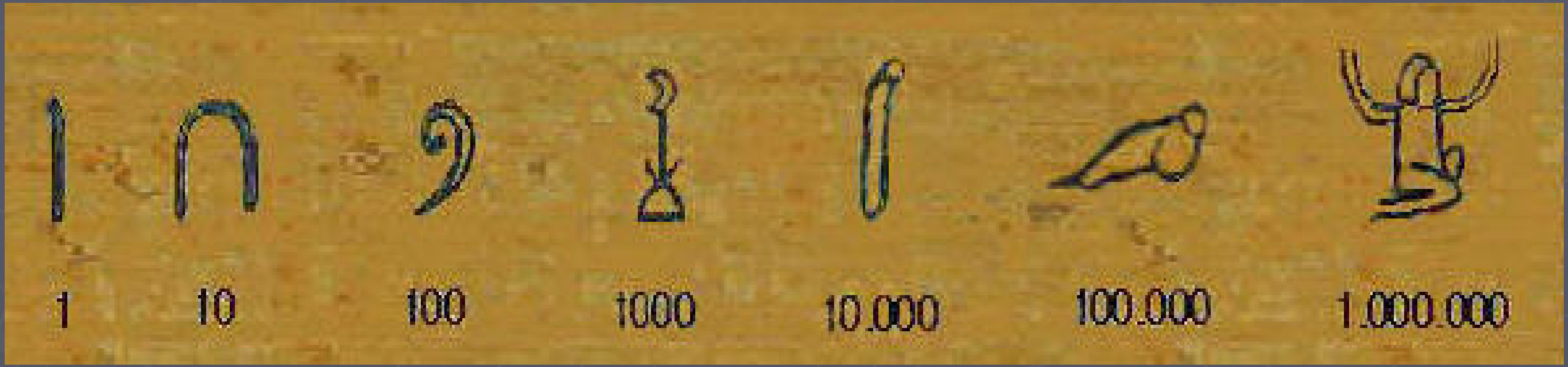
Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas que permiten representar datos numéricos. La norma principal en un sistema de numeración posicional es que un mismo símbolo tiene distinto valor según la posición que ocupe.

SISTEMAS NO POSICIONALES

Los sistemas no posicionales tiene un símbolo para cada cantidad, pudiendo escribirse en cualquier orden y siempre representan la misma cantidad.

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN EGIPCIO

Desde el tercer milenio A.C. los egipcios usaron un sistema describir los números en base diez utilizando los jeroglíficos de la figura para representar los distintos órdenes de unidades. Se usaban tantos de cada uno cómo fuera necesario y se podían escribir indistintamente de izquierda a derecha, al revés o de arriba abajo, cambiando la orientación de las figuras según el caso.



Sólo hay siete cifras jeroglíficas

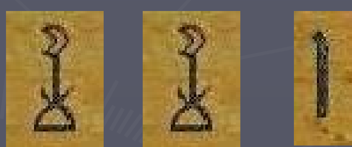
Representaciones de la unidad y de las potencias de 10 hasta el millón

No importa el orden de las cifras

1123

231

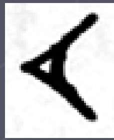
No necesita cifra para el número cero



2001

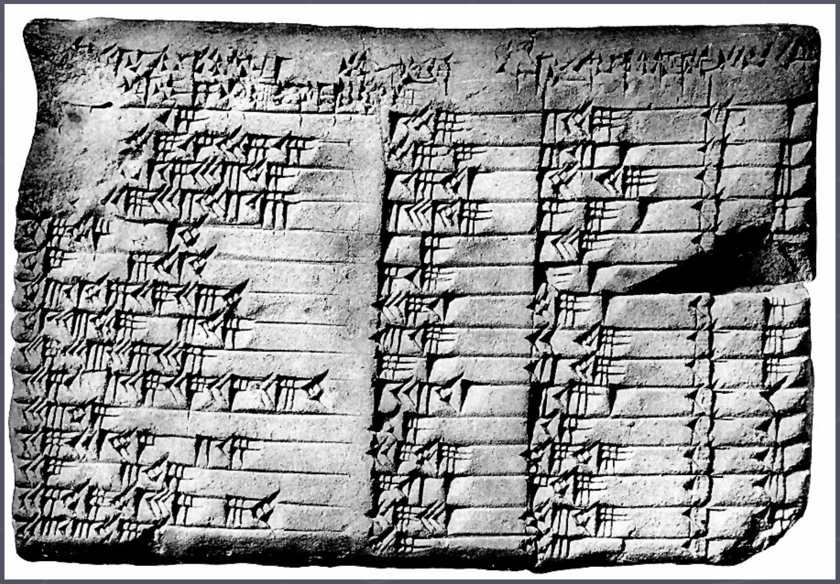
SISTEMA NUMERACIÓN BABILÓNICO

Este sistema apareció por primera vez alrededor de 1800-1900 a. C. Es el primer sistema de numeración posicional, es decir, en el cual el valor de un dígito particular depende tanto de su valor como de su posición en el número que se quiere representar. Los números en este sistema se representaban con la ayuda de sólo dos símbolos, una cuña vertical V que representaba a la unidad y una cuña horizontal para el número diez. Estas cuñas resaltaban en las tablillas de las cuñas de arcilla, por los palitos inclinados, y tomaban la forma de un prisma. De aquí surgió la denominación de cuneiforme para la escritura de los antiguos babilonios.

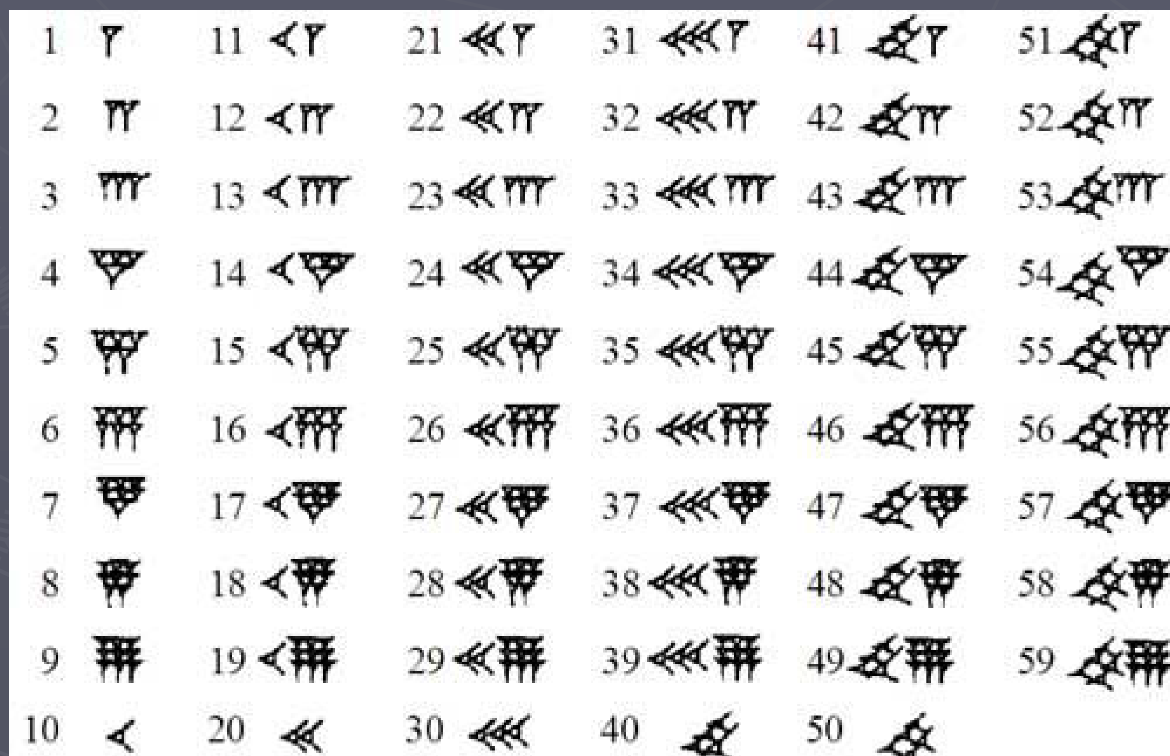


El cero babilónico se usa desde el siglo I I I a. C.

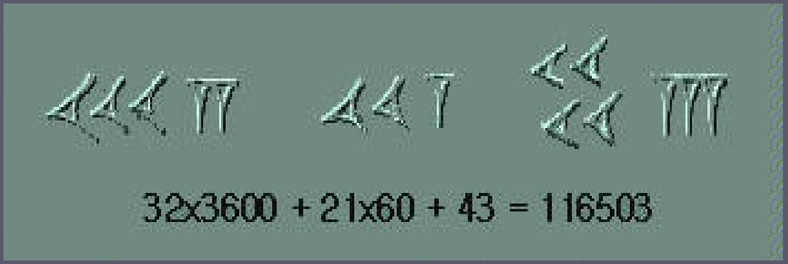
La tablilla Plimpton 322 tienen unas dimensiones de 13 x 9 cm, y un grosor de 2 cm y se encuentra expuesta en la Universidad de Columbia (USA). Esta tablilla demuestra que los babilonios conocían las ternas pitagóricas unos 1500 años antes de que el mismísimo Pitágoras naciera.

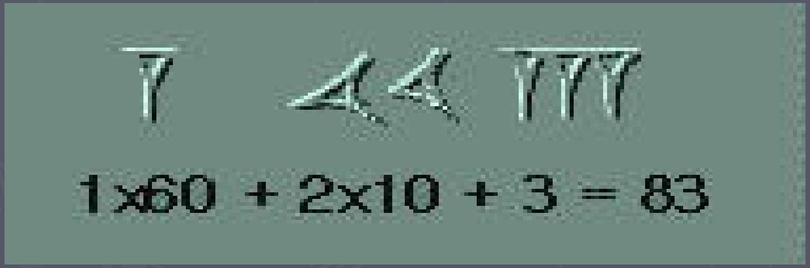


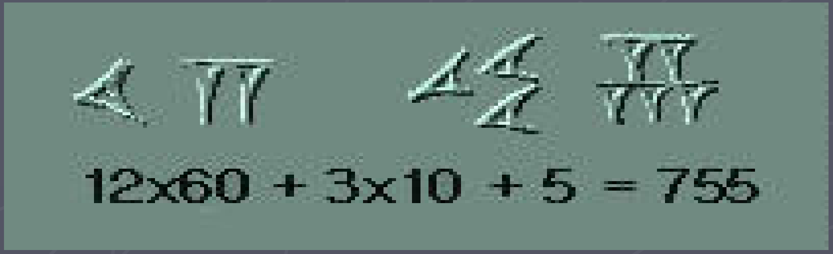
El sistema de numeración babilónico es de base 60 (sexagesimal) y los números enteros
del 1 al 59 se podían escribir de manera que los signos para el diez y la unidad se repetían tantas veces como en el número hubiese decenas y unidades.

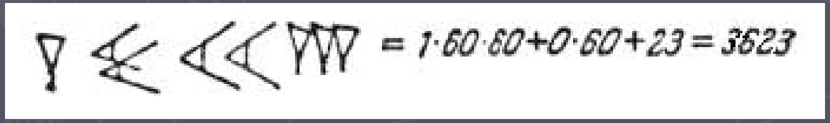


A partir de ahí se usaba un sistema posicional en el que los grupos de signos iban representando sucesivamente el número de unidades, 60, 60x60, 60x60x60 y asi sucesivamente como en los ejemplos que se acompañan.









SISTEMA DE NUMERACIÓN CHINO

- Su sistema de numeración es decimal.
- Utilizaron las unidades y potencias de 10.
- Tenían 9 símbolos distintos, los primeros nueve.
- No tenían ningún símbolo para el cero.
- Su representación de números era multiplicativo y posicional.

1	一	5	五	8	八	100	百
2	二	6	六	9	九	1 000	千
3	三	7	七	10	十	10 000	萬
4	四						

四 千 三 百 六 十 一

4 x 1.000 + 3 x 100 + 6 x 10 + 1

五 千 七 百 八 十 九

5x1000 + 7x100 + 8x10 +9 = 5789

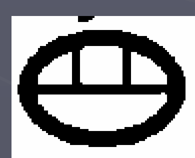
六 万 五 千 三 百 七 十 二

6 x 10.000 + 5 x 1.000 + 3 x 100 + 7 x 10 + 2

Sistema maya

El sistema de numeración maya utiliza tres símbolos:

el punto, la raya y para el cero que se representa con un puño cerrado o una concha.



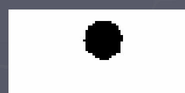
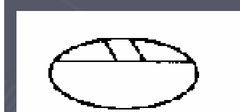
Con la combinación de puntos y barras se consiguen los 19 primeros números.

Por tanto hablamos de un sistema vigesimal, probablemente relacionado con los dedos del cuerpo.

Decimal	Maya	Decimal	Maya
1	•	11	• — —
2	••	12	•• — —
3	•••	13	••• — —
4	••••	14	•••• — —
5	—	15	— — —
6	• —	16	• — — —
7	•• —	17	•• — — —
8	••• —	18	••• — — —
9	•••• —	19	•••• — — —
10	— —	0	

Para escribir un número hay que multiplicar el valor de cada cifra por 1, 20, 20x20, 20x20x20 ... según el lugar que ocupe, y sumar el resultado. Es por tanto un sistema posicional que se escribe a arriba abajo, empezando por el orden de magnitud mayor. Veamos un ejemplo:

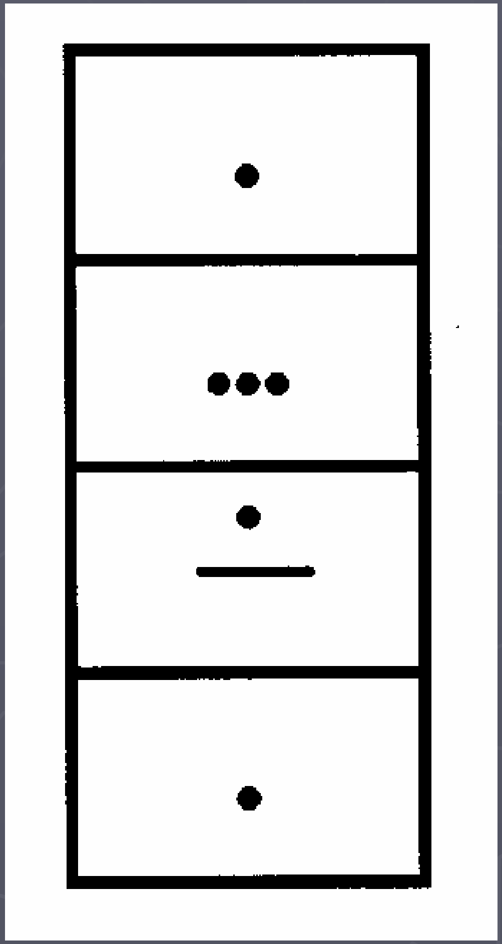
8351

	$1 \cdot 20^3 = 8000$
	
	$17 \cdot 20^1 = 340$
	$11 \cdot 1 = 11$

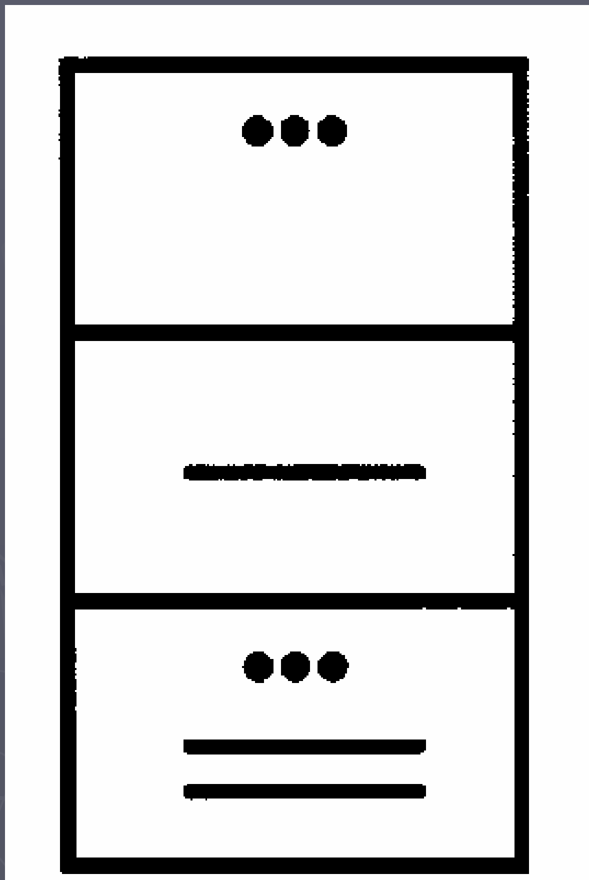
CAMBIO DE BASE DEL SISTEMA DECIMAL AL SISTEMA MAYA

Vamos a cambiar a sistema maya el número 9321

Dividimos 9321 entre 20, esto da 466 como cociente y 1 como resto.
El 1 del resto, representa un punto en la posición de las unidades, ahora dividimos el cociente entre 20, buscando un nuevo resto que será el valor de las veintenas y se continua dividiendo, hasta que el cociente sea más pequeño que 20, esto es, al dividir 466 entre 20 se obtiene 23 de cociente y 6 de resto, o sea que se escribirá una barra y un punto en las veintenas y continuamos dividiendo. Al continuar la división se obtiene cociente 1 y resto 3, se escribirán 3 puntos en la tercera posición (de los 400) y un punto en la cuarta posición (de los 8000).



CAMBIO DE BASE DE SISTEMA MAYA A DECIMAL



En la posición 1 se tiene un 13, en la posición dos un 5 y en la posición tres un 3, esto da el valor de:

$$13 * 20^0 + 5 * 20^1 + 3 * 20^2 = 13+100+1200=1313$$

SISTEMA GRIEGO

El primer sistema de numeración griego se desarrollo hacia el 600 A.C. Era un sistema de base decimal que usaba los símbolos de la figura siguiente para
representar esas cantidades.
Se utilizaban tantas de ellas como fuera necesario según el principio de las numeraciones aditivas.
Para representar la unidad y los números hasta el 4 se usaban trazos verticales. Para el 5, 10 y 100 las letras correspondientes a la inicial de la palabra cinco (pente), diez (deka) y mil (khiloi). Por este motivo se llama a este sistema acrófonico.
Los símbolos de 50, 500 y 5000 se obtienen añadiendo el signo de 10, 100 y 1000 al de 5, usando un principio multiplicativo.

Progresivamente este sistema ático fue reemplazado por el jónico, que empleaba las 24 letras del alfabeto griego junto con algunos otros símbolos según la tabla siguiente:
De esta forma los números parecen palabras, ya que están compuestos por letras, y a su vez las palabras tienen un valor numérico, basta sumar las cifras que corresponden a las letras que las componen.
Esta circunstancia hizo aparecer una nueva suerte de disciplina mágica que estudiaba la relación entre los números y las palabras.
En algunas sociedades como la judía y la árabe, que utilizaban un sistema similar, el estudio de esta relación ha tenido una gran importancia y ha constituido una disciplina aparte: la *kábala*, que persigue fines místicos y adivinatorios.

1	α	10	ι	100	ρ
2	β	20	κ	200	σ
3	γ	30	λ	300	τ
4	δ	40	μ	400	υ
5	ε	50	ν	500	φ
6	ϛ	60	ξ	600	χ
7	ζ	70	ο	700	ψ
8	η	80	π	800	ω
9	θ	90	ϙ	900	ϡ

Los números romanos

- Los romanos usaron letras del alfabeto para construir un sistema de numeración que resultaba algo más fácil de manejar:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

- Los números romanos todavía se usan, por tradición, en relojes, para el capitulado de libros, etc., como representaciones elegantes de los números, pero ya no para fines aritméticos.
- Las reglas de escritura incluyen el no usar nunca tres símbolos iguales juntos, lo que implica tener que hacer restas para interpretar correctamente la representación de algunos números: IV, cinco menos uno; IX, diez menos uno; XL, cincuenta menos diez; XC, cien menos diez; CD, quinientos menos cien; y CM, mil menos cien.

Los números romanos

- Para las unidades: I II III IV V VI VII VIII IX
  1 2 3 4 5 6 7 8 9
- Para las decenas: X XX XXX XL L LX LXX LXXX XC
  10 20 30 40 50 60 70 80 90
- Para las centenas: C CC CCC CD D DC DCC DCCC CM
  100 200 300 400 500 600 700 800 900
- Para las unidades de millar: M MM MMM
  1000 2000 3000

Con objeto de aumentar el rango de escritura de los números romanos, más tarde se optó por colocar una raya sobre los numerales, para indicar que su valor se incrementa mil veces, dos rayas, para incrementarlo un millón de veces, etc.; esta regla tiene validez a partir del número IV y hasta el número MMMCMXCIX.

- Ejemplos:

XVIII	CII	MCMXCVII
X|VIII	C|II	M|CM|XC|VII
10 | 8	100 | 2	1000 |900| 90 | 7
18	102	1997

Suma de números romanos

Para sumar números romanos debemos seguir los siguientes pasos:
1.- Convertimos las restas en sumas. Por ejemplo, IX debería ser reescrito como VIIII
2.- Concatenamos los dos números que queremos sumar
3.- Ordenamos los símbolos en orden decreciente según su valor
4.- Hacemos sumas internas de derecha a izquierda. Por ejemplo, si aparece IIIII lo reemplazamos por V
5.- Volvemos a convertir a restas en los lugares donde sea necesario para respetar las reglas de escritura antes descritas

Vamos a ver un ejemplo: 145 + 79=

En números romanos: CXLV + LXXIX

1.- CXLV pasa a CXXXXV. LXXIX pasa a LXXVIIII
2.- Concatenamos: CXXXXVLXXVIIII
3.- Ordenamos: CLXXXXXXVVIIII
4.- Sumas: VV pasa a X. Queda CLXXXXXXXIIII. XXXXXXX pasa a LXX. Queda CLLXXIIII. Y LL pasa a C. Queda CCXXIIII
5.- Pasamos a restas en los lugares donde corresponda: IIII pasa a IV. Nos queda el resultado deseado: CCXXIV = 224

Resta de números romanos

La resta de números romanos es algo más sencilla que la suma. Los pasos a seguir para A – B son los siguientes:

1.- Convertimos las restas en sumas

2.- Eliminamos los símbolos comunes a A y a B

3.- Para el símbolo más grande que quede en B expandimos tomamos el primer símbolo de A mayor que él y lo expandimos. Después volvemos a aplicar el paso 2.-. Hacemos esto las veces que sea necesario

4.- Volvemos a pasar a restas donde sea necesario

Vamos con un ejemplo: 241 – 85=

En números romanos: CCXLI – LXXXV

1.- CCXLI pasa a CCXXXXI. LXXXV queda igual
2.- Quitamos XXX de cada uno de ellos. Quedan CCXI y LV
3.- Como L es el símbolo más grande del segundo número expandimos una C del primero como LXXXXX. Quedan CLXXXXXXI y LV. Quitamos L de los dos y quedan CXXXXXXI y V. Como V es el único símbolo que queda expandimos una X del primero como VIIIII. Quedan CXXXXXVIIIIII y V. Quitamos V de los dos y nos queda CXXXXXIIIIII. Colocando el número siguiendo las reglas de escritura queda CLVI
4.- En este caso no hace falta pasar a restas. El resultado es CLVI = 156