



Real Academia de Ciencias
Exactas, Físicas y Naturales

IX SEMINARIO DE ESTIMULO DEL TALENTO MATEMÁTICO

Madrid, 8 y 9 de Abril de 2016



UNA RE-VISIÓN GLOBAL DE ESTALMAT CASTILLA Y LEÓN

Constantino de la Fuente Martínez,
ESTALMAT CASTILLA Y LEÓN
Instituto Cardenal López de Mendoza, Burgos



ESTALMAT

CASTILLA Y LEÓN

CURSO 2003-2004 (DICIEMBRE)
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
U.C.M.



CASTILLA-LEÓN Y CATALUÑA



**PRESENTACIÓN OFICIAL DEL
PROYECTO EN BURGOS
3 DE MARZO 2004**



MIGUEL DE GUZMÁN
14 - ABRIL - 2004



**JORNADAS ESTALMAT
BURGOS
16 - 18 DE ABRIL 2004**



HAN PASADO 13 AÑOS...

**13 PROMOCIONES DE CHICOS Y CHICAS
ESTALMAT EN CASTILLA Y LEÓN ...**

NECESIDAD DE UNA REVISIÓN INTERNA Y EXTERNA DE LA PROPUESTA FORMATIVA

PROPUESTA FORMATIVA:

- CURSO DE “RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS”**
- UNIDADES DEL “MUNDO MATEMÁTICO”**

***EL CURSO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
COMO PROPUESTA SINGULAR EN ESTALMAT
CASTILLA Y LEÓN***

CONTEXTO DEL CURSO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

- ESTRUCTURADO EN 12 UNIDADES DIDÁCTICAS**
- DESARROLLADO A LO LARGO DE LOS DOS AÑOS**
- TRES GRANDES BLOQUES DE CONTENIDOS:**
 - INTRODUCCIÓN A LA R.P.**
 - LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. PROCESO Y FASES.**
 - DE LA R.P. AL PROCESO DE CREACIÓN Y DESCUBRIMIENTO.**

UNIDAD DIDÁCTICA 1

- Bloqueos de tipo perceptivo y bloqueos de tipo emocional:

- * Problemas visuales, gráficos.**
- * Situaciones de inseguridad.**

- Mirar con profundidad y ver
- Afianzar su seguridad personal.

- Problemas (no ejercicios) de tipo visual y gráfico: figuras imposibles, figuras con dos imágenes simultáneas.
- Problemas topológicos, secuencias de palabras, números, etc.

UNIDAD DIDÁCTICA 2

- **Juegos de estrategia:**
 - * **Análisis de las reglas del juego.**
 - * **Búsqueda de la estrategia ganadora.**

- Conexiones entre juegos y problemas.

UNIDAD DIDÁCTICA 3

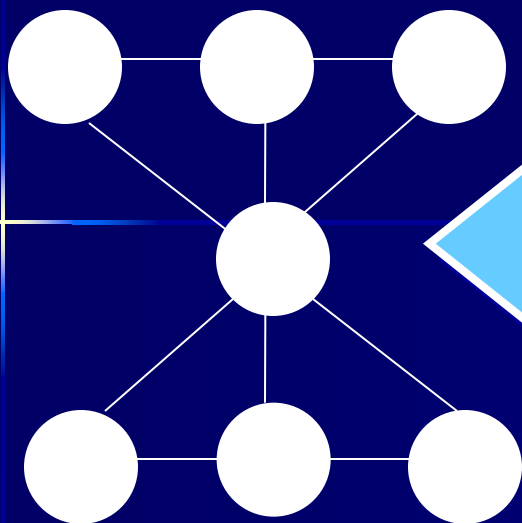
- Método de trabajo:

***Etapas: Delimitar el problema, recoger información, estudiar y combinar la información, extraer ideas, juicios o conclusiones.**

***Características a nivel individual: Organizado, ordenado, sistemático y razonado.**

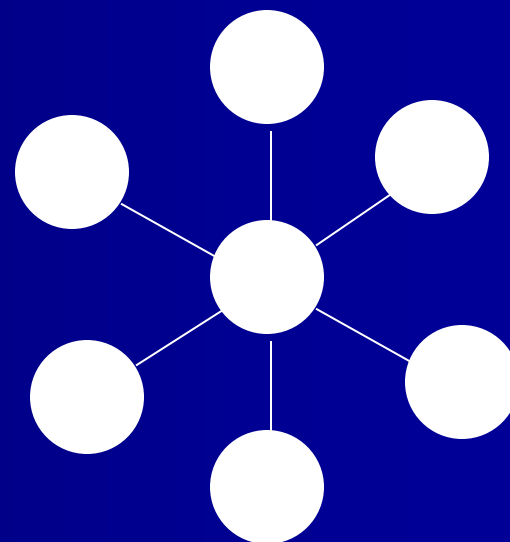
***Características a nivel de grupo: Organización, generación, selección de ideas y cooperación.**

- No es la suerte o la fórmula mágica, las que resuelven habitualmente.
- Es el método de trabajo científico

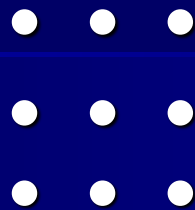


Colocar los números del 1 al 7 en la figura, de tal manera que los tres alineados sumen siempre 12.

Colocar los números del 1 al 7 en la figura, de manera que los tres alineados sumen siempre lo mismo.

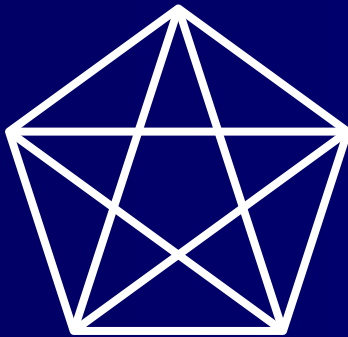


Construimos triángulos con la condición de que sus tres vértices sean puntos de la figura siguiente:



¿Cuántos podemos construir?

Clasifícalos según: a) sus ángulos; b) sus lados; c) sus áreas.



¿Cuántos triángulos hay en la figura?

UNIDAD DIDÁCTICA 4

- Problemas y Ejercicios:

- * Significado. Diferencias.

- * Problemas generados desde ejercicios.

- Situaciones a resolver que pueden ser problemas o ejercicios. Cada uno debe decidir lo que es para él.

- Situaciones ejercicio que pueden generar problemas.

¿Qué diferencias hay entre un problema y un ejercicio?

Un amigo tuyo tiene que resolver una situación que le ha planteado su profesor de matemáticas, pero antes quiere decidir si eso es un problema o es un ejercicio para él.

¿Qué le aconsejarías que mirara en la situación para decidirlo?

Inventa un enunciado que tenga no más de cuatro datos y dos preguntas, una de ellas que sea un ejercicio para ti y la otra que sea un problema.

UNIDAD DIDÁCTICA 5

- El Proceso de Resolución de Problemas

*** Fases o etapas**

*** Recursos y ayudas:**

- Estrategias heurísticas**
- Sugerencias heurísticas**
- Rotulado personal**
- Monitor Interno**

- El proceso de resolución desde una perspectiva global.

- Recursos y herramientas útiles en el proceso.

Cuando te enfrentas a la resolución de un problema, ¿con qué actitud lo haces habitualmente? Escoge la tuya o añádela si no está:

Juez Policia Asustado Investigador

Explorador Derrotado El más listo de la clase

Con mucho miedo

Revisa cada uno de los problemas resueltos en esta unidad y ponle nombre, con tus palabras, a las ideas claves que te han permitido avanzar en el proceso de resolución o resolverlo completamente.

UNIDAD DIDÁCTICA 6

- **La Comprensión de Enunciados**
 - * **Análisis de enunciados.**
 - * **Carácter de la información.**
 - * **Papel e influencia de los datos.**

Equilibrio y tensión entre el **carácter** y número de datos o condiciones y el **número** de soluciones del problema.

- **Carácter de la información:** redundante, incompatible o incoherente, ¿insuficiente?, no cuantificable, etc.
- **Número de soluciones:** más de una, una o ninguna

En una reunión hay chicos y chicas. En total hay 100 cabezas y 200 manos. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay?

Información redundante

Muchas soluciones: formalmente 101 soluciones

Cambiamos el segundo dato:

- A todas las chicas les gustan las matemáticas

Información no cuantificable

Muchas soluciones: formalmente 101 soluciones

Cambiamos otra vez:

- Hay más chicos que chicas

Información coherente

Muchas soluciones: formalmente 50 soluciones

Cambiamos otra vez:

- Hay 100 personas y 3 chicas más que chicos

Información contradictoria: la diferencia entre el n^o de personas de cada sexo debe ser par

Ninguna solución

Cambiamos otra vez:

- Hay 100 personas y cada chica ha ido a la reunión acompañada de tres chicos

Información coherente (pero no con dos chicos, cinco, ...)

Solución única

El enunciado de un problema, ¿qué partes tiene? ¿En qué partes te fijas al leerlo en las sucesivas lecturas?

UNIDAD DIDÁCTICA 7

- La Generación de Ideas:

- * Identificación de ideas eficaces: estudio de protocolos de resolución.**
 - * Estrategias para la generación de ideas:**
 - Análisis de Componentes o cualidades.**
 - Tormenta de ideas.**
-
- La unidad temática más complicada para el primer año.
 - Situaciones creativas y de ingenio, no tanto matemáticas.
 - Resolución de casos policíacos, situaciones no matemáticas con muchas soluciones.

UNIDAD DIDÁCTICA 8

- El uso de Estrategias Heurísticas:

- * Utiliza un lenguaje simbólico apropiado: numérico, gráfico, lógico, algebraico, etc.
- * Experimenta, particulariza, busca patrones y pautas, regularidades y leyes.
- * Reformula el problema en otro contexto.
- * Submetas o subproblemas.
- * Haz un recuento exhaustivo.
- * Modifica las condiciones del problema.
- * Suponlo resuelto.
- * Ensayo y error...

- Elegir adecuadamente las estrategias que se van a trabajar en 1º y en 2º año

UNIDAD DIDÁCTICA 9

- **La Visión Retrospectiva o la Revisión-Extensión:**
 - * **Reflexión. Coherencia.**
 - * **Otros caminos.**
 - * **Generalizaciones, particularizaciones.**
 - * **Problemas Relacionados.**
 - * **Autorretrato Heurístico.**
- Desarrollar la capacidad de autoanálisis y la actitud reflexiva
- Generar proyectos de investigación, mediante la obtención de problemas de investigación.
- Mejorar en la resolución de problemas y en el conocimiento de sí mismos.

Eligiendo adecuadamente los signos más (+) o menos (-) en cada término de la expresión:

$$\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm \dots \pm 10$$

¿podemos obtener como resultado el valor 0?

¿Y en estos casos? $\pm 1 \pm 2 \pm \dots \pm 11$; $\pm 1 \pm 2 \pm \dots \pm 12$

.....

Estudia la respuesta para: $\pm 1 \pm 2 \pm \dots \pm n$

.....

¿Y para estos casos? $\pm 2 \pm 3 \pm \dots \pm 10$; $\pm 3 \pm 4 \pm \dots \pm 10$

.....

Estudia la respuesta para: $\pm(n+1) \pm (n+2) \pm \dots \pm (n+p)$

Si ponemos los signos más (+) o menos (-) en los sumandos de la expresión $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm \dots \pm n$
¿qué valores podemos obtener?

¿Qué ocurrirá en la expresión: $\pm(n+1) \pm (n+2) \pm \dots \pm (n+p)$

¿Qué valores podemos obtener en $\pm 1 \pm 3 \pm 5 \pm \dots \pm 11$?
¿Y en $\pm 1 \pm 4 \pm 7 \pm \dots \pm 13$? ¿Y en $\pm 1 \pm 5 \pm 9 \pm \dots \pm 24$?

Si ponemos los signos más (+) o menos (-) en los sumandos de las expresiones:


$$\pm 1 \pm (1+d) \pm (1+2d) \pm \dots \pm (1+(p-1)d)$$

$$\pm n \pm (n+d) \pm (n+2d) \pm \dots \pm (n+(p-1)d)$$

¿qué valores podemos obtener?



¿Y si lo hacemos con

progresiones geométricas?

UNIDAD DIDÁCTICA 10

- El lenguaje matemático:

- * Objetos y símbolos matemáticos.**
- * Definiciones.**
- * Propiedades, teoremas. Hipótesis y tesis.**
- * Enunciado recíproco. Enunciados equivalentes.**

Averigua si estas definiciones son correctas:

- Un cuadrado es un polígono de cuatro lados perpendiculares dos a dos.
- El centro de un cuadrado es el punto de corte de sus diagonales.
- El centro de un cuadrilátero es el punto de corte de sus diagonales.
- Un triángulo equilátero es un polígono de tres lados iguales.
- Un polígono regular es el que tiene todos los lados iguales.
- La bisectriz de un ángulo es una línea recta que lo divide en dos partes iguales.
- Un número artificial es un número natural que es más pequeño que un número decimal por lo menos.
- Un gogolín es el más grande de los números enteros.
- Si a y b son números distintos de cero, el número x tal que $ax = b$ se llama cociente de a entre b .
- Una diagonal de un polígono es cualquier segmento que une dos de sus vértices.

UNIDAD DIDÁCTICA 11

- **La lógica de las matemáticas:**
 - * **Axiomas. Conjeturas. Teoremas.**
 - * **La demostración.**
 - * **Pautas para demostrar:**
 - **Ejemplo**
 - **Contraejemplo**
 - **Comprobación en todos los casos posibles**
 - **Cadena de razonamientos.**

- **Situaciones en Aritmética, Álgebra y Geometría**

A Ana le proponen que resuelva el siguiente problema:
“**Demostrar que, entre números a y b, se cumple que**
 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ”

Ana ha escrito:

Cogemos $a=2$, $b=1$. Tenemos que $a+b = 3$, entonces
 $(a+b)^3 = 27$; $a^3 = 8$; $b^3 = 1$; $3a^2b = 12$ y $3ab^2 = 6$.

Sumando todos los resultados vemos que $8+12+6+1=27$, luego se cumple.

¿Qué piensas tú del razonamiento?

Demuestra la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Existe un único n° x tal que $a.x = 0$ para cualquier número a .

b) Si a y b son números que cumplen $a.b = 0$, entonces $a = 0$ y $b = 0$.

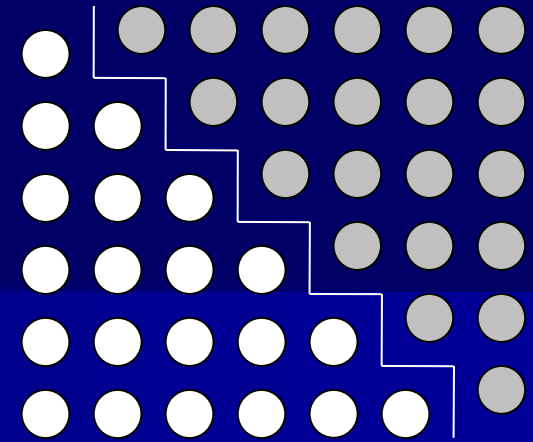
c) No existe ningún n° x que cumpla la igualdad:

$$\frac{x}{x} = x + x$$

UNIDAD DIDÁCTICA 12

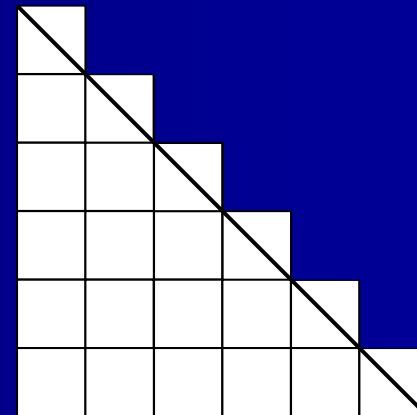
- **Demostraciones numéricas:**
 - * **Demostraciones visuales.**
- **Demostraciones en Geometría:**
 - * **La cuadratura de figuras.**

- La figura siguiente demuestra, sin palabras, el origen de la fórmula de la suma de los primeros números naturales consecutivos. Analízala y explica las razones por las que es válida.

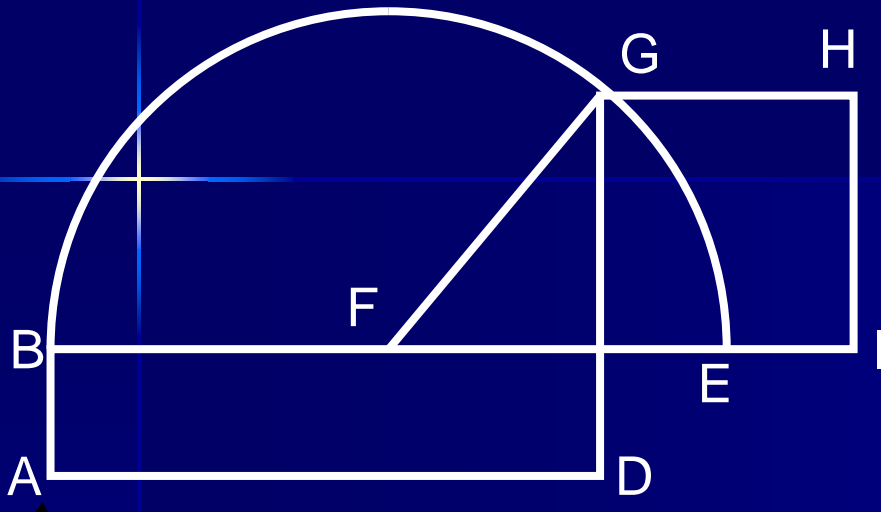


- La figura siguiente demuestra, sin palabras y por otro camino, la fórmula de la suma de primeros números naturales consecutivos. Justifica razonadamente su validez.

$$1+2+\dots+n = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$



CUADRATURA DE UN RECTÁNGULO



Si tenemos un rectángulo ABCD, prolongamos el lado BC, de manera que $CE=CD=b$. Hallamos el punto medio de BE, que llamamos F, y, con centro en él, trazamos el semicírculo de radio $BF=FE=a$.

Llamaremos $c=FC$. Prolongamos el lado CD hasta cortar al semicírculo en G. Con lado $CG=d$ construimos el cuadrado CGHI.

- 1) Haz, con regla y compás, la construcción correspondiente, siguiendo las instrucciones anteriores. En la figura que te hemos facilitado, ¿qué punto no hemos situado en el dibujo?
- 2) Con estas hipótesis, **utilizando el T. de la altura**, demostrar que el área del cuadrado CGHI es igual a la del rectángulo ABCD.
- 3) Si el rectángulo tiene de base 18 cm. y de altura 2 cm., calcular el lado del cuadrado equivalente.

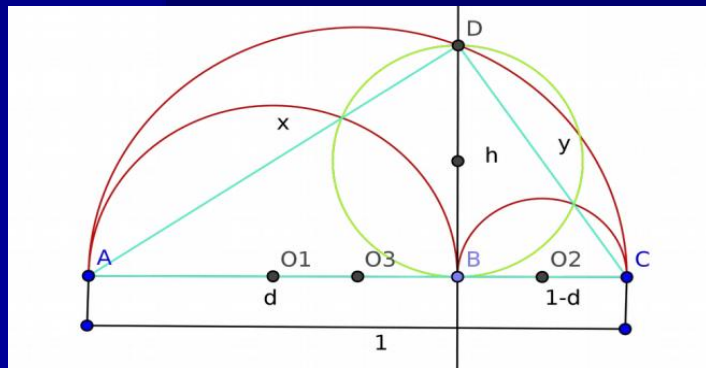
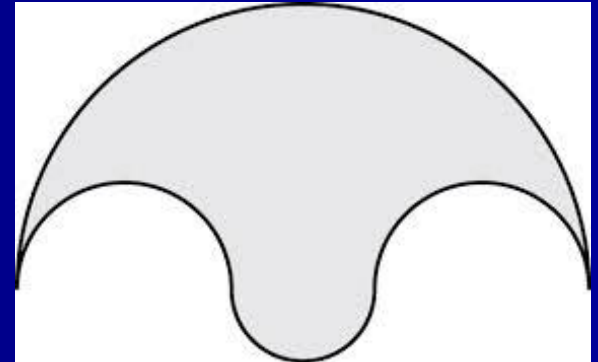
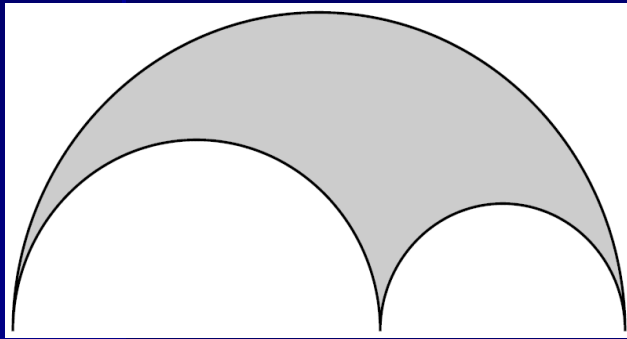
Unidad temática para el 3º año (*los jubilados*)

- **Los Proyectos de Investigación Matemática (P.I.M.):**
 - * **El problema de investigación.**
 - * **Contextos para PIM: la realidad y las matemáticas**



La figura representa un arbelos o cuchillo de zapatero. Arquímedes fue el primero que estudió matemáticamente este objeto.

Construye un modelo matemático del arbelos y estudia las regiones que intervienen y las relaciones entre ellas.

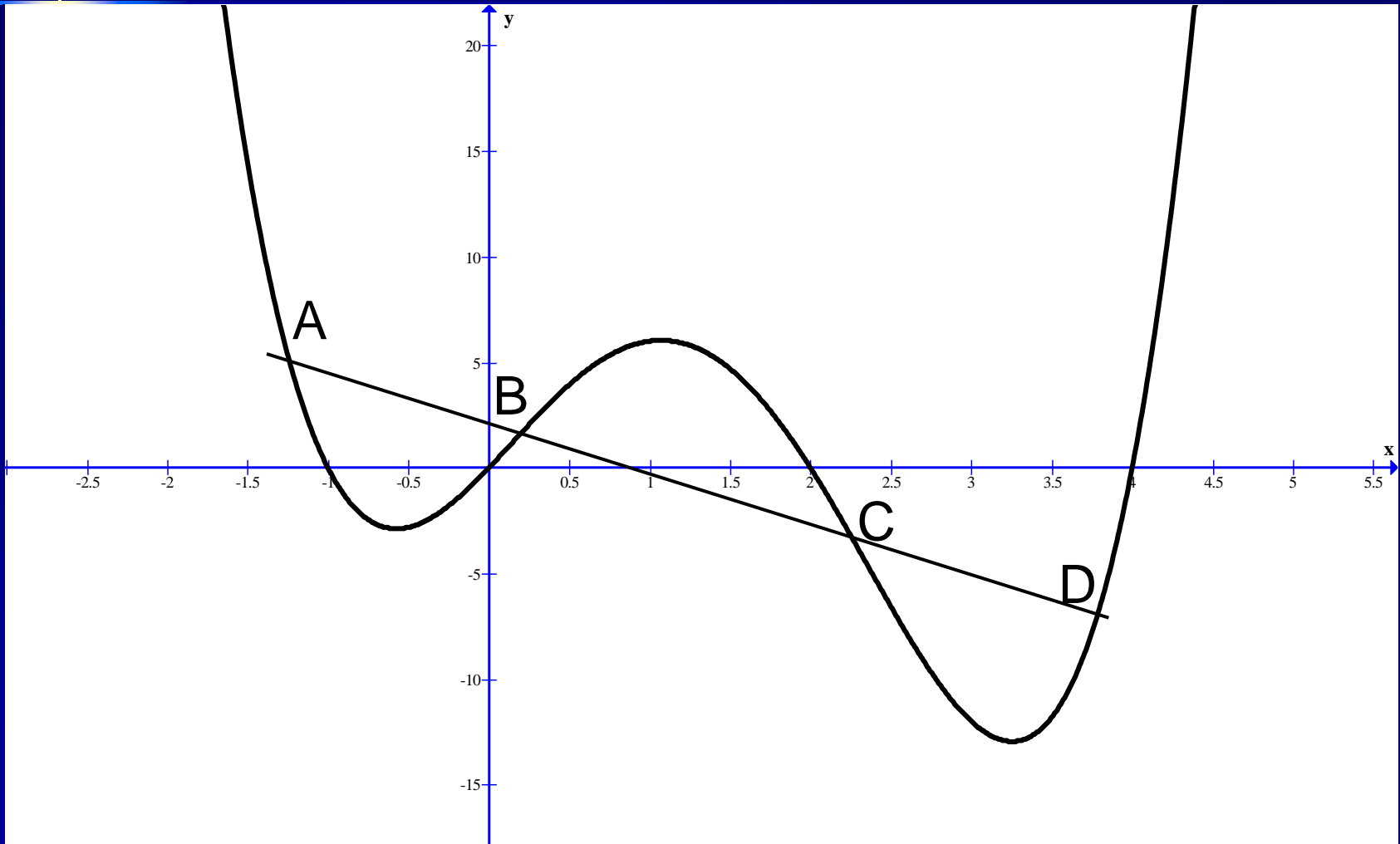


**Kaatsheuvel
(Holanda)**



Si B y C son los puntos de inflexión de una función polinómica de cuarto grado, con forma de W, investiga el valor de:

$$\frac{BC}{AB}; \frac{BC}{CD}$$





Para mí, la corriente iniciada por Polya
alrededor de la resolución de problemas
representa el aspecto más universalmente
válido de la matemática en la cultura
humana

José María Piquero

Burgos, 27 abril 1991

***MUCHAS GRACIAS
POR VUESTRA ATENCIÓN***

consdelafu@gmail.com