
# Buscando modelos matemáticos: “El caso de las malas notas”

Enrique Hernando Arnáiz
La Merced-Jesuitas, Burgos
EsTalMat CyL

Santiago de Compostela, 9 de Abril de 2011

"Un estudiante de escuela secundaria regresó a su hogar contando que su maestra/profesora de matemáticas estaba descontenta con las calificaciones de sus alumnos en una prueba escrita que habían realizado sobre funciones, atribuyéndolo a que quizá las preguntas propuestas habían sido un tanto difíciles. La maestra decidió "ajustar" esas calificaciones usando un factor de corrección de esta forma: si la calificación original era $x$, en una escala de 0 a 100*, pasaría a ser $10\sqrt{x}$. Es decir, si la calificación inicial fue $x = 81$, la corregida sería $y = 90$".

- Arcavi, A. (2007). El desarrollo y el uso de los símbolos. Uno. Revista de las matemáticas, nº 44, 59-75.

# Introducción:
# Los “padres” de este alumbramiento...

Viaje en coche a Granada. XIII JAEM. Julio de 2007:

dos profesores de EsTalMat...

## <u>IDA: 830 km</u>

Temas nuevos de EsTalMat (no en currículum de Secundaria).

☑ Modelado/modelizado*: Interesante. Deficitario y trabaja con funciones.

☑ Libros USA. Esquema montado a partir del modelado

COMAP: “Consortium for Mathematics and its Applications”

Modelling our world

Developing Mathematics through Applications

# Introducción:
# Los “padres” de este alumbramiento...

Conferencia plenaria de Abraham Arcavi. El caso del “mal” examen.

“¿CÓMO SE LE OCURRIRÍA A ESTA BUENA PROFESORA PRECISAMENTE ESTA FORMA DE MODIFICARLAS?”

## VUELTA: otros ¡830 km!

- Es un modelo con una función muy poco trabajada.
- Perfecto para el uso de las TIC’s (ordenadores, proyector, ...)
- Parece motivador:
  - Chic@s: el tema de las notas...
  - Profesores: ¿os ha pasado? ¿Y en oposiciones/tribunales?
- Pues parecen matemáticas “reales”
- Empezamos (en el coche) un pequeño estudio teórico

En Burgos
¡y con calor!

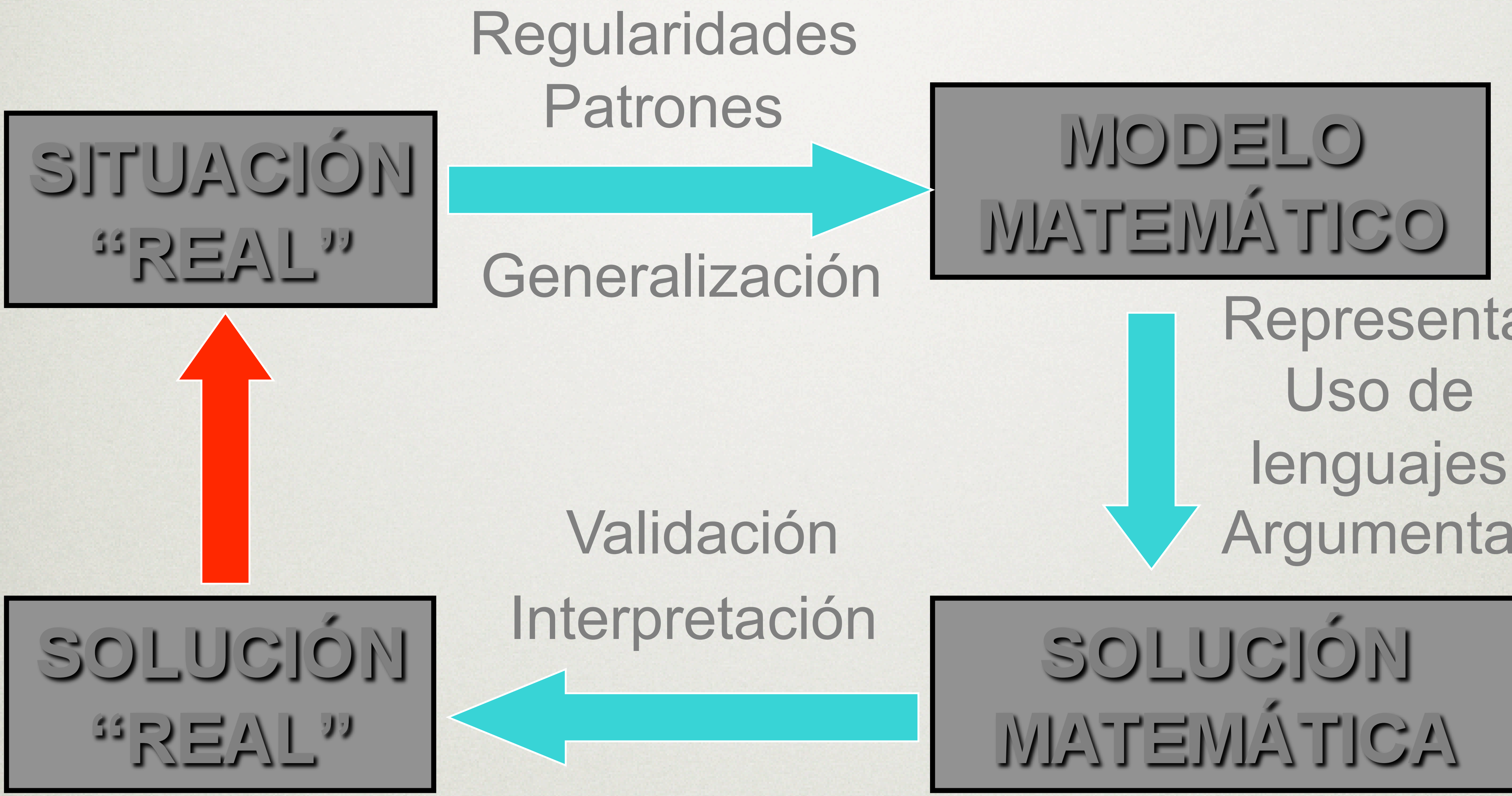
Constantino de la Fuente – Abraham Arcavi – y servidor

✓ Vamos a clase...

# Buscando modelos matemáticos: Primeros pasos

- ➡ 1.- IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA: Qué quieres encontrar? Haz observaciones generales. Plantea preguntas concretas acerca de lo que quieres averiguar.
- ➡ 2.- SIMPLIFICA Y HAZ SUPOSICIONES: Con qué magnitudes crearás el modelo? (que sean manejables)
- ➡ 3.- CONSTRUYE EL MODELO: Interpreta matemáticamente las relaciones que has encontrado. Usa el modelo para responder a las preguntas que te habías planteado.
- ➡ 4.- EVALÚA, REVISA E INTERPRETA: Tus observaciones sobre tu modelo. ¿Cómo es de exacto? ¿Se ajusta a los datos?

# Buscando modelos matemáticos: Primeros pasos




OCDE, MEC, INECSE:
*“Marcos teóricos de PISA 2300”*

# Buscando modelos matemáticos: Caso 1 - La policía científica

- Los forenses científicos, tan en boga en las series televisivas actuales, son llamados a menudo a la escena de un crimen en el que sólo quedan esqueletos (o partes de ellos) como evidencia. Algunas veces, en el intento de identificar el cuerpo, se les pide que determinen la altura del individuo a partir de los pocos huesos que han quedado.

A finales del siglo XIX se predecía la altura mediante razones. Por ejemplo, si H es la altura y F la longitud del fémur, se hacía H/F=3,72. Basándonos en este modelo, ¿cuánto te mide el fémur?

En la II Guerra Mundial, las fuerzas aliadas retocaron este modelo para identificar a soldados caídos en batalla: ¿Cuál será la variable independiente?, ¿el dominio razonable?, ¿el rango? (debate)

Se usó $H = 2,38F + 65$ (cm). Calcula la altura de una persona cuya longitud del fémur es 42,5 cm. Si alguien mide 170 cm, ¿Cuánto le medirá el fémur?

Explica cómo se pueden usar las gráficas para estimar estas cuestiones*

# Buscando modelos matemáticos: Caso 2 - El “camisero”

- Cuando compramos una camisa de caballero, no es necesario especificar las tallas tanto del cuello como de los puños. Parece que los diseñadores sólo necesitan la talla del cuello* para confeccionar una camisa que se ajuste tanto a él como a los puños del cliente. ¿Habrá una relación entre los tamaños del cuello y los puños en las camisas de hombre**?

•Decidimos recoger datos a modo de ejemplo

•identificar los factores que usaremos

•Suponemos que la circunferencia del cuello de una persona coincide con su talla.

•Además, como las camisas se compran por su talla de cuello, consideraremos esta circunferencia como variable independiente (la que elegimos) y el tamaño de la muñeca como variable dependiente (la calcularemos con nuestro modelo)

# Buscando modelos matemáticos: Caso 2 - El “camisero”

Planteamiento:

- Tomamos datos de los componentes de los 8 grupos (de 3/4 chic@s). Recojo y doy, aleatoriamente, seis datos de gente de otros grupos (más los suyos = 9 o 10.
- Buscamos la relación “funcional” entre los cm de cuello y los de puño del personal con la mayor precisión posible.
- Importante que los chicos dibujen sus propuestas a mano para la discusión. Ya usaremos después la tecnología.
- Haremos una especie de competición con las propuestas usando siete datos, aleatorios, suyos y el mío.

# Buscando modelos matemáticos: Caso 2 - El "camisero"

Convenios y procedimiento tras el debate previo:

- No usar números con más de 3 decimales.
- En general trabajan bastante bien, pero se desinflan después de 2 o 3 intentos.
- Aparece el concepto de error-residuo (gráficamente) para ver la precisión del modelo. Se observa que es la diferencia entre el valor de y real y el que predice tu modelo.
- Decidimos que es mejor no tener en cuenta los signos de los residuos para ver qué modelo es mejor (mejor cerca de modelo a que se compensen por encima y por debajo)

# Buscando modelos matemáticos: Caso 2 - El “camisero”

• La nota media de la clase, sin subir los resultados del examen, es de 3'75. En la clase hay 25 alumnos. (*)

Luego el sumatorio de sus notas es:

$\bar{x}\cdot 25 = \Sigma$; $3'75\cdot 25 = 93'75$   $\Sigma = 93'75$.

• Si queremos que la nota media sea 5:

$y=\frac{4}{3}x$

$\frac{\Sigma\cdot x}{25}=5$ → siendo "x" el porcentaje que tenemos que aumentar las notas.

$\frac{93'75\cdot x}{25}=5$

$93'75x = 125$

$x = 1'33$

Si x es =1, la nota no cambia 100%.

Luego 1'33, quiere decir que aumentamos la nota un 33% ⟹ $y = 1'33x$

Otro Criterio

• $\boxed{y=\frac{5x}{4}}$ → 13 suspensos, 12 aprobados → 1 sobresaliente, 2 notables

Nota más alta

$\boxed{7'25 \rightarrow 9'1}$

(*) Notas

6 → 7'5
5'5 → 6'9
4'75 → 5'9
4'25 → 5'3
4 → 5

Cualquier nota menor de 4 suspende

⇓

Problema aun así la media es: $\bar{x}=3'75$; $3'75\cdot 25=\Sigma=93'75$

$\frac{5\Sigma}{4}=117'1875$; 117'1875 es el nuevo $\Sigma$: $\Sigma/25 = 4'6875$

De este modo la media no es +5, luego es suspenso

DIEGO SANTAMARÍA MATA

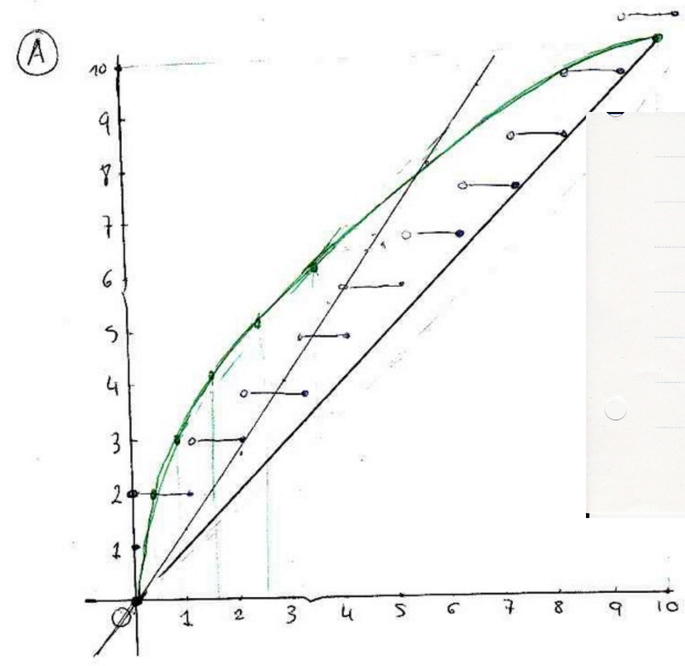
(A) FACTOR DE CORRECCIÓN: SUBIR UN PORCENTAJE   Carlos Usón.

x:5 $y=\frac{4x}{3}$ El valor por el que se multiplica la x, se obtiene al dividir la nota media que se quiere obtener (5) entre la nota media obtenida (3'75) (*)

(B) FACTOR DE CONVERSIÓN: APROXIMAR A LA ALTA Y SUMAR 1

Haciendo esto, la media subiría 1'34, dejándola en 5'09, cosa bastante centrada y correcta. Hay que aproximar a la alza los valores no exactos y sumar 1 a todos los valores, los exactos y los obtenidos al aproximar los no exactos. → ¿INJUSTA?

(A)




En negro → A
En azul → B
En verde → $\sqrt{10x}$

| | x (medida cuello) | y (medida muñeca |
|---|---|---|
| A | 30,1 | 15,8 cm |
| B | 28,8cm | 13,9 cm |
| C | 34,8 | 16,6 cm |

# Buscando modelos matemáticos: Caso 2 - El “camisero”

1er Año

prácticamente el mismo y muy sencillo.

| | Newton | Perro | Petros | Dios | Oxford | Diablo | Incógnita |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $y'=\frac{x}{2'023}$ | $y'=\frac{x-1}{2}$ | $y'=\frac{x-1'4}{2}$ | $y'=\frac{10x-17}{20}$ | $y'=0'48x$ | $y'=\frac{2}{9}x+9'136$ | $y'=\frac{x-1'2}{2}$ |
| | | | | | | | Residuos |
| A | | | | | | | 0'1 |
| B | | | | | | | 0'3 |
| C | | | | | | | 0'75 |
| D | | | | | | | 0'45 |
| E | | | | | | | 0'1 |
| F | | | | | | | 0'8 |
| G | | | | | | | 0'6 |
| H | | | | | | | 2'55 |
| | 0'86 | 0'706 | 0'706 | 0'95 | 0'813 | 0'83 | 0'706 |

Comparamos modelos para hallar el mejor. Se apuntan los residuos.

(Ancho, Puño)

A (33, 16) B (34'6, 17) C (37'9, 17'6) D (32'5, 15'2)

E (28'8, 13'9) F (32, 14'6) G (30, 15) H (41'5, 17'6) dudoso

Todas los grupos obtienen un residuo medio menor a 1 cm ¿habría que elegir otra medida?

# Buscando modelos matemáticos: “El caso de las malas notas”

# Buscando modelos matemáticos: “El caso de las malas notas”

- Volvemos al problema inicial de la profesora israelí y su mal examen. Tras los ejemplos y el ensayo de modelización anteriores planteamos de nuevo el caso de “arreglar” el mal examen retocando las notas.

- Abrimos el debate –como de costumbre–. ¿Qué debe cumplir un modelo que modifique al alza las malas notas producidas?...

- ¿Oportunidad, realismo, posibilidades, etc. de cada propuesta de modelo ?, Se producen debates, votaciones, descripciones de su “funcionamiento”... muy curioso.

Acuerdos (un poco dirigidos, pero...)

# Notación:
# “El caso de las malas notas”

- N=máxima nota posible (ISR=100, ESP=10)
- a=máxima puntuación obtenida por un alumno
- x=nota original del examen
- y=nota “maquillada”

# Condiciones:
# "El caso de las malas notas"

- "LA NORMA":

  Por un lado, parece lógico que los modelos o factores de corrección de los resultados de un examen deben cumplir lo que a partir de ahora denominaremos "la norma": si el rango posible de notas es el intervalo $[a, b]$ se debe cumplir que $f(a) = a$, que y que $f(a) = a \leqslant f(x) \leqslant f(b) = b, \forall x \in [a, b]$ ,

  es decir, las notas corregidas no deben salirse del intervalo de notas permitidas.

# Condiciones:
# “El caso de las malas notas”

- “LA JUSTICIA”:

  Por otra parte, otra condición que deberán cumplir nuestros modelos de corrección es la condición que llamaremos de “justicia”: una nota inferior en la prueba no puede resultar, una vez hecha la corrección, por encima de notas originalmente superiores, es decir:

  si $x_1 < x_2 \Rightarrow y_1 = f\left(x_1\right) < y_2 = f\left(x_2\right)$

# Condiciones:
# “El caso de las malas notas”

- “LA JUSTICIA (2)”:

  Otra cuestión: Si la idea es que la nota corregida nunca sea menor que la original –queremos mejorar las malas notas, es decir, que el factor de corrección aplicado beneficie siempre al alumno–, tenemos que ampliar esta condición de “justicia” con una segunda condición (de muy fácil y eficiente verificación gráfica además): el gráfico de la función del factor de corrección que usemos no sólo debe ser monótono creciente (condición anterior), sino además estar por encima del gráfico de la función identidad $f(x) = x$

# Propuesta Didáctica: “El caso de las malas notas”

- Actividad 1.1

“Un/a estudiante de escuela secundaria israelí regresó a su hogar contando que su profesora de matemáticas estaba descontenta con las calificaciones de sus alumnos en una prueba escrita que habían realizado sobre funciones, atribuyéndolo a que quizá las preguntas propuestas habían sido un tanto difíciles. La maestra decidió “ajustar” esas calificaciones usando un factor de corrección en forma de función, $y = f\left(x\right)$, en el que la calificación original, en una escala de 0 a 100 usual en aquel país, era “x” y pasaría a ser “y” una vez corregida. Es decir, si la calificación inicial fue $x = 81$, la corregida sería $y = f(81)$“.

¿Qué modelo recomendarías a la profesora de forma que corrija esas notas de la manera más razonable que se pueda?

# Propuesta Didáctica: “El caso de las malas notas”

- Las respuestas que obtendremos serán, normalmente, de los tipos*:

$$\boxed{y = x + C},$$

$$\boxed{y = x + \frac{r}{100}x},$$

$$\boxed{y = \begin{cases} Ent\left(x\right) + 1 \text{ si } x \notin \mathbb{N} \\ x \text{ si } x \in \mathbb{N} \end{cases}},$$

$$\boxed{y = \frac{N}{a}x}$$

# Propuesta Didáctica:
# "El caso de las malas notas"

- Actividad 1.2

Como seguro habrás pensado, el sistema educativo español no es exactamente igual en cuanto a las calificaciones de los exámenes. Aquí las notas están dentro del intervalo [0,10].

Vuelve a definir los "factores de corrección" anteriores para que se adapten a nuestro criterio de puntuación. ¿Qué observas?

Prueba los factores que has obtenido con las notas que se obtuvieron en esta clase:

Tabla-1: Bajas calificaciones ¿no?

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| "NOTAS DEMASIADO MALAS" (BAJAS) $\bar{x} = 3'75$ | 1'5 | 3 | 2'5 | 6 | 4'5 | 7'25 | 3'75 | 5'5 | 3'5 |
| | 6 | 4'5 | 5 | 1'5 | 3 | 0'25 | 2 | 4 | |
| | 5'5 | 4 | 3'25 | 4'75 | 2'75 | 4'25 | 3'5 | 2 | |

Estudia cómo hacen cambiar la nota media los factores de corrección que propones...

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

- Es especialmente interesante estudiar el asunto de las nuevas medias. ¿Hace falta calcular las nuevas notas de cada alumno para poder determinarlas? En el primer caso, el de sumar una cantidad, por ejemplo, se tendrá:

$$y = x + C \Rightarrow \bar{y} = \frac{(3+C) + (1,25+C) + (6+nC) + \ldots}{25} =$$

$$= \frac{(3+1,25+6+\ldots) + 25C}{25} = \bar{x} + C$$

- Y en el caso de multiplicar por una cantidad dada "m":

$$y = mx \Rightarrow \bar{y} = \frac{(3m) + (1,25m) + (6m) + \ldots}{25} = \frac{m\,(3+1,25+6+\ldots)}{25} = m\bar{x}$$

# Propuesta Didáctica: “El caso de las malas notas”

- Actividad 2

La situación anterior tiene una segunda parte: “La profesora israelí decidió transformar las notas usando el modelo $y = 10\sqrt{x}$, que transforma, por ejemplo una nota de 81 en otra de 90 puntos”.

Averigua con qué nota original se conseguía, una vez corregida con este factor, aprobar el examen (obtener 50 puntos, según el sistema israelí).

Encuentra el factor, equivalente al que utilizó la profesora aludida, adaptado a las notas del sistema educativo español. Represéntalo gráficamente y analiza sus ventajas e inconvenientes.

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

$$y = \sqrt{10x}$$

Aquí se suele obtener como ventaja el que cumple "la norma":

$$f\left(0\right) = 0, \; f\left(10\right) = 10$$

y también que cumple con "la justicia":

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f\left(x_1\right) < f\left(x_2\right)$$

Como inconveniente suele aludirse a que $f\left(2,5\right) = 5$ y, sin embargo, $f\left(8,1\right) = 9$ .

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

- Actividad 3

Averiguar el factor equivalente al de la actividad anterior para los casos en los que el intervalo de posibles calificaciones que un estudiante puede obtener en el examen sean las siguientes:

Tabla-2: Modelos de corrección adaptados al abanico de notas

| Intervalo de notas | Modelo de corrección |
|---|---|
| $[0,100]$ | $y=10\sqrt{x}$ |
| $[0,10]$ | $y=\sqrt{10x}$ |
| $[10,50]$ | |
| $[-5,5]$ | |
| $[a,b]$ | |

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

$$
\begin{aligned}
[0,100] \Rightarrow \quad & y = 10\sqrt{x} \\
[0,10] \Rightarrow \quad & y = \sqrt{10x} \\
[10,50] \Rightarrow \quad & y = \sqrt{40\,(x-10)} + 10 \\
[-5,5] \Rightarrow \quad & y = \sqrt{10\,(x+5)} - 5 \\
[a,b] \Rightarrow \quad & y = \sqrt{(b-a)\,(x-a)} + a
\end{aligned}
$$

# Propuesta Didáctica: “El caso de las malas notas”

- Actividad 4.1

Si ahora quedamos en que el intervalo en el que varían las notas es el español, [0,10], pero buscamos otros factores de corrección similares a $y = 10\sqrt{x}$ modificando alguna de sus características, ¿qué otros factores se podrían utilizar para variar las malas notas?

Hay que tener en cuenta que podemos variar el índice de la raíz, los exponentes del “10” y de la “x”, introducir factores... Además deberían cumplir “la norma” y ser “justos”.

Representa gráficamente los factores que surjan e indica sus características, ventajas, inconvenientes, ...

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

- Actividad 4.2

Haz un estudio similar con los siguientes factores:

$$y = \sqrt[3]{10^2 x},\ y = \sqrt[3]{10x^2},\ y = \sqrt[4]{10^3 x},\ y = \sqrt[4]{10x^4},\ \ldots$$

¿Qué particularidades se observan según se van variando uno y otro exponentes y el índice de la raíz? Apoya tus respuestas con las representaciones gráficas necesarias

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

- Actividad 5

Vamos a generalizar ahora el estudio fijándonos en los siguientes factores: $F_n(x) = \sqrt[n]{10^{n-1}x}$ y $G_n(x) = \sqrt[n]{10x^{n-1}}$.

Si hacemos $n = 2$, ¿qué conocido factor obtenemos para la corrección de las notas? ¿Es el mismo en ambos casos?

Calcula, para algunos de los primeros valores del índice "n", el valor de la nota original que consiga que la nota corregida sea un aprobado, es decir, por un lado el "x" tal que

$$F_n(x) = 5,\ n = 2, 3, 4, ...$$

y también el que lo consiga con el otro factor:

$$G_n(x) = 5,\ n = 2, 3, 4, ...$$

¿Qué conclusiones podemos sacar acerca del comportamiento de esas dos familias de posibles factores de corrección?

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

- Las dos familias cumplen "la norma"...
- En cuanto a la nota a partir de la cual se aprueba, resolviendo las ecuaciones:

$$F_n\left(x\right) = \frac{N}{2};\ G_n\left(x\right) = \frac{N}{2}$$

$$F_n \to x = \frac{1}{2^n}N;\ G_n \to x = \frac{1}{2^{n/n-1}}N$$

$$n = 2 \to x_F = \frac{N}{4},\ x_G = \frac{N}{4}; n = 3 \to x_F = \frac{N}{8},\ x_G = \frac{N}{\sqrt{8}};$$

$$n = 4 \to x_F = \frac{N}{16},\ x_G = \frac{N}{\sqrt[3]{16}}; \ldots$$

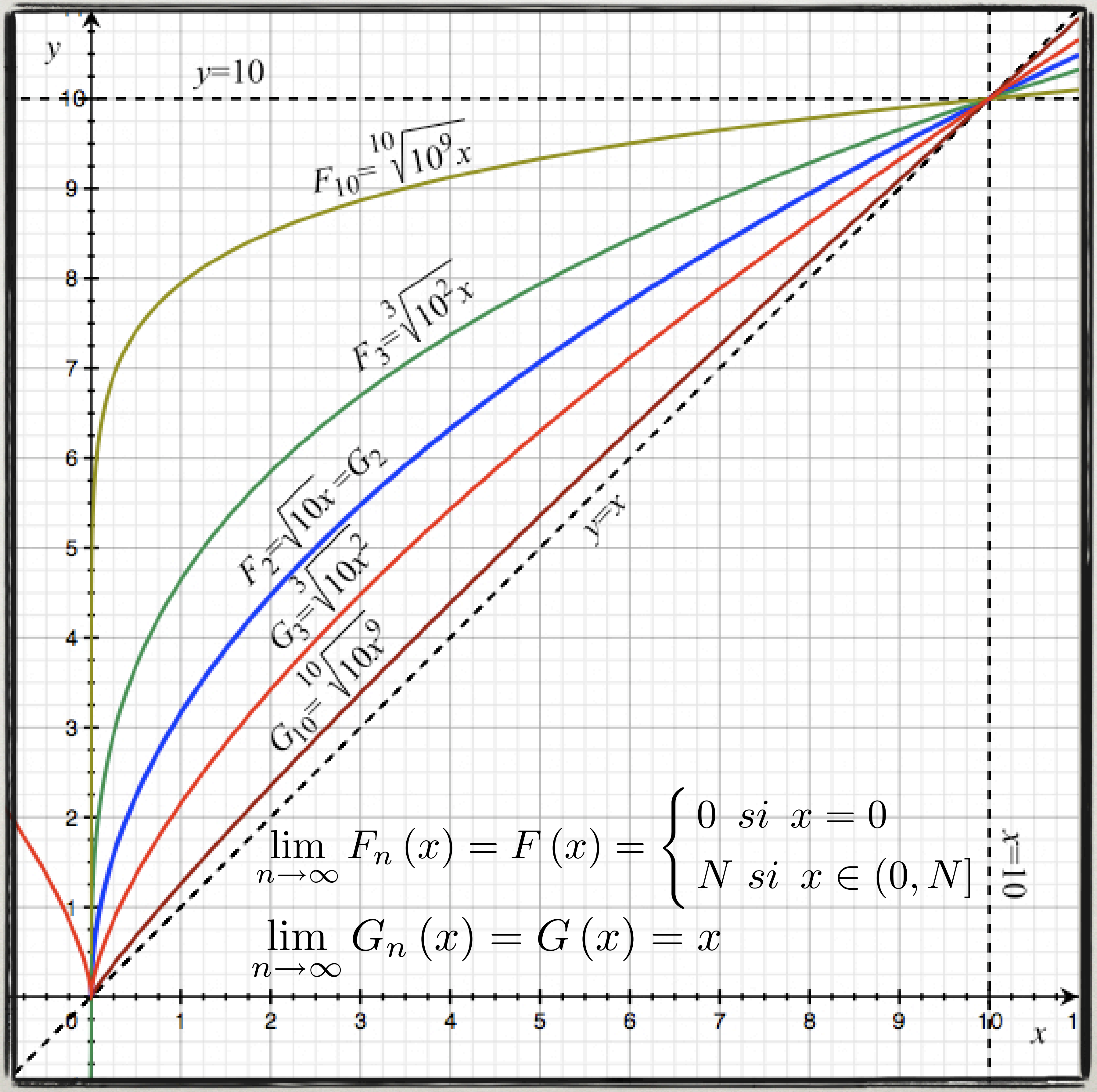
- Un poco de Análisis y veremos la forma que tienen... :

# Propuesta Didáctica:
# "El caso de las malas notas"

- Actividad 6

Dado el rango de valores en que se puede mover el resultado de un examen, los factores "F" y "G" son funciones de cuyo dominio sólo nos interesa el intervalo [0,10]. Calcula, para cada nota, el límite cuando el índice "n" tiende a infinito. ¿Hacia qué función tienden los factores "F"? ¿Y los "G"?

¿Se te ocurre alguna idea acerca del estilo con el que van a "maquillar" las notas cada uno de ellos?



y
y=10
$F_{10}=\sqrt[10]{10^9 x}$
$F_3=\sqrt[3]{10^2 x}$
$F_2=\sqrt{10x}=G_2$
$G_3=\sqrt[3]{10x^2}$
$G_{10}=\sqrt[10]{10x^9}$
y=x
x=10
x
$\lim\limits_{n\to\infty} F_n(x) = F(x) = \begin{cases} 0 \ \ si \ \ x=0 \\ N \ \ si \ \ x \in (0,N] \end{cases}$
$\lim\limits_{n\to\infty} G_n(x) = G(x) = x$

# Propuesta Didáctica: “El caso de las malas notas”

- Actividad 7

  Si pensamos que, dada la suma dificultad que tenía el examen, una nota de 2 puntos se debería transformar en el deseado aprobado, es decir, en un 5, ¿podríamos calcular el menor valor del índice “n”, con el que se consigue si usamos el factor “F”?

  ¿Y si elegimos cualquier nota de partida para conseguir el deseado aprobado, a partir de qué índice (natural) se consigue?

  Generalizamos resolviendo $F_n(2) \geqslant 5$ (en “n”)

# Propuesta Didáctica: “El caso de las malas notas”

- Actividad 8

Vamos a plantearnos la situación inversa: el examen ha sido demasiado fácil y queremos, por el motivo que sea, ajustar las notas “a la baja”. Propón posibles factores de corrección que sirvan, con los condicionantes que ya nos son familiares, para disminuir las notas.

Estudia, para los factores que creas pueden ayudarnos a resolver esta nueva situación, algunos de los detalles que trabajamos en las actividades anteriores (seguramente te vuelva a ser de ayuda representarlos gráficamente): cómo se adapta a distintos rangos de notas, cómo se puede introducir e ir variando algún posible parámetro, tendencias, hasta qué valor de la nota original (mayor que 5, pues el factor las baja) no se consigue el aprobado una vez corregida, cómo conseguimos un factor con el que logremos que sólo se apruebe a partir de la nota que nos parezca…

Puedes, a modo de ejemplo, poner a prueba la eficacia de tus factores “reductores” con este grupo de resultados especialmente buenos:

# Propuesta Didáctica:
# “El caso de las malas notas”

Tabla-3: ¿Demasido buenas notas?

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| “NOTAS DEMASIADO BUENAS” | 7 | 8’5 | 5 | 6’75 | 9’5 | 4 | 6’5 | 5’75 | 3’25 |
| (ALTAS) | 3’5 | 10 | 5’25 | 4’5 | 9’75 | 7’25 | 9 | 9 | |
| $\bar{x} = 6'5$ | 8’5 | 7’75 | 8 | 6 | 1 | 6’25 | 8 | 4’5 | |

- Seguimos con subir las notas ¡qué buenos profes somos!

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

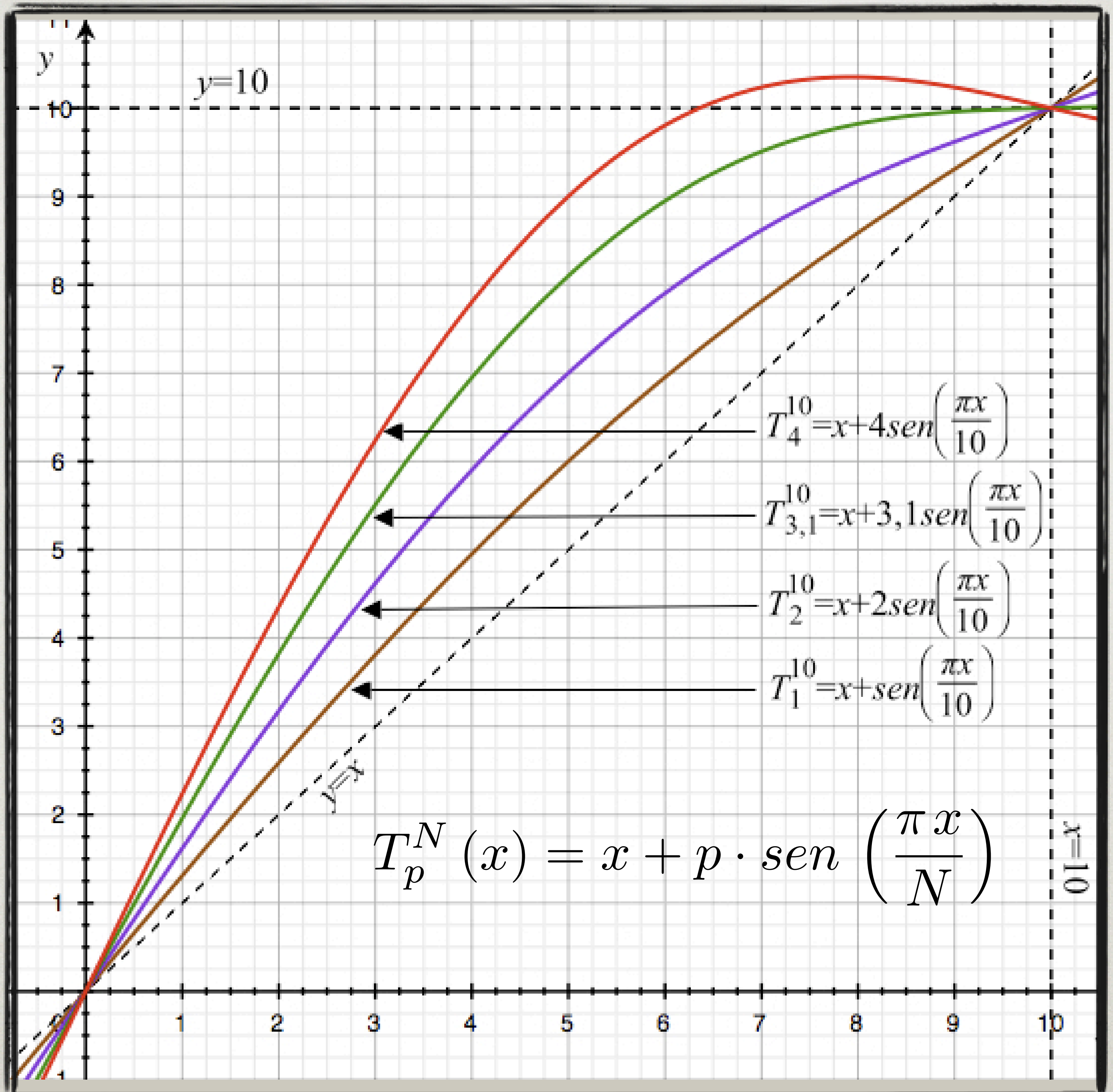
- Actividad 9

Comprueba que las siguientes funciones trigonométricas:

$$y = x + \left(1 - \cos\frac{\pi x}{5}\right),\; y = x - \left(1 - \cos\frac{\pi x}{5}\right)$$

también se pueden usar a modo de factores de corrección similares a "F" y "G" (cumplen los requisitos). ¿Qué tipo de situación problemática en cuanto a los posibles resultados "extraños" de un examen podría resolver cada una*?

Haz sus representaciones gráficas y analiza las semejanzas y diferencias que hay entre ellas.



y
y=10
x
x=10
y=x
$T_4^{10}=x+4sen\left(\frac{\pi x}{10}\right)$
$T_{3,1}^{10}=x+3,1sen\left(\frac{\pi x}{10}\right)$
$T_2^{10}=x+2sen\left(\frac{\pi x}{10}\right)$
$T_1^{10}=x+sen\left(\frac{\pi x}{10}\right)$
$T_p^N(x)=x+p\cdot sen\left(\frac{\pi x}{N}\right)$

# Propuesta Didáctica:
# "El caso de las malas notas"

- Actividad 10

  Construye algún factor de corrección de tipo logarítmico que sirva para mejorar las calificaciones de un examen respetando las condiciones estipuladas. Análogamente, busca alguno de tipo exponencial para modificarlas a la baja.

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

$$y = b \cdot \log_a (x+1) \Rightarrow b = \frac{N}{\log_a (N+1)}$$ para que y(10)=10

$$y(x) = \frac{N}{a^N - 1}(a^x - 1)$$ inversa de la anterior

Sorpresa: la base no influye casi nada en su funcionamiento

# Propuesta Didáctica: “El caso de las malas notas”

- Actividad 11

Encuentra algún factor de corrección trigonométrico que mejore las notas cuando éstas son menores que 5 y, sin embargo, las empeore cuando son mayores que cinco.

Haz lo mismo pero para cuando se desea el efecto contrario: baja aún más la nota a los que están por debajo de 5 y favorece a los que sacaron mayor puntuación.

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

- Actividad 12

Deseamos unos factores un poco raros (y clasistas): que suba las notas a los que tienen puntuación par (su parte entera, lógicamente) y que se la baje, sin embargo, a los que la tienen impar. Un factor que consiga:

| INTERVALO | EFECTO DEL MODELO |
|---|---|
| $(0,1)$ | Sube la nota |
| $(1,2)$ | Baja la nota |
| $(2,3)$ | Sube la nota |
| | |
| $(9,10)$ | Baja la nota |

O el factor del "enchufado":

$$y = \begin{cases} 10 \ si \ x = nota \ del \ enchufado \\ x \ si \ x \neq nota \ del \ enchufado \end{cases}$$

# Propuesta Didáctica:
# “El caso de las malas notas”

- Actividad 13 (y última, pero “gorda”)

  “El no va más”. Diseña nuevos tipos de factores de corrección que se ajusten a distintas necesidades utilizando otros tipos de funciones. Comprueba gráficamente su idoneidad y, a partir de sus características, inventa situaciones que puedan resolver o suavizar. Te damos algunos ejemplos de otras situaciones “curiosas” que se pueden dar cuando repasamos los resultados de un examen:

# Propuesta Didáctica: “El caso de las malas notas”

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| “NOTAS DEMASIADO EXTREMAS” | 9,25 | 8,5 | 1,5 | 7 | 3 | 2,25 | 9,5 | 8 | 6,5 |
| (POLARIZADAS) | 0,5 | 6,75 | 1,25 | 5,25 | 1,25 | 2 | 9,25 | 3,75 | |
| $\bar{x} = 5'25$ | 10 | 4 | 2,5 | 7,5 | 3,5 | 9 | 1 | 8,25 | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| “NOTAS DEMASIADO CENTRADAS” | 5,5 | 4,75 | 4 | 5 | 7 | 6 | 5,75 | 5,5 | 4,5 |
| (NO DISTINGUEN) | 4,5 | 3,5 | 5,5 | 6,5 | 5,75 | 5 | 4,5 | 4,5 | |
| $\bar{x} = 5'25$ | 5,25 | 5,5 | 4,75 | 5 | 6 | 5 | 6 | 6 | |

# Propuesta Didáctica: "El caso de las malas notas"

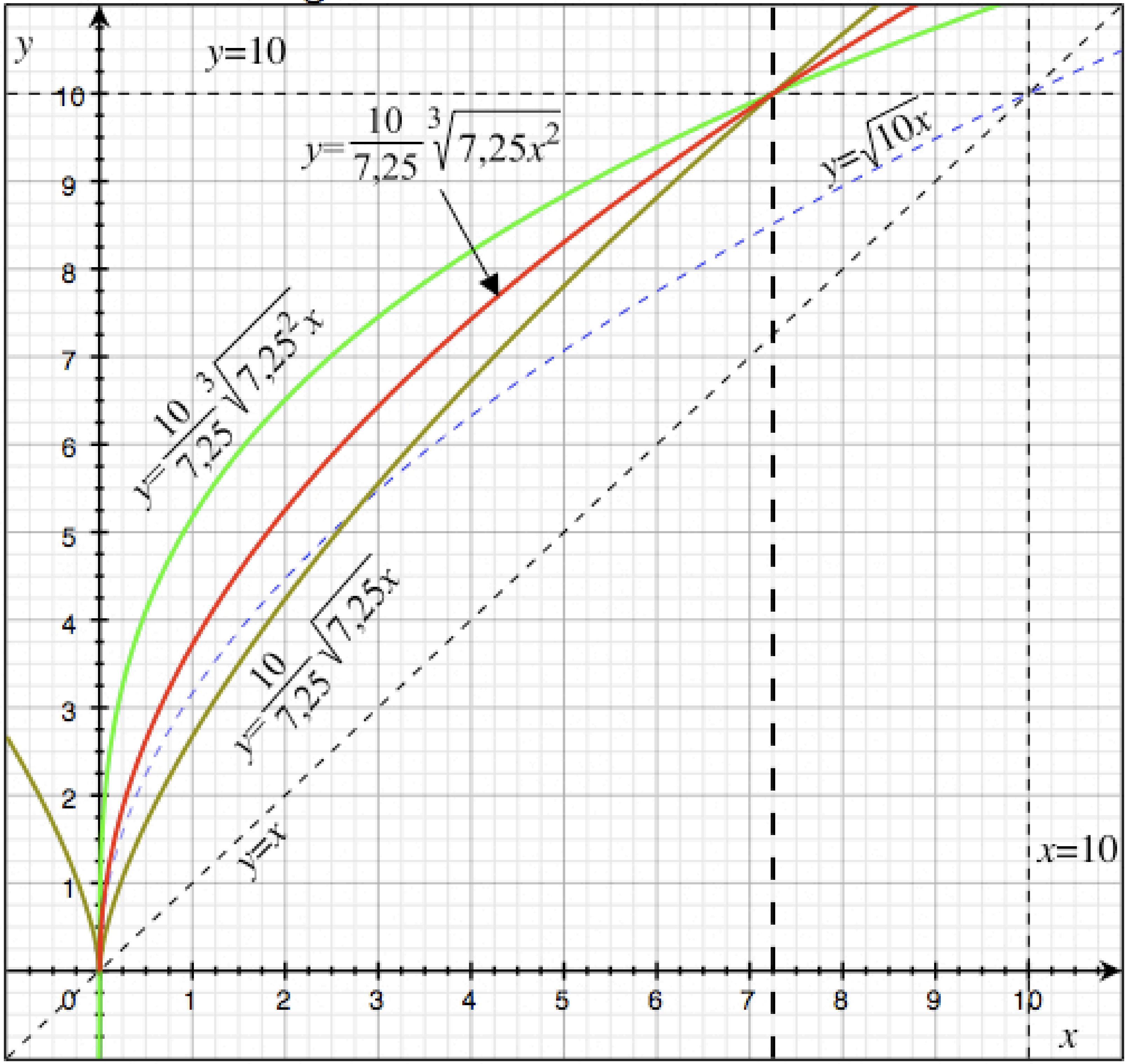
- El trabajo del profesor tiene dos vertientes: plantea secuencialmente las actividades (modera, frena,...) y orienta / ayuda a los grupos.

- El ambiente de clase es de gran interacción y colaboración entre los alumnos y con los profesores. Se deben producir periódicas puestas en común y debates entre chicos y grupos

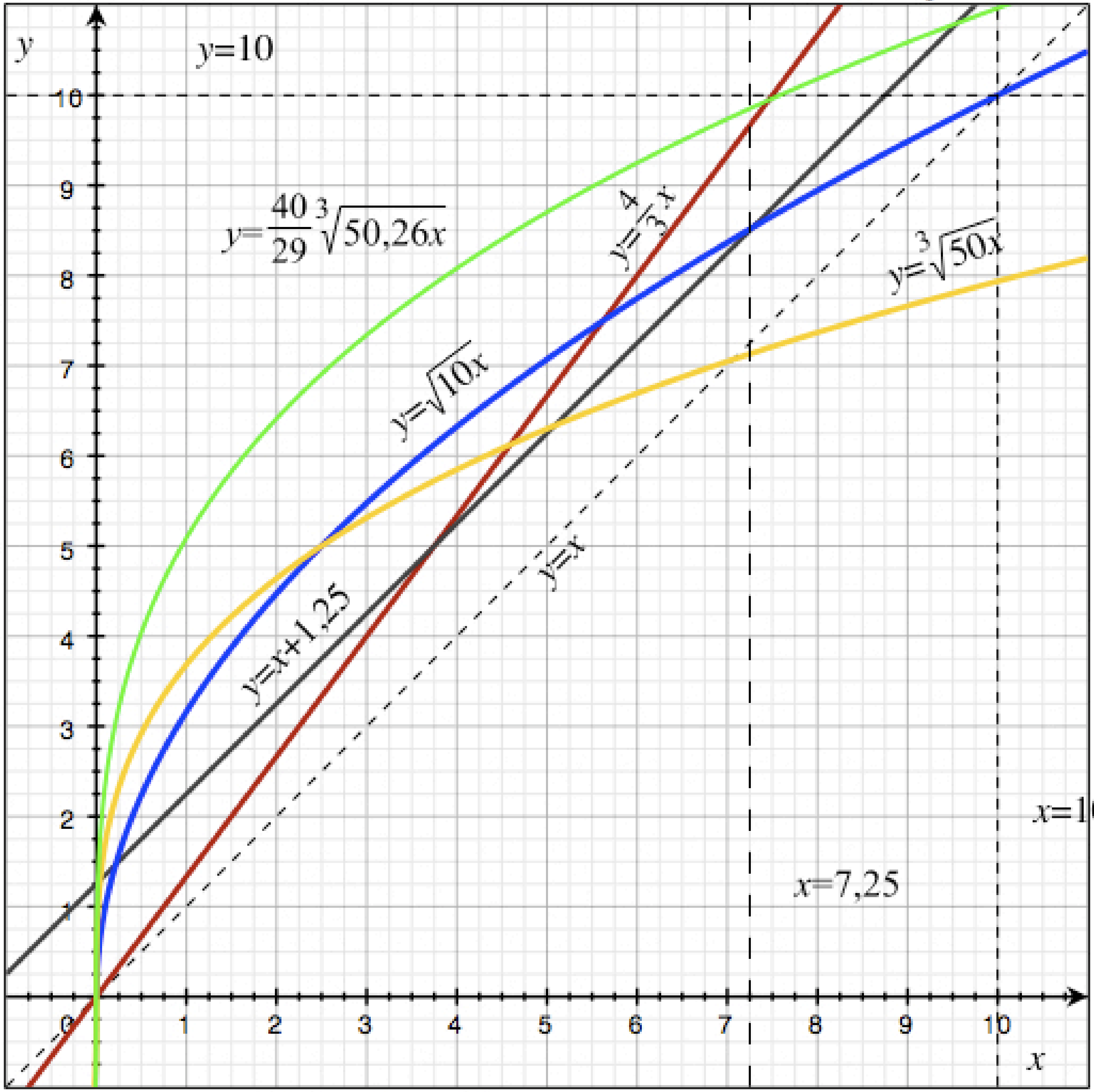
# Caja de Herramientas (tool kit)

Estudio de casos varios que fueron surgiendo...

"Factor radical generalizado cuando la nota máxima es 7,25"

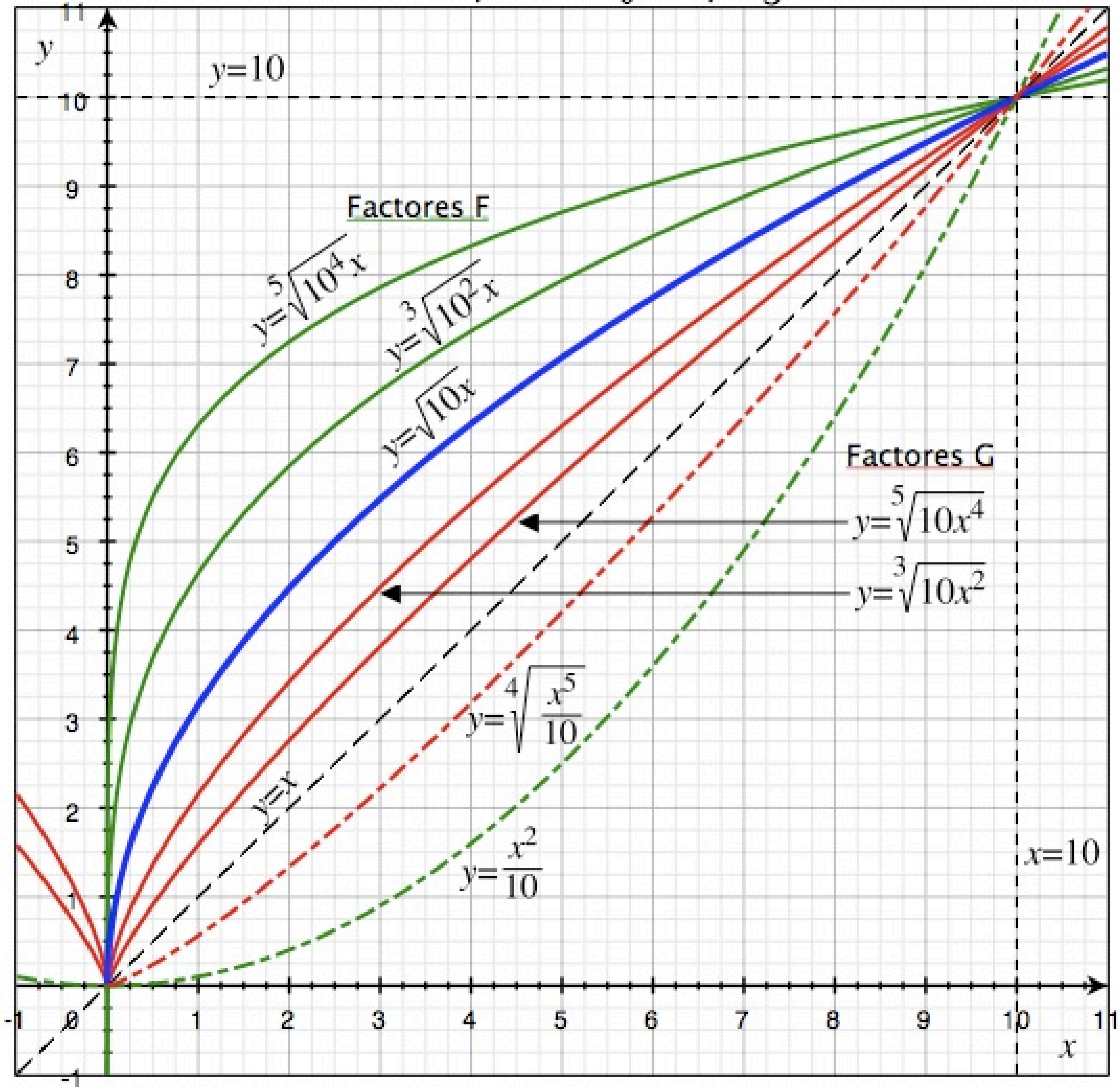


Factores de los chicos para "notas muy bajas"

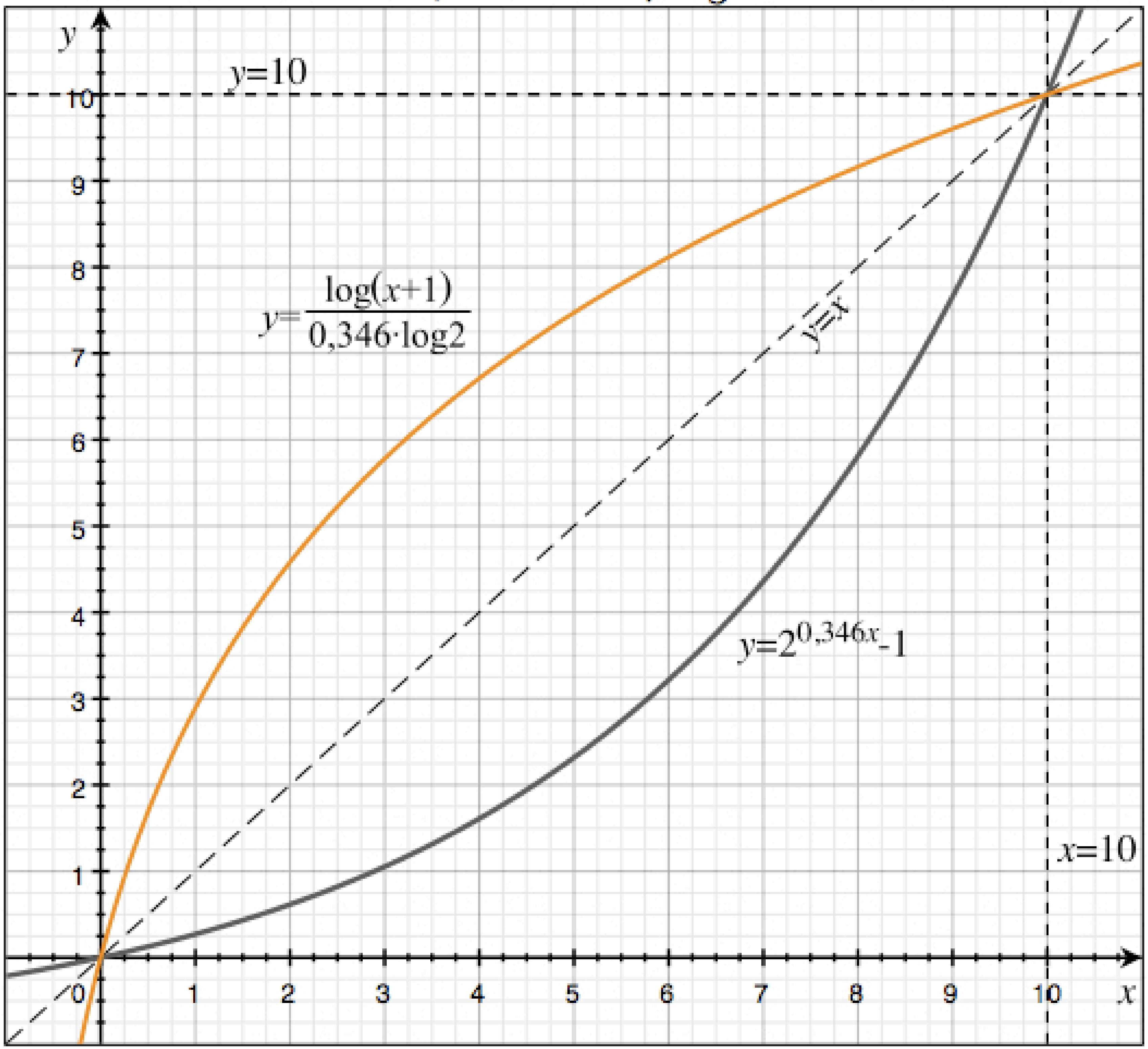



Todos transformaron antes el 7,25 en 10

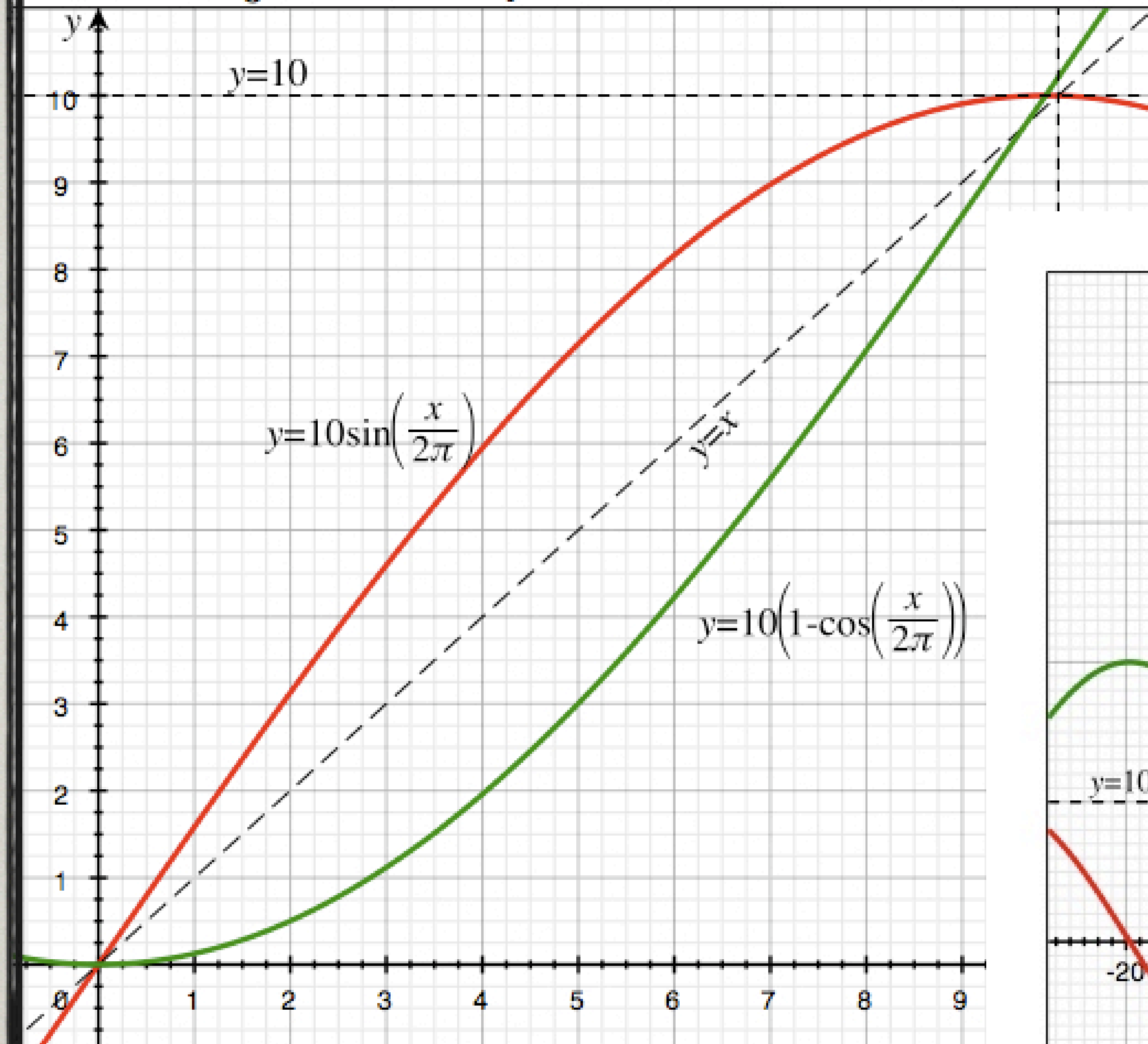
Factores "F" (verdes) y "G" (rojos) y algunos inversos



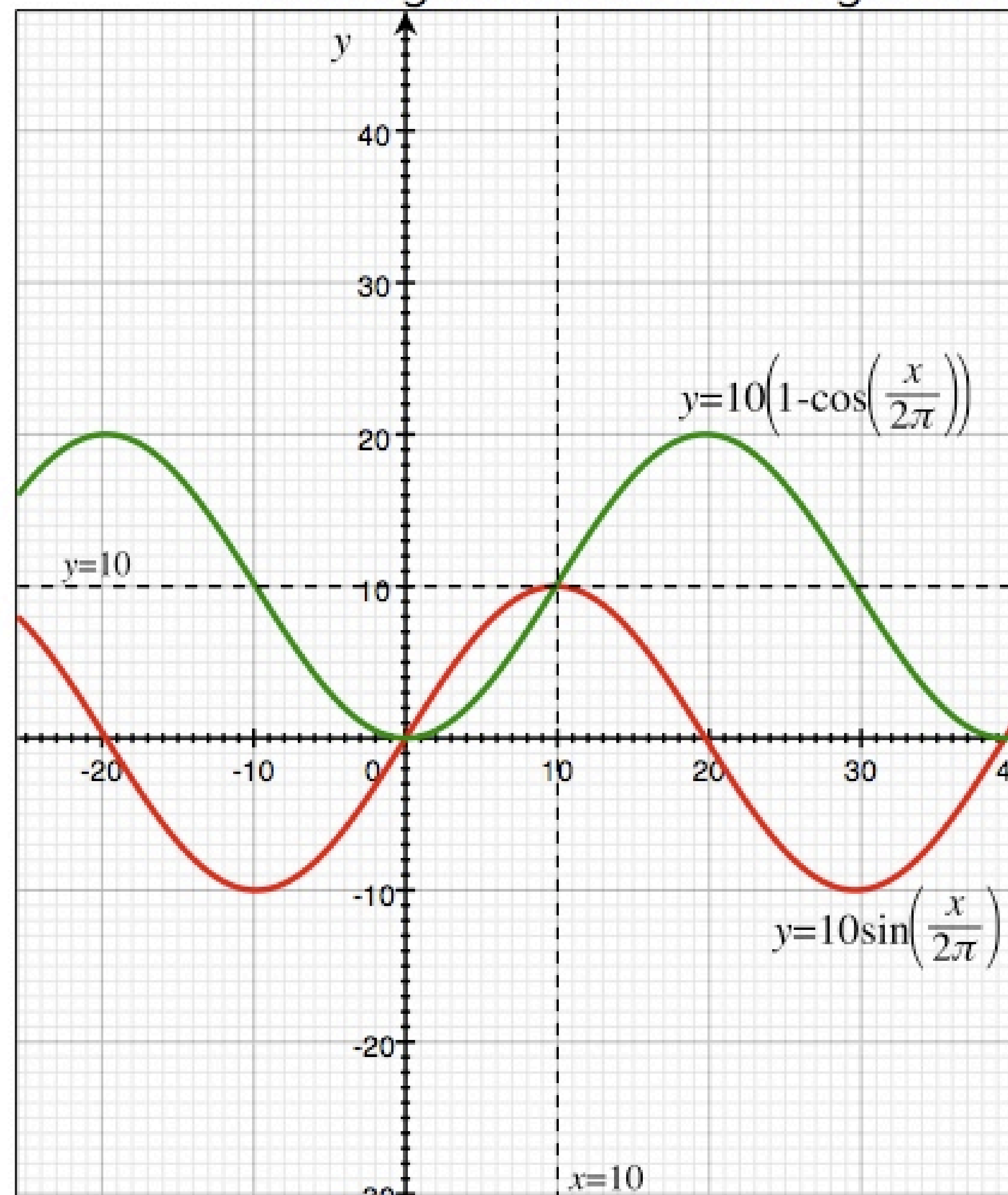
Factores exponenciales y logaritmicos



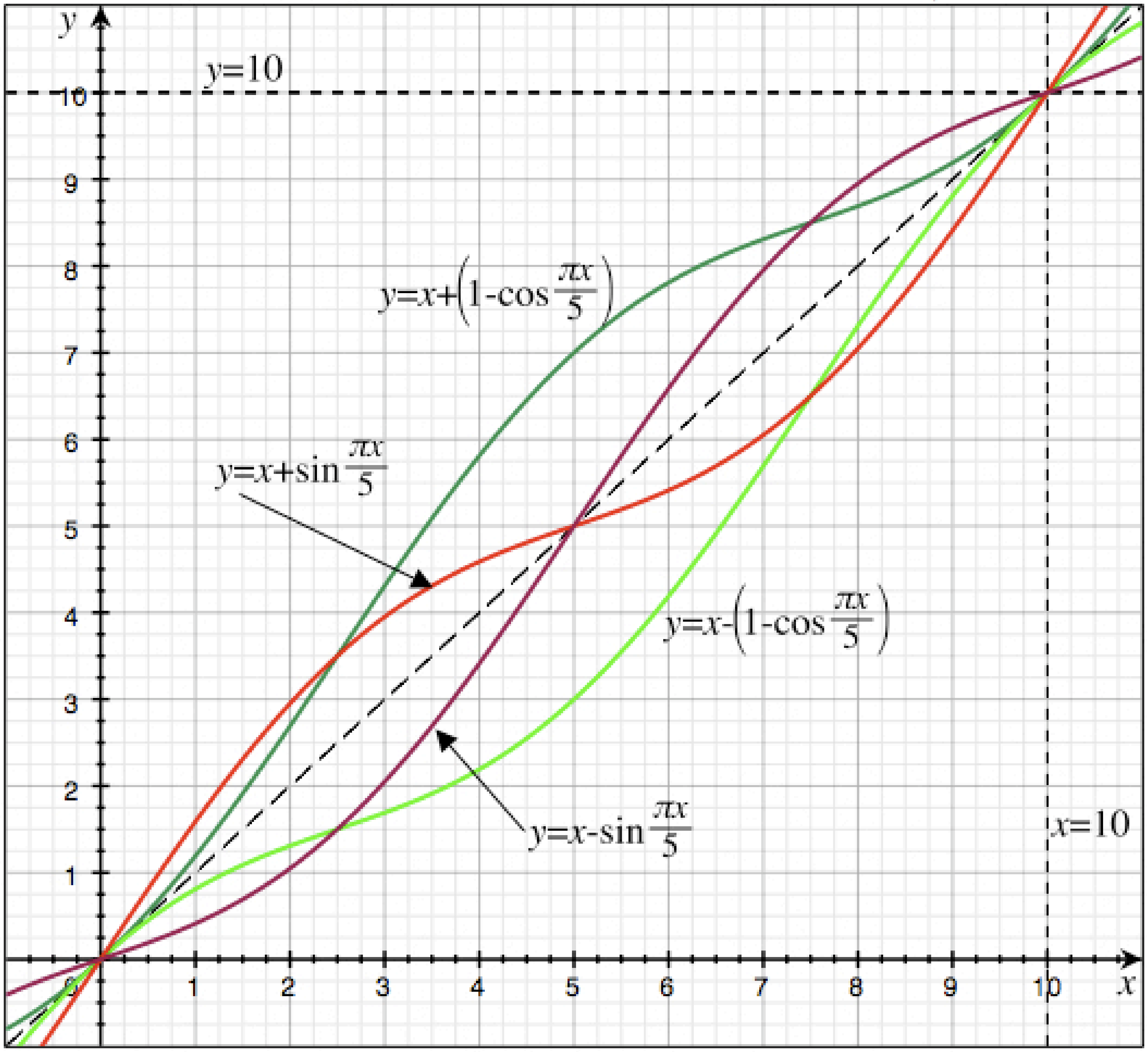
Factores trigonométricos ajustados para cumplir "la norma"



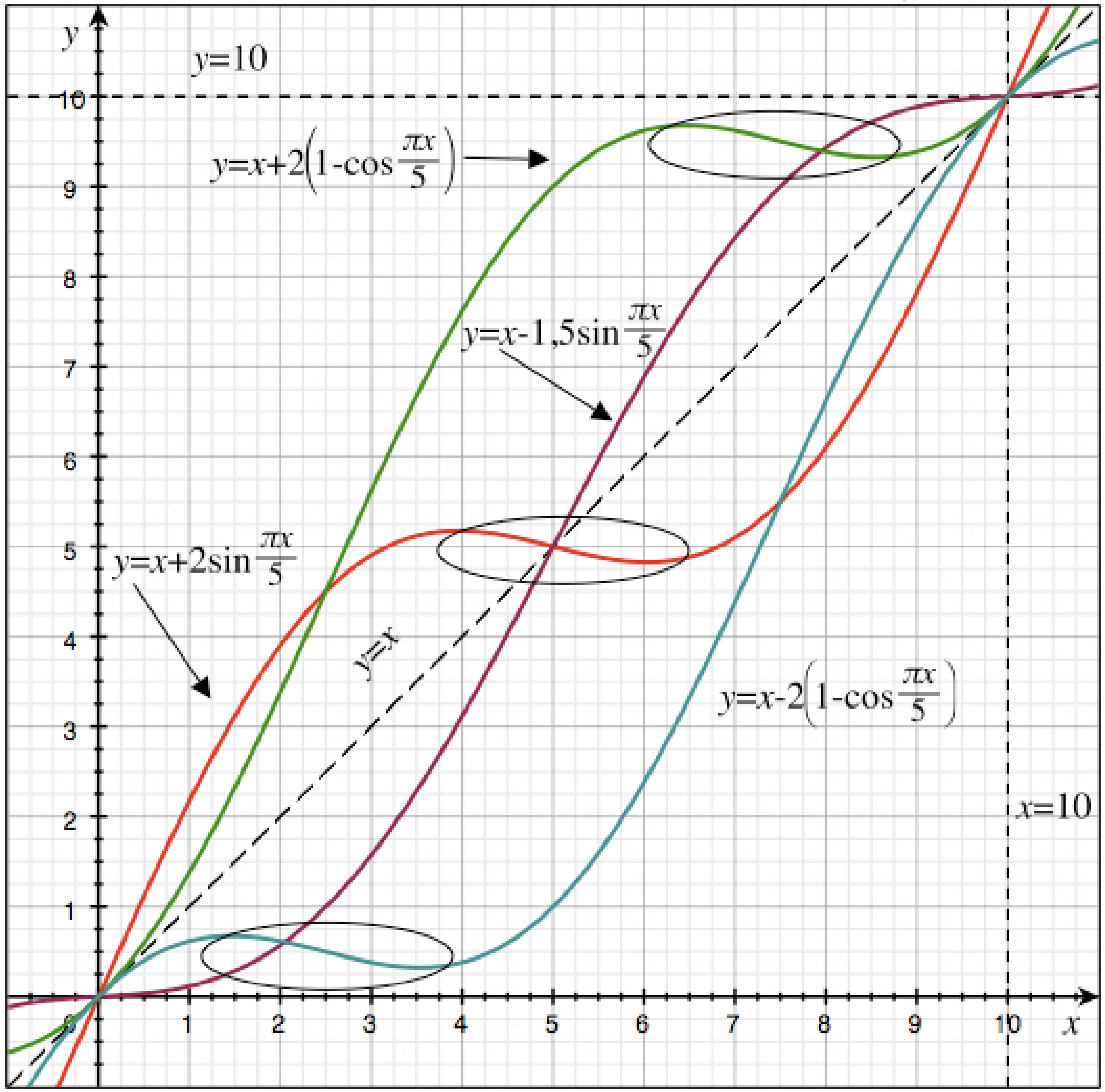

Fac. trigonométricos (vista general)



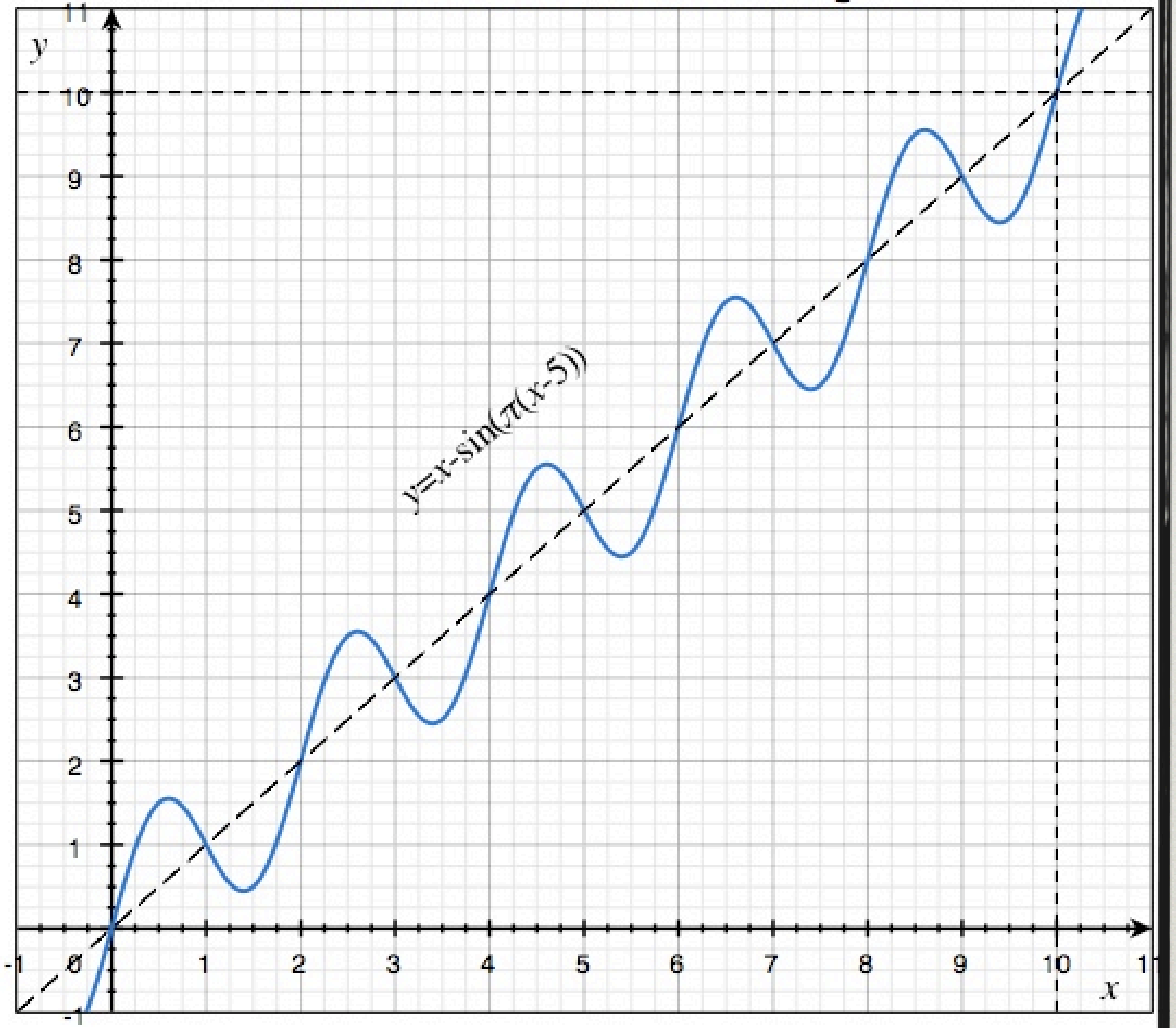
Fact. sinusoidales para remediar notas centralizadas y extremas



Fact. sinusoidales "por n" para remediar centralizadas y extremas



# Fact. sinusoidal. ¿Qué consigue?



# Buscando modelos matemáticos: “El caso de las malas notas”

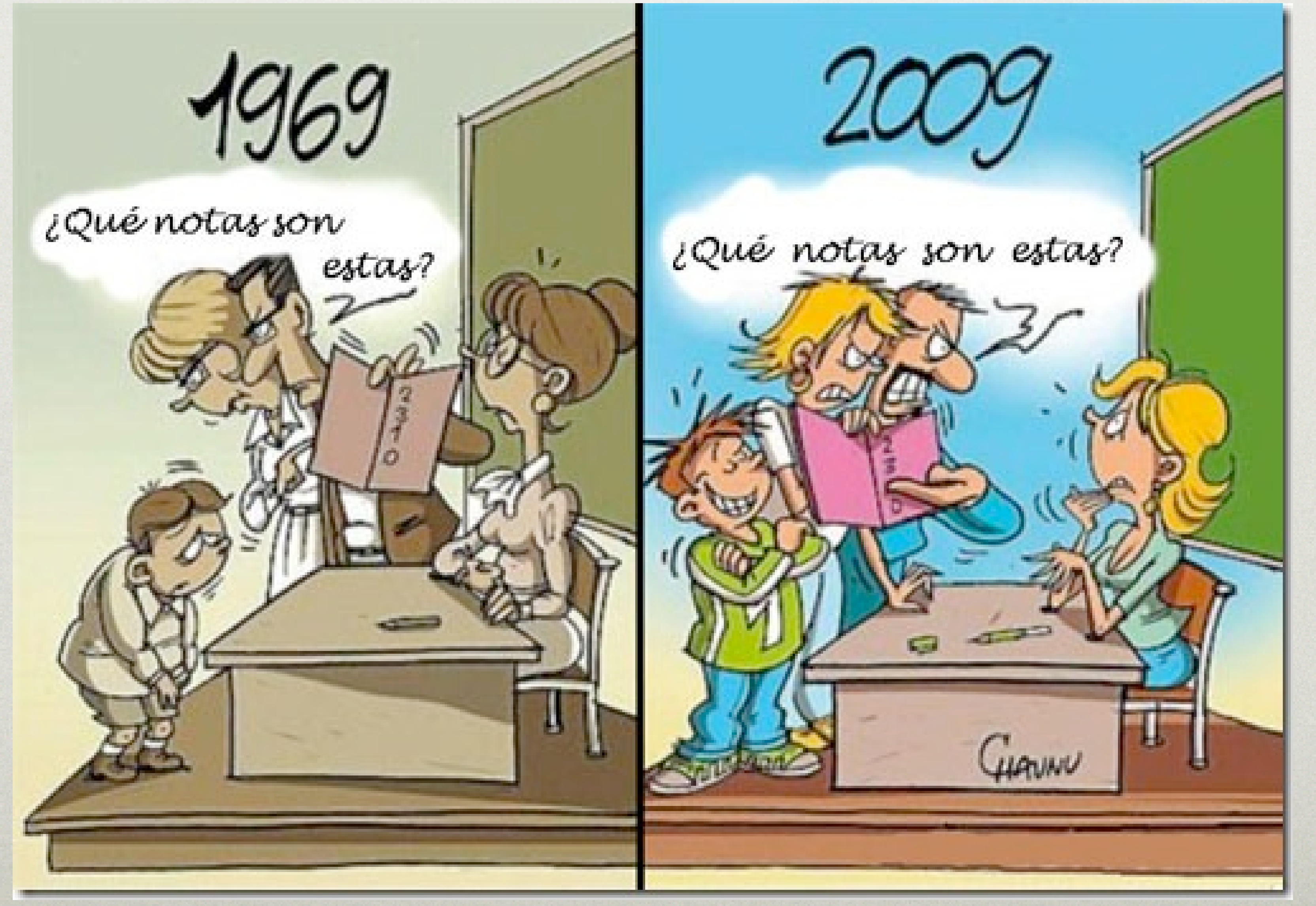
- Y estos son todos los ejemplos que tenía... Si queréis proponer alguno más...

  De todas maneras, compañeros (sobre todo de secundaria)...
  Para qué preocuparnos de las notas tal y como está la cosa, ¿no?

# Buscando modelos matemáticos: "El caso de las malas notas"

•Y estos son todos los ejemplos que tenía... Si queréis proponer alguno más...

De todas maneras, compañeros (sobre todo de secundaria)...
Para qué preocuparnos de las notas tal y como está la cosa, ¿no?



Muchas gracias

qsaurio@yahoo.es