

Conexiones y más conexiones



Juan Vicente Riera

Arnau Mir-Fuentes

16º Seminario Nacional Estalmat

Santiago de Compostela

13 de abril de 2024

Universitat
de les Illes Balears



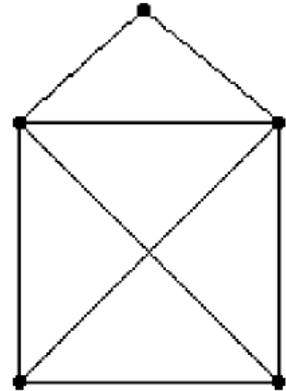
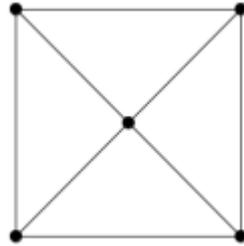
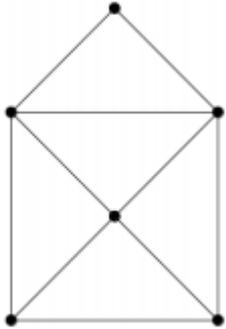
REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES
DE ESPAÑA

MOTIVACIÓN INICIAL

Dibujamos figuras sin levantar el lápiz y sin pasar dos veces por el mismo segmento. ¿Qué sucede? ¿Siempre se puede?

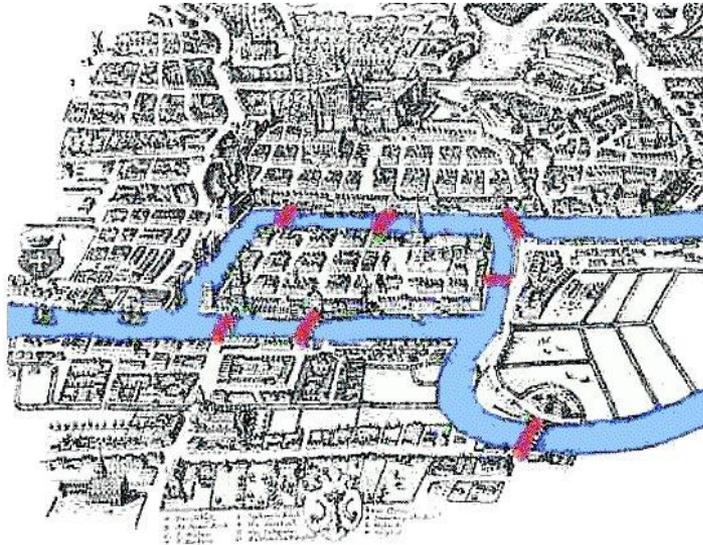
¿Depende de dónde empieces?

¿Puedes hacer alguna otra figura con una idea semejante?



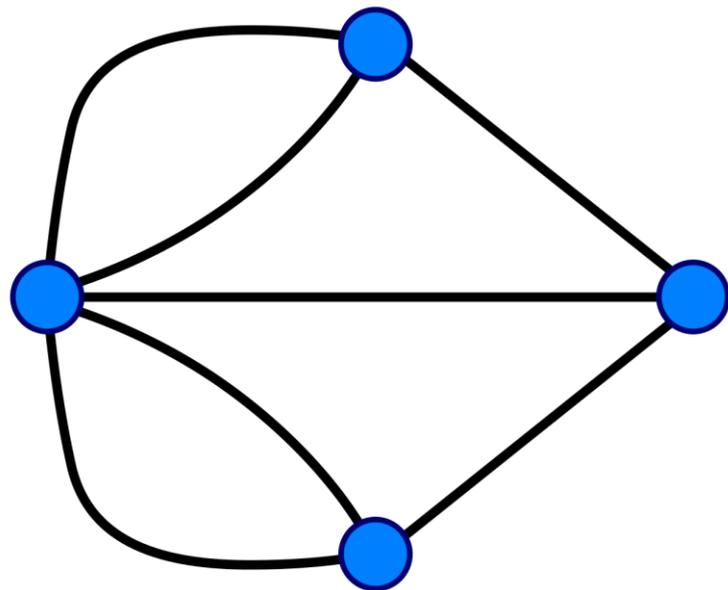
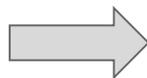
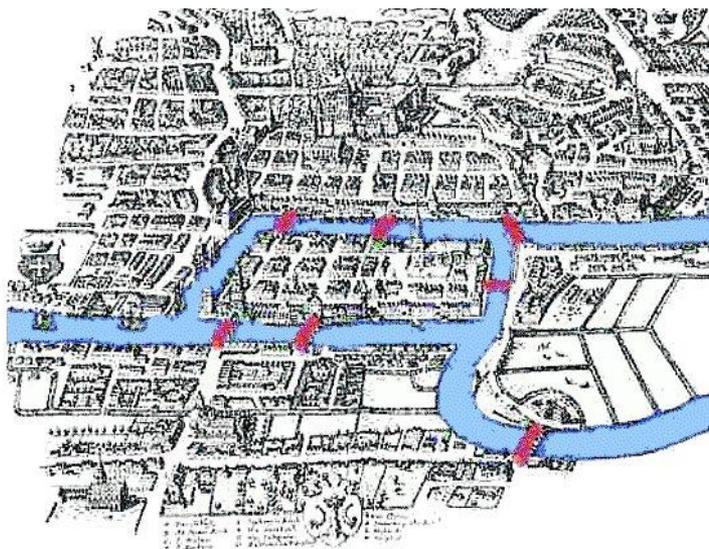
Un poco de historia:
Los puentes de Königsberg (Kaliningrado) en el río Pregel

¿Puedes hacer un recorrido por todos los puentes sin pasar dos veces por el mismo?



*Un poco de historia:
Los puentes de Königsberg (Kaliningrado) en el río Pregel*

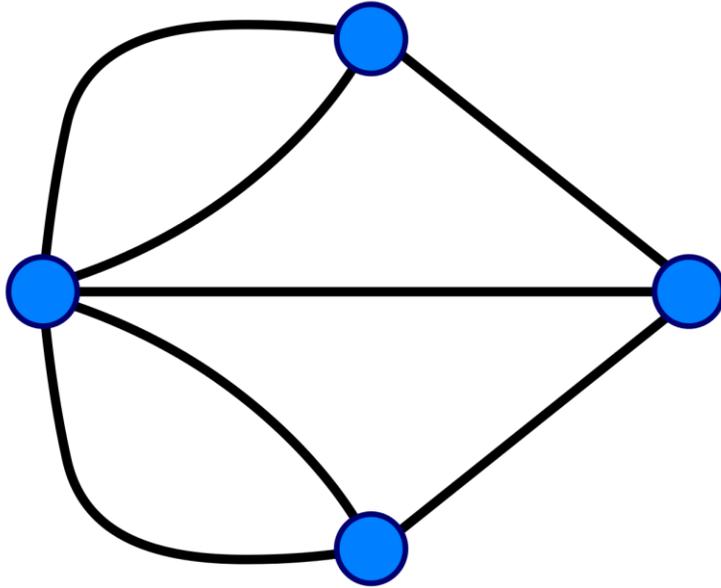
¿Modelizamos la situación?



OBJETIVO: DEFINIR UN CONCEPTO

¿Qué es un grafo?

Un grafo es un conjunto de puntos(vértices) y segmentos(arcos) que unen dichos puntos.



¿Qué representan en este grafo los puntos?

¿Y los arcos?

¿Qué se entenderá por grado de un punto(vértice)?

El plano del metro

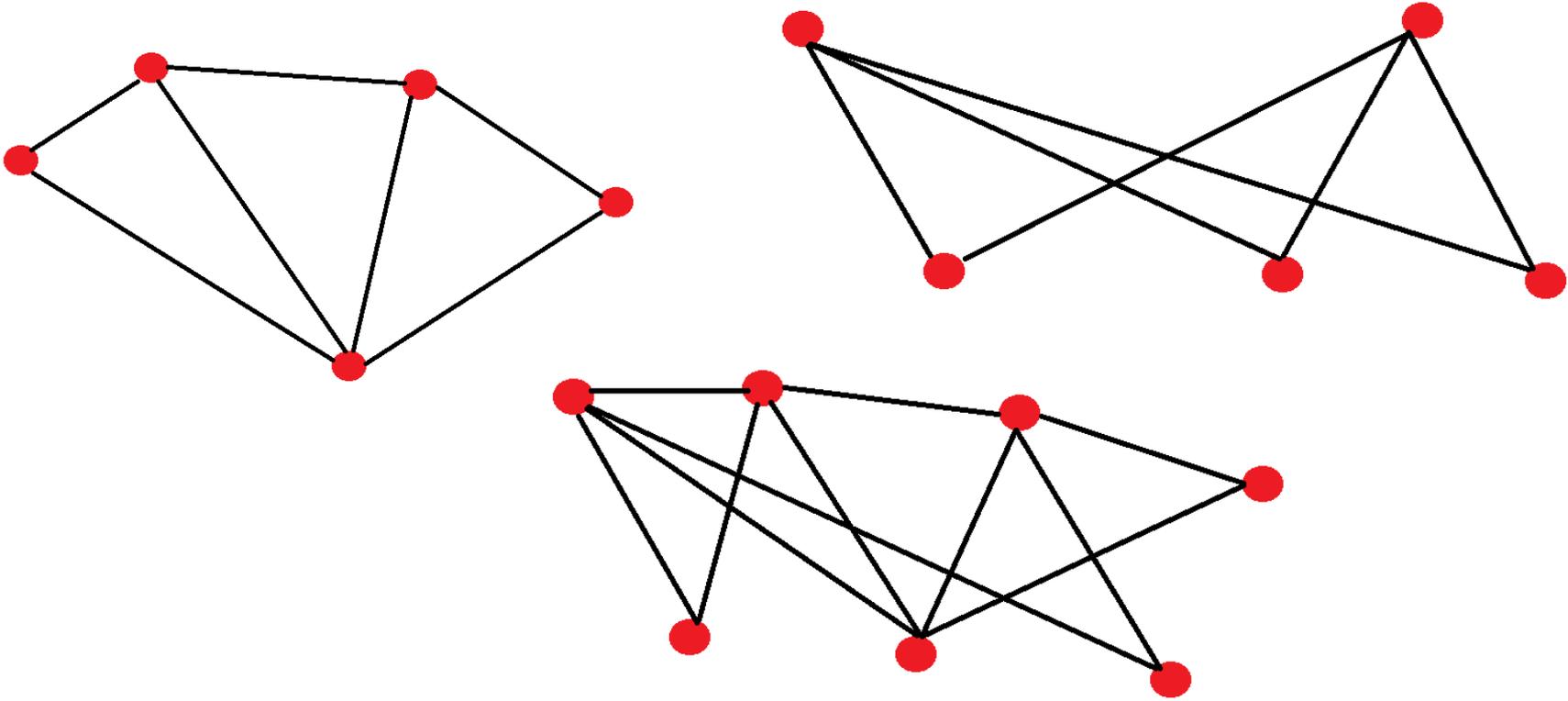


Henry Charles Beck, 1931.
Fuente Wikipedia





¿Existe alguna relación entre los grados de cada vértice y el número de aristas?



FORMULAMOS HIPÓTESIS Y LAS COMPROBAMOS

Objetivo: Lenguaje matemático. Formulación



¿Nos damos las manos?

$$\sum_{i=1}^n gr(v_i) = 2 |E|$$

En un encuentro de amigos que se dan la mano, Siempre habrá un número par de compañeros que habrá dado la mano con un número impar de amigos .

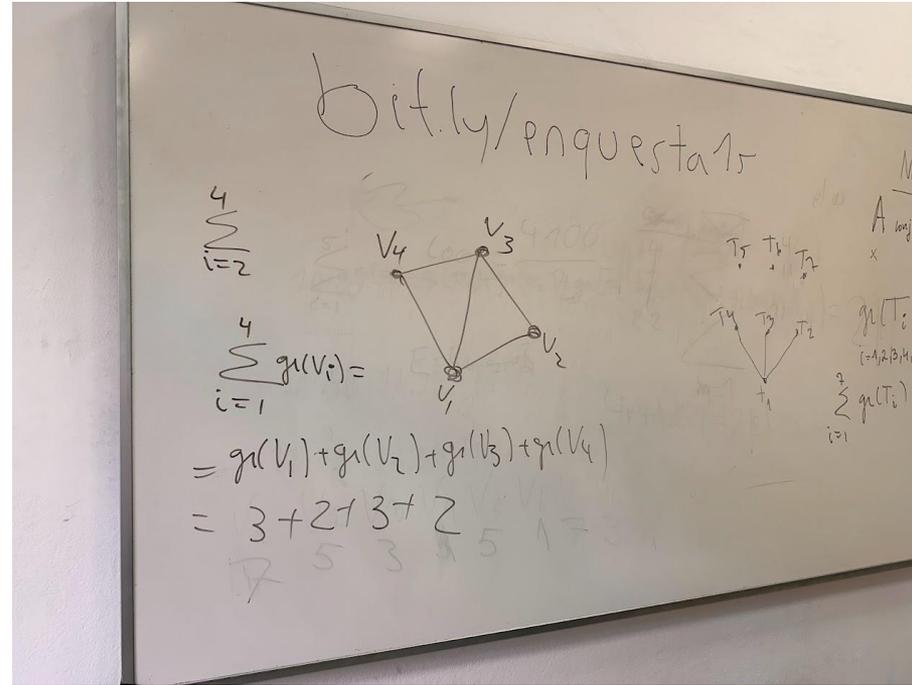
Objetivo: Lenguaje matemático. Formulación



¿Nos damos las manos?

$$\sum_{i=1}^n gr(v_i) = 2 |E|$$

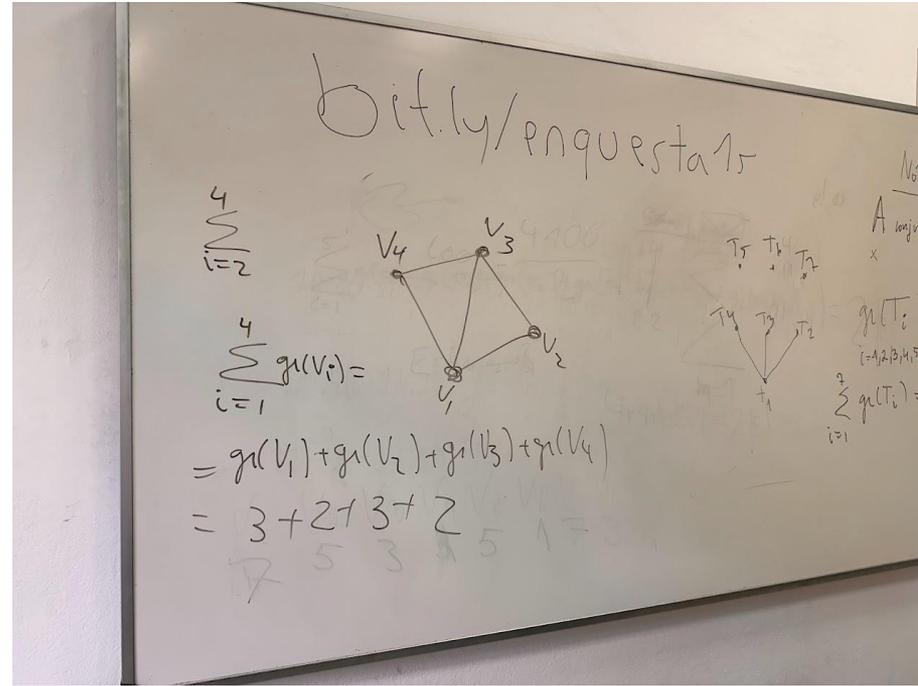
En un encuentro de amigos que se dan la mano, Siempre habrá un número par de compañeros que habrá dado la mano con un número impar de amigos.



¿Nos damos las manos?



1. En el reino vecino a Estalmatlandia, hay 100 ciudades y de cada una de ellas parten 4 líneas de tren a otras tantas ciudades. ¿Cuántas líneas hay en total en el reino?
2. En una oficina hay 7 teléfonos. ¿Es posible conectar por cable cada teléfono con otros tres exactamente?
3. Si una caja tiene 6 palillos. Intenta colocarlos de tal forma que cada uno de ellos toque exactamente a otros dos. Intenta colocarlos ahora de tal manera que toquen exactamente a tres de ellos.



Trabajamos en grupos de dos o tres alumnos.

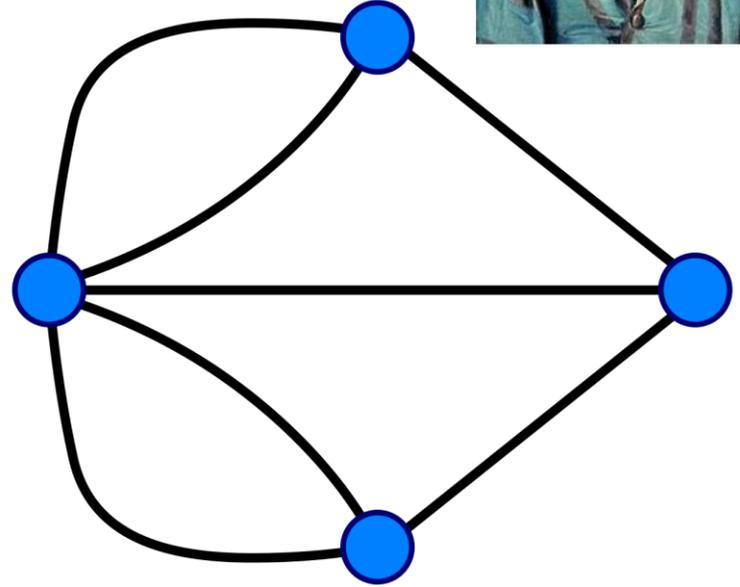
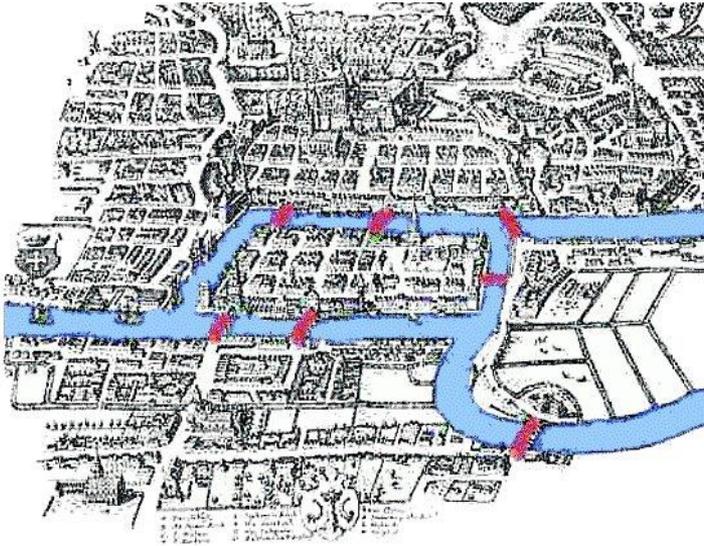
Objetivo: Potenciar los procesos de comunicación, modelización, razonamiento y resolución de problemas

Objetivo: Importancia de la representación y el uso de materiales manipulativos

Si una caja tiene 6 palillos. Intenta colocarlos de tal forma que cada uno de ellos toque exactamente a otros dos. Intenta colocarlos ahora de tal manera que toquen exactamente a tres de ellos.



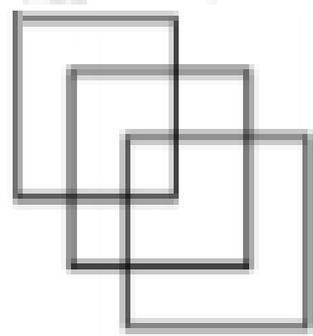
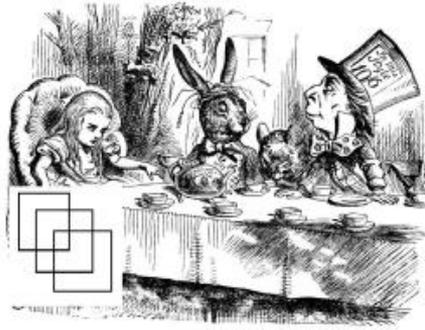
Teorema de Euler: Caminos y circuitos eulerianos



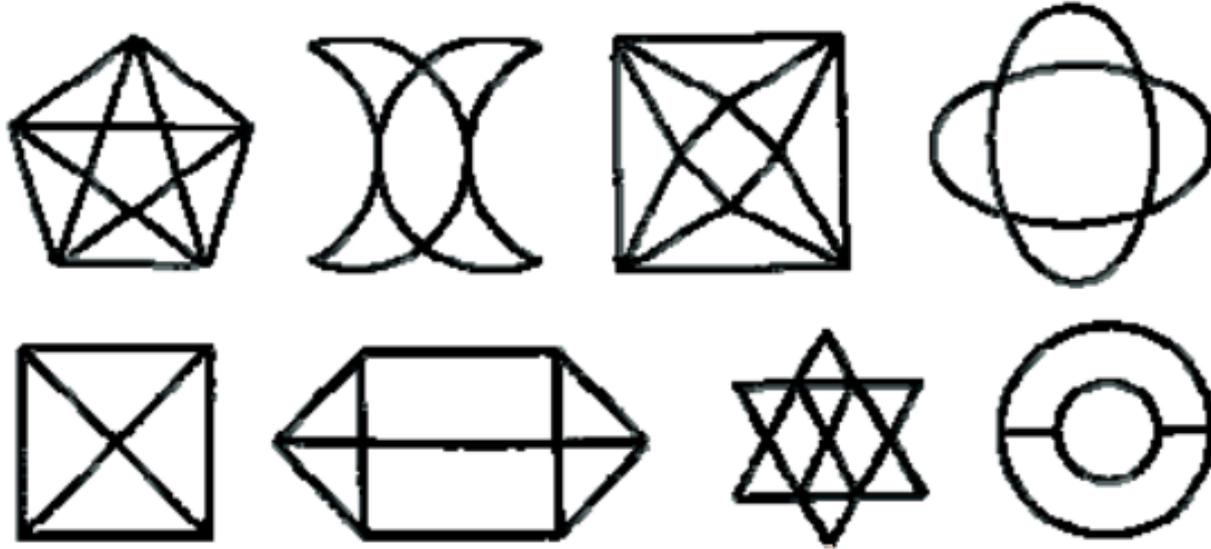
Teorema de Euler : Caminos y circuitos eulerianos



*¿Cuándo se puede hacer un circuito euleriano?
¿Y un camino euleriano?*



*Investiga ahora estas representaciones.
¿Puedes justificar la razón?*

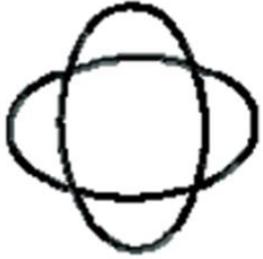


¿Cuáles pueden comenzar y acabar por el mismo punto?

OBJETIVO: FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

Investiga ahora estas representaciones.

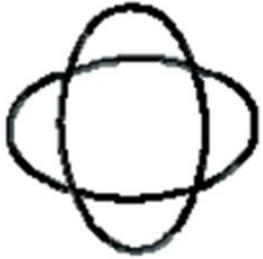
¿Puedes justificar la razón?



¿Cuáles pueden comenzar y acabar por el mismo punto?

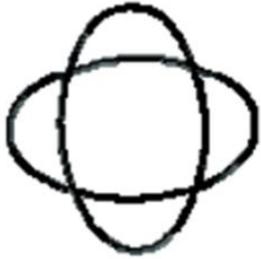
OBJETIVO: FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

*Investiga ahora estas representaciones.
¿Puedes justificar la razón?*



¿Cuáles pueden comenzar y acabar por el mismo punto?
OBJETIVO: FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

*Investiga ahora estas representaciones.
¿Puedes justificar la razón?*



¿Cuáles pueden comenzar y acabar en puntos distintos?

OBJETIVO: FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

Teorema de Euler : Caminos y circuitos eulerianos

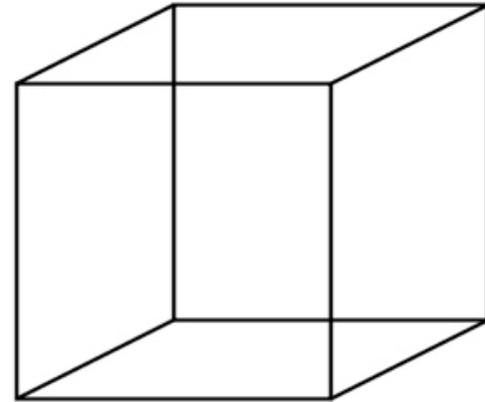
¿Recorremos la Península?



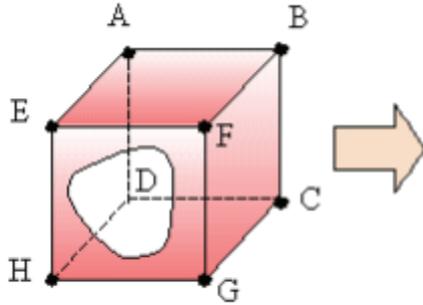
Teorema de Euler : Caminos y circuitos eulerianos



¿Podemos hacer figuras con este alambre de una sola tirada?

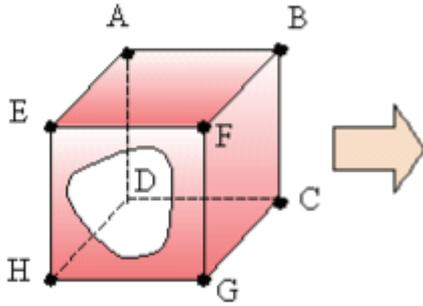


¿Aplanamos poliedros? Diagramas de Schlegel.



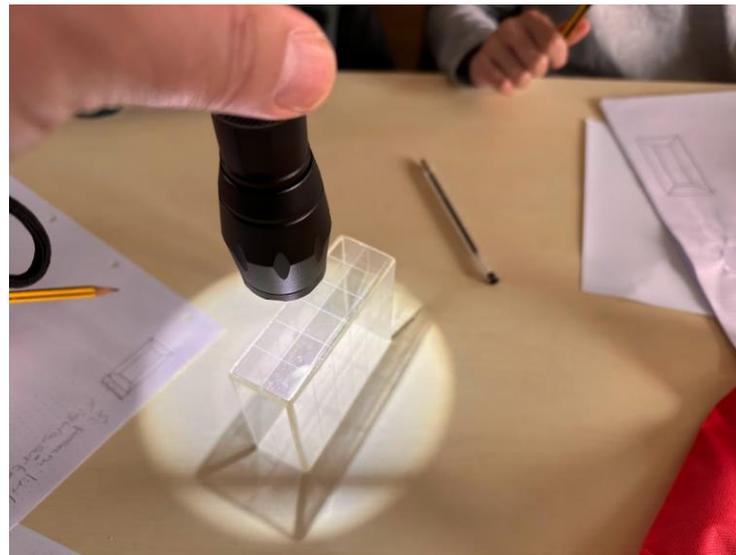
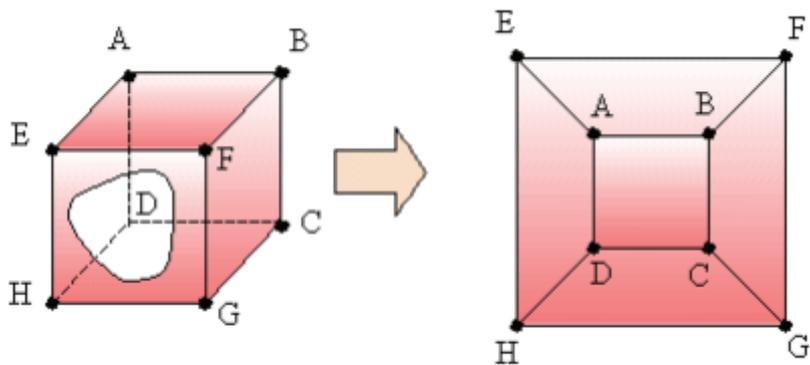
¿Cuál es el grafo que representa?

¿Aplanamos poliedros? Diagramas de Schlegel.

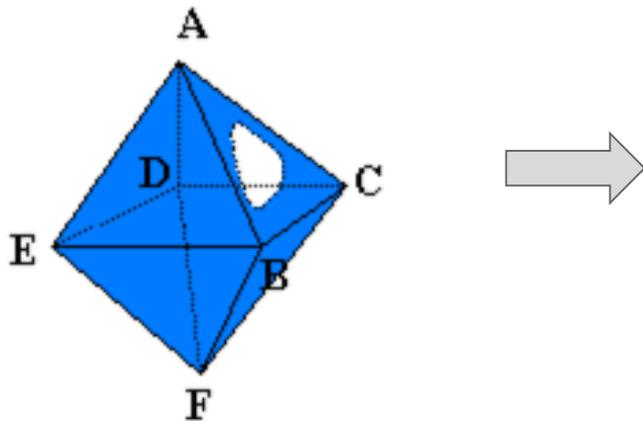


¿Cuál es el grafo que representa?

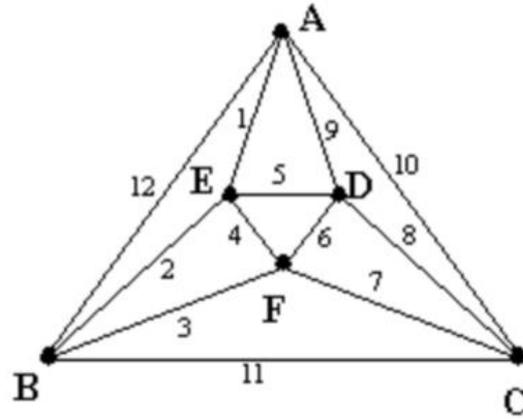
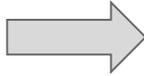
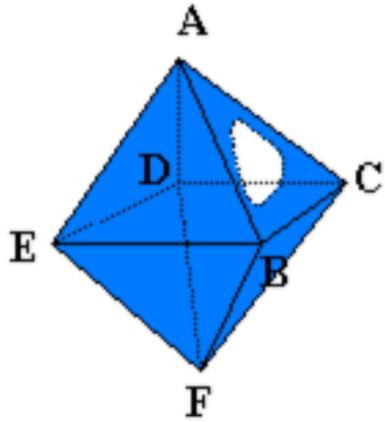
¿Aplanamos poliedros? Diagramas de Schlegel.



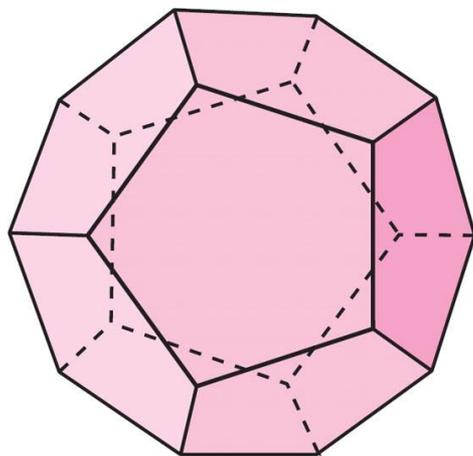
¿Aplanamos poliedros? Diagramas de Schlegel.



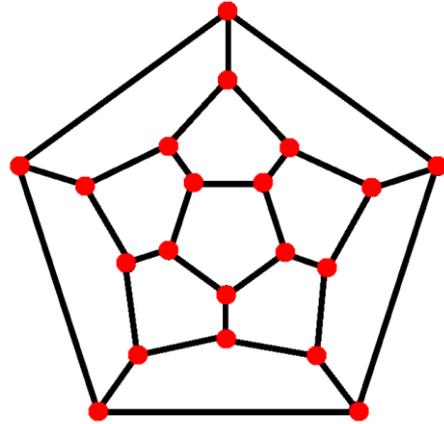
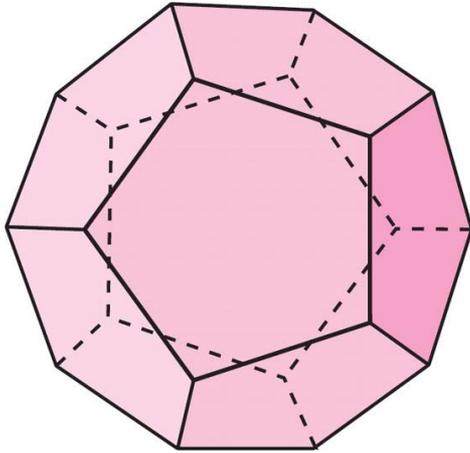
¿Aplanamos poliedros? Diagramas de Schlegel.



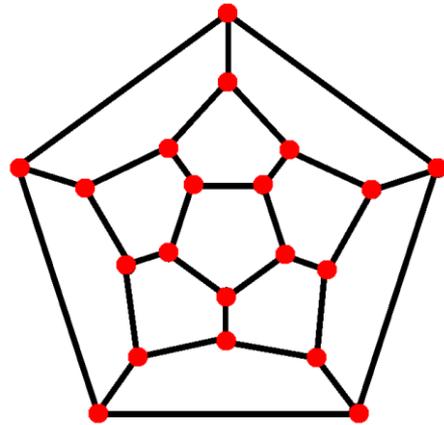
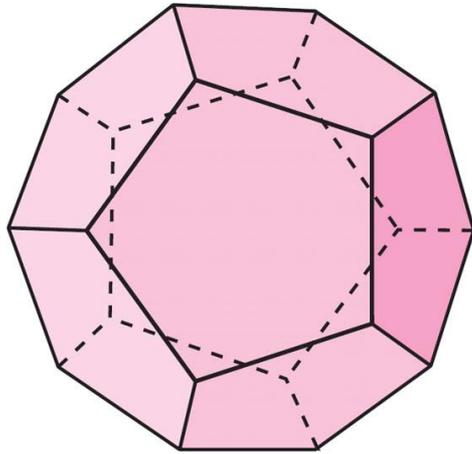
¿Aplanamos poliedros? Diagramas de Schlegel.



¿Aplanamos poliedros? Diagramas de Schlegel.

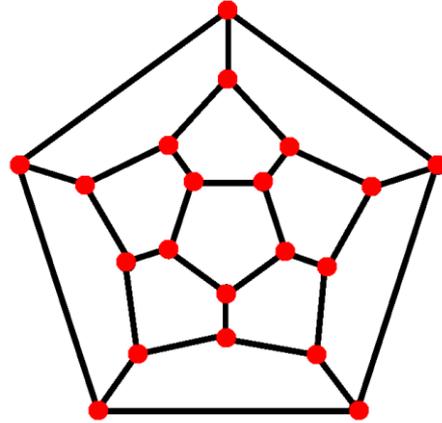
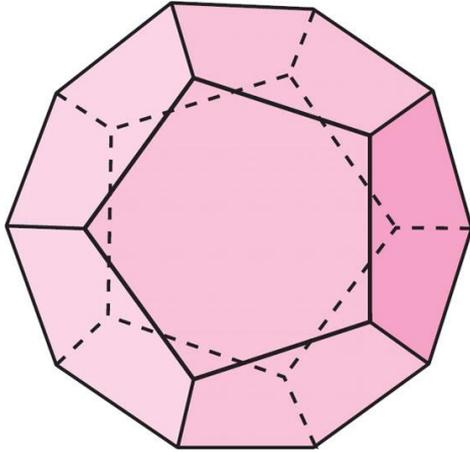


Recordamos una fórmula: Fórmula de Euler

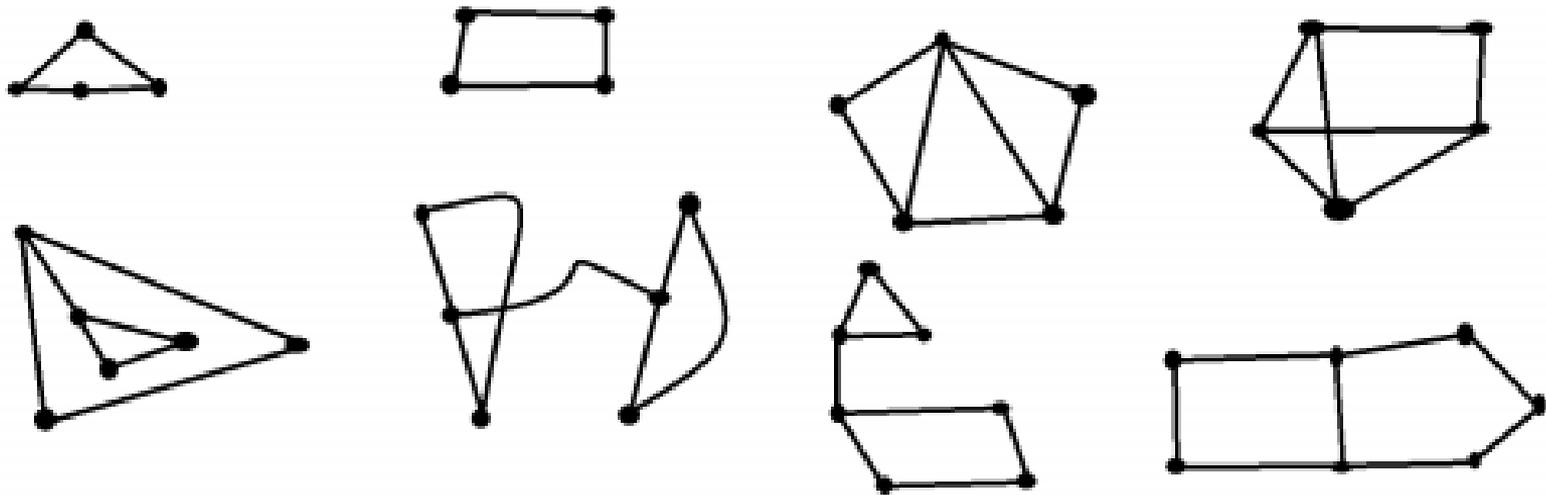


Fórmula de Euler

¿Es cierta en los grafos?



¿Isomorfismos de grafos? ¿La forma importa?



¿Cómo podemos definir correctamente este concepto?

¿Isomorfismos de grafos? ¿La forma importa?



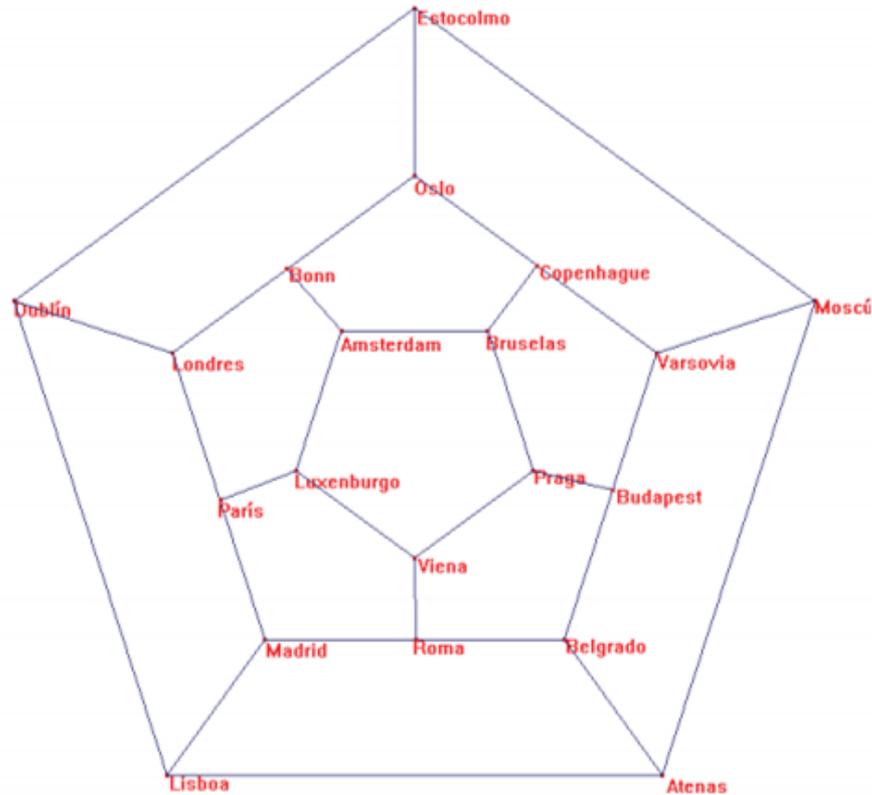
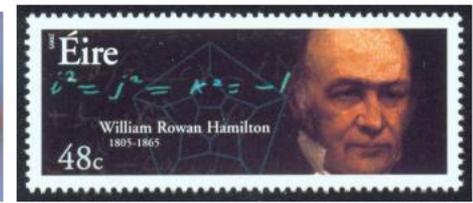
¿Qué nos dice la intuición?

- ¿Bastará con decir que tienen el mismo número de vértices?
- O ¿con el mismo número de aristas?

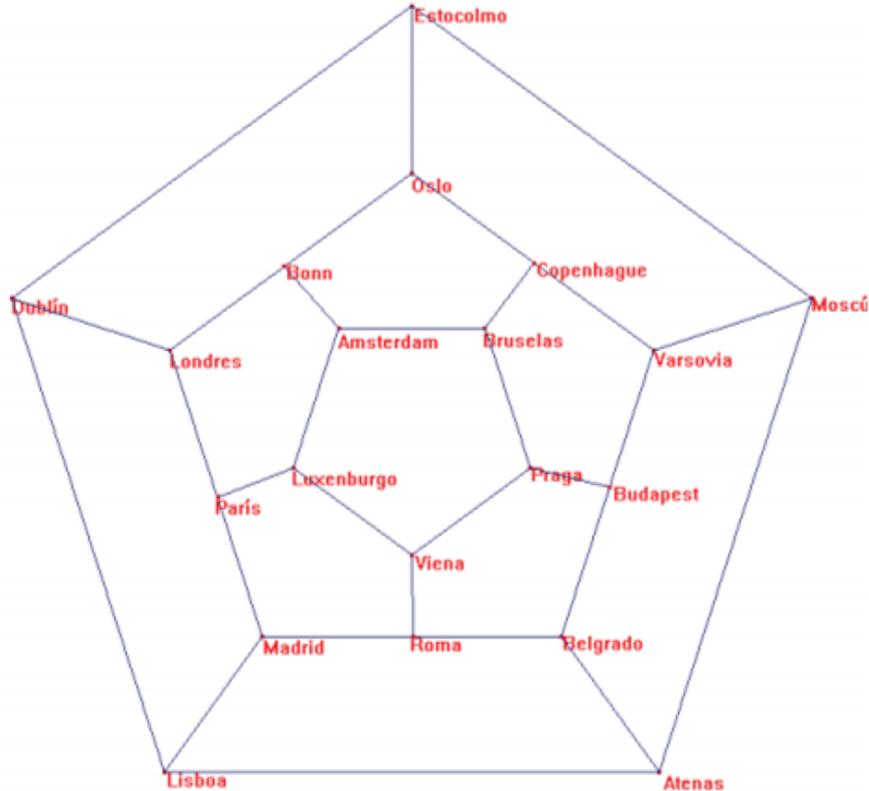
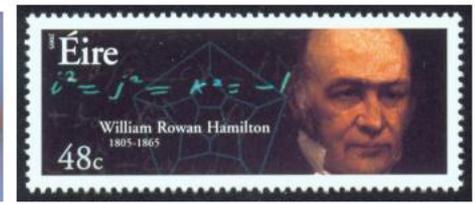


¿Cómo podemos definir correctamente este concepto?

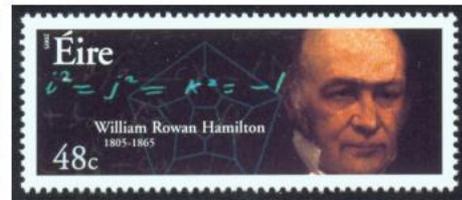
¿Viajamos por Europa?



¿Viajamos por Europa?



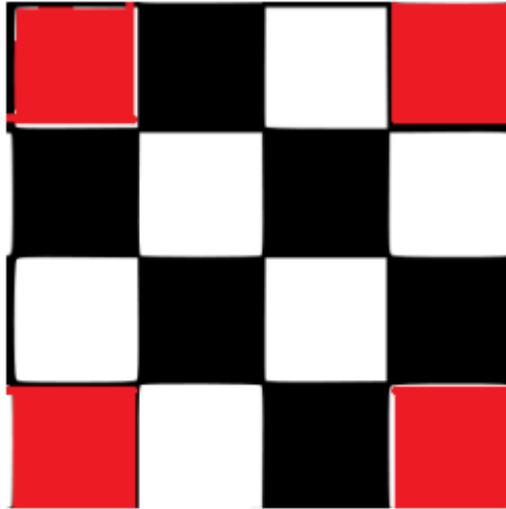
¿Los problemas **siempre** tienen solución única?



Investigamos caminos y ciclos hamiltonianos

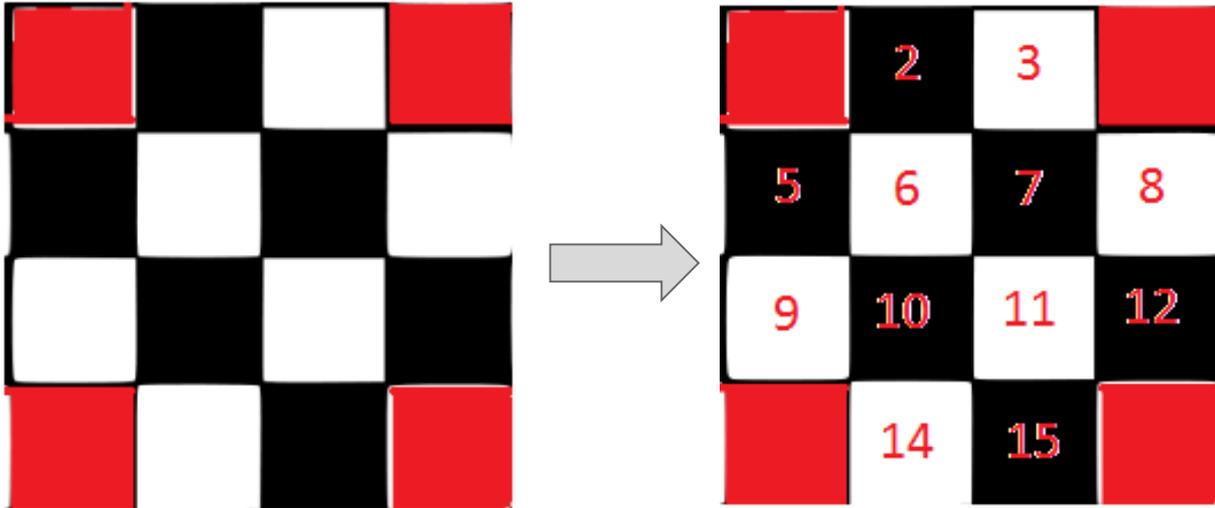


El salto del caballo



Idea clave: A veces la dificultad está modelar adecuadamente la situación
¿Qué serán los vértices? ¿Y las aristas?

El salto del caballo



5 14 7 9 15 6 12 3 10 8 2 11 5

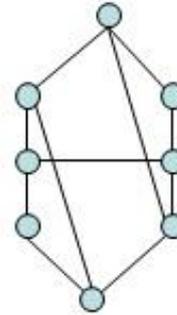
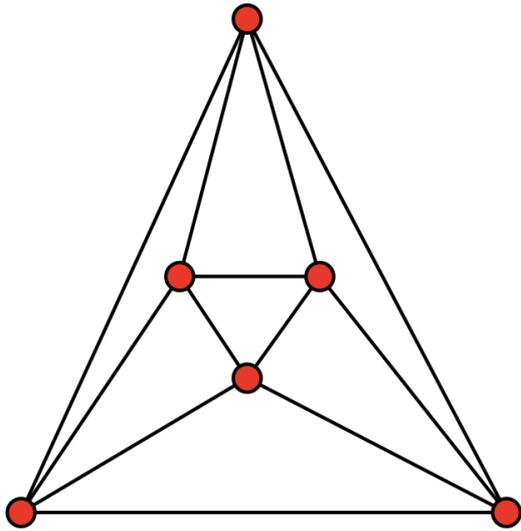
El salto del caballo: Una curiosidad del genio Euler

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 48 | 31 | 50 | 33 | 16 | 63 | 18 |
| 30 | 51 | 46 | 3 | 62 | 19 | 14 | 35 |
| 47 | 2 | 49 | 32 | 15 | 34 | 17 | 64 |
| 52 | 29 | 4 | 45 | 20 | 61 | 36 | 13 |
| 5 | 44 | 25 | 56 | 9 | 40 | 21 | 60 |
| 28 | 53 | 8 | 41 | 24 | 57 | 12 | 37 |
| 43 | 6 | 55 | 26 | 39 | 10 | 59 | 22 |
| 54 | 27 | 42 | 7 | 58 | 23 | 38 | 11 |

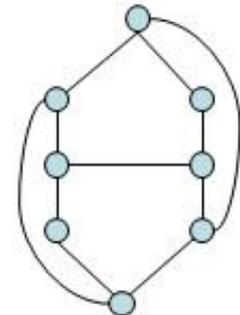


AMPLIFICACIÓN DEL TEMA:

Investigar sobre Gráfos Planos....Asignatura pendiente!!!

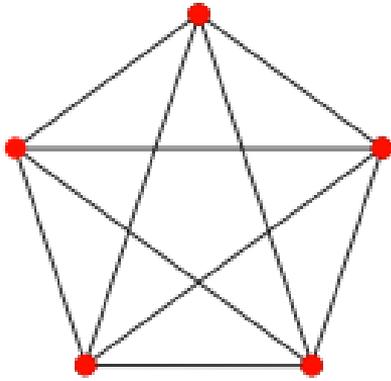


Grafo planar

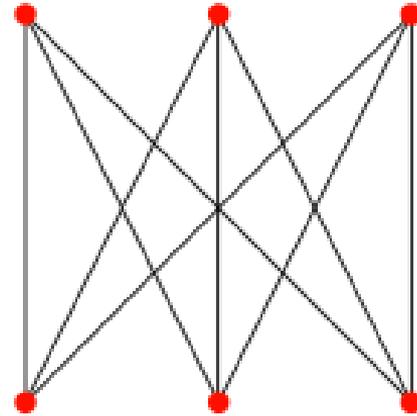


Grafo plano

Gráfos Planos... ¿Cómo lo podemos demostrar?



K_5



$K_{3,3}$

Teorema de Kuratowski(1930)

¿Investigamos alguna relación?

$$A \leq 3V - 6$$

Teorema de Kuratowski(1930)



Muchas gracias a todos!!!