



Real Academia de Ciencias
Exactas, Físicas y Naturales



AÑO JUBILAR
LEBANIEGO
2023·2024
CANTABRIA

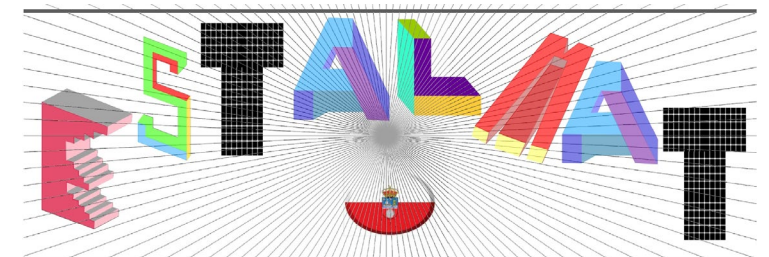


SOCIEDAD MATEMÁTICA
DE PROFESORES
DE CANTABRIA

Cuando la línea recta no es la más corta

Pablo Gómez Nicolás – Estalmat Cantabria

Abril 2024, XVI Seminario Nacional Estalmat



Promoción 2008-10



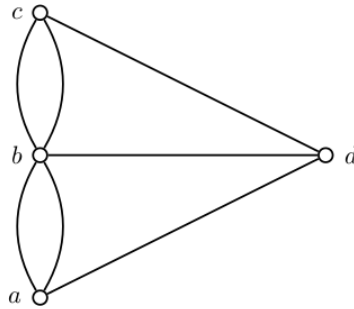
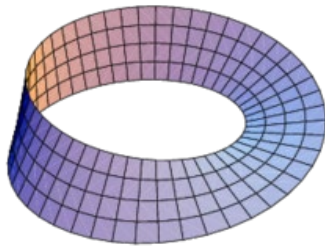
Promoción 2008-10



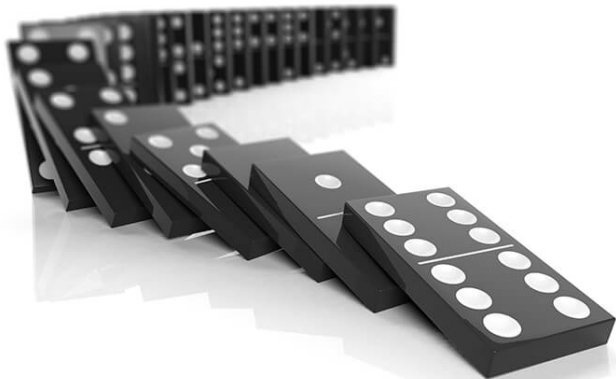
¿Por qué esta sesión?

Algunas sesiones que recuerdo con cariño:

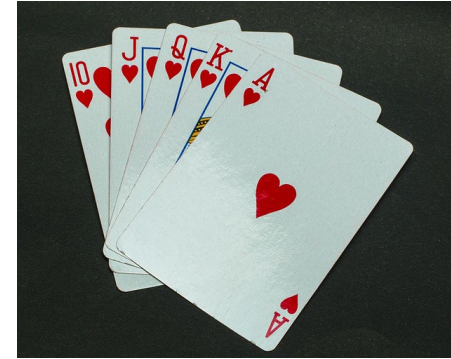
- *Superficies sorprendentes y caminos imposibles* – Mario Fioravanti



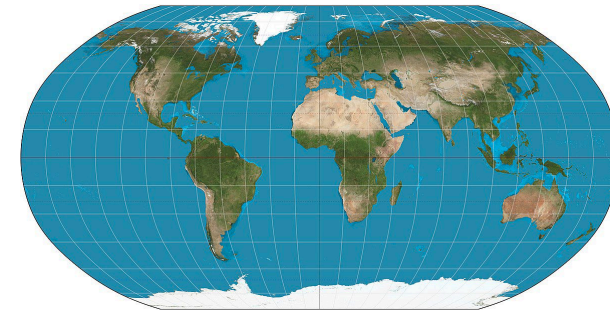
- *Principio de inducción* – Cecilia Valero



- *Magia con cartas y números* – Daniel Sadornil



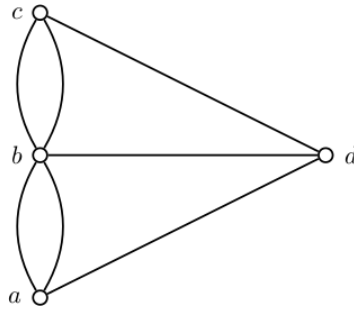
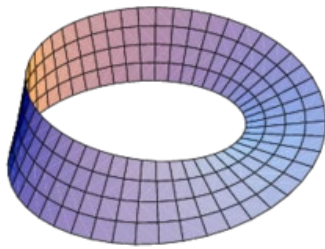
- *Midiendo la Tierra (Geo-metría)* – Fernando Etayo



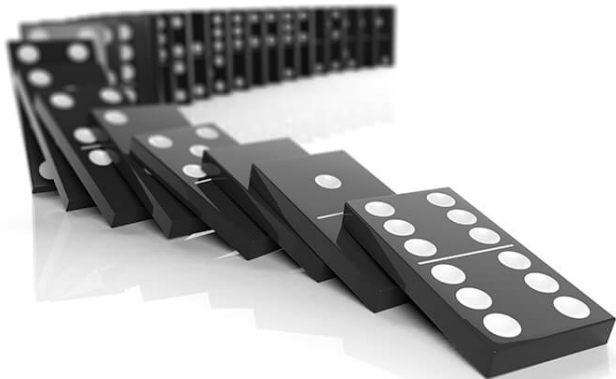
¿Por qué esta sesión?

Algunas sesiones que recuerdo con cariño:

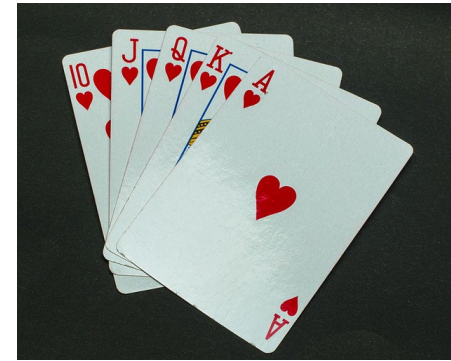
- *Superficies sorprendentes y caminos imposibles* – Mario Fioravanti



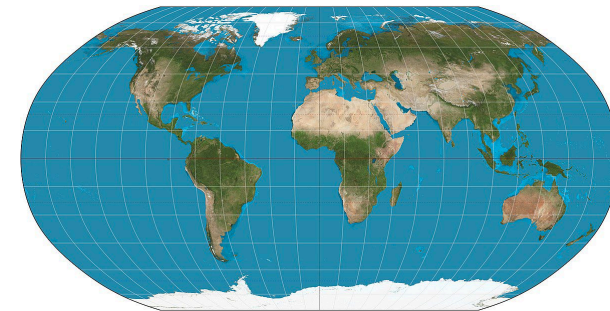
- *Principio de inducción* – Cecilia Valero



- *Magia con cartas y números* – Daniel Sadornil



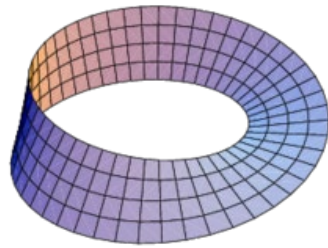
- *Midiendo la Tierra (Geo-metría)* – Fernando Etayo



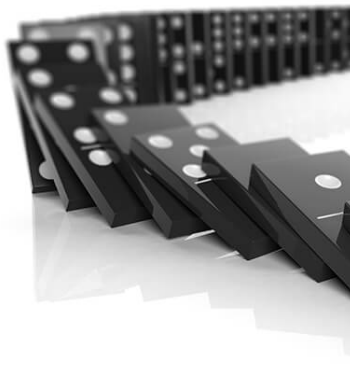
¿Por qué esta sesión?

Algunas sesiones que recuerdo con cariño:

❖ *Superficies sorprendentes y caminos imposibles* – Mar



❖ *Principio de inducción*



❖ *Magia con cartas y números* – Daniel



Geo-metría) – Fernando



Datos de la sesión “Mapas”

• Alumnos de 2º curso.

• **Objetivos:**

- Entender intuitivamente que hay geometrías diferentes a la geometría plana.
- Ver que los mapas terrestres no conservan las propiedades de la esfera.
- Desarrollar la intuición geométrica.



Datos de la sesión “Mapas”

• Alumnos de 2º curso.

• **Objetivos:**

- Entender intuitivamente que hay geometrías diferentes a la geometría plana.
- Ver que los mapas terrestres no conservan las propiedades de la esfera.
- Desarrollar la intuición geométrica.

• **Estructura:**

- Primera parte: desarrollo intuitivo de los conceptos.
- Segunda parte: resolución de problemas en grupos.



Datos de la sesión “Mapas”

• Alumnos de 2º curso.

• **Objetivos:**

- Entender intuitivamente que hay geometrías diferentes a la geometría plana.
- Ver que los mapas terrestres no conservan las propiedades de la esfera.
- Desarrollar la intuición geométrica.

• **Estructura:**

- Primera parte: desarrollo intuitivo de los conceptos.
- Segunda parte: resolución de problemas en grupos.

• **Material utilizado:**

- Fotocopias de mapas terrestres y problemas.
- Lápiz y papel.
- Globo terráqueo y cuerda.



Definición de mapa

- ❗ No es lo mismo una definición “convencional” que una definición matemática...

mapa SIN. / ANT.

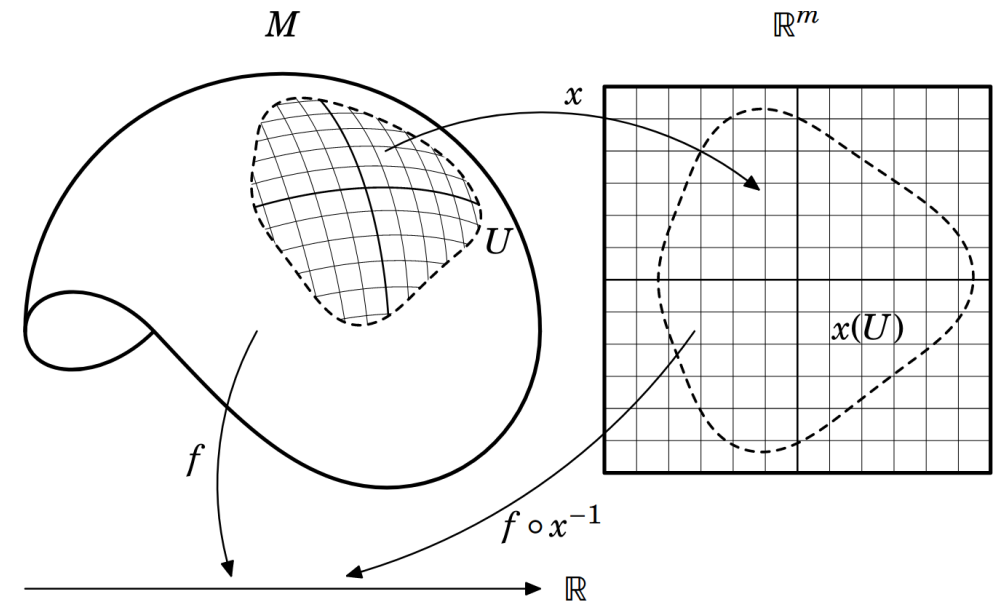
Del b. lat. *mappa* 'mapa', y este del lat. *mappa* 'servilleta', 'pañuelo'.

1. **m.** Representación geográfica de la Tierra o parte de ella en una superficie plana.

SIN.: plano, carta, atlas, mapamundi, planisferio, callejero.

2. **m.** Representación geográfica de una parte de la superficie terrestre, en la que se da información relativa a una ciencia determinada. *Mapa lingüístico, topográfico, demográfico.*

3. **f. coloq. p. us.** Lo que sobresale en un género, habilidad o producción. *La ciudad de Toro es la mapa de las frutas.*



Definición de mapa

- ⌘ No es lo mismo una definición “convencional” que una definición matemática...

mapa SIN. / ANT.

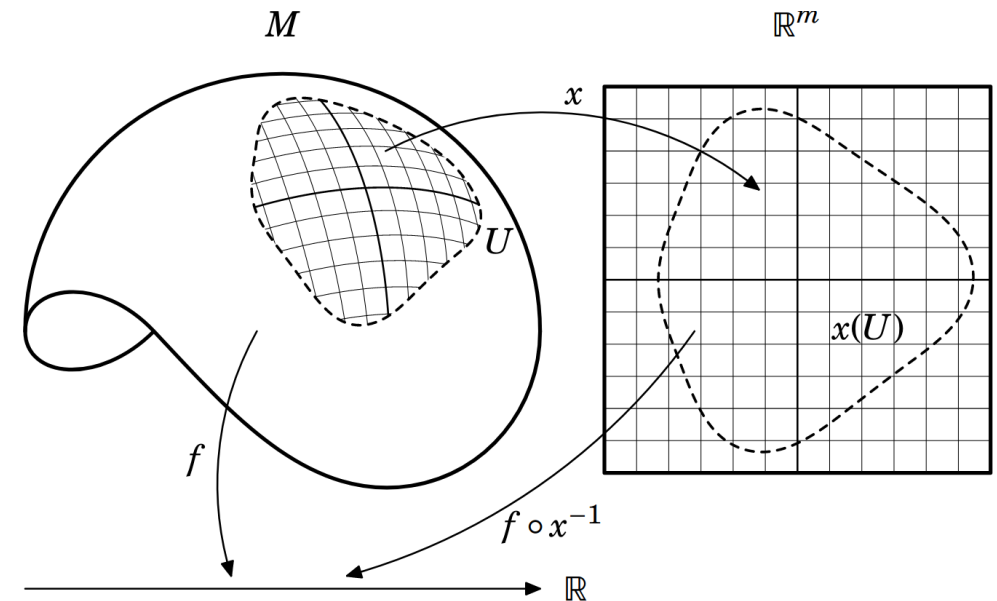
Del b. lat. *mappa* 'mapa', y este del lat. *mappa* 'servilleta', 'pañuelo'.

1. **m.** Representación geográfica de la Tierra o parte de ella en una superficie plana.

SIN.: plano, carta, atlas, mapamundi, planisferio, callejero.

2. **m.** Representación geográfica de una parte de la superficie terrestre, en la que se da información relativa a una ciencia determinada. *Mapa lingüístico, topográfico, demográfico.*

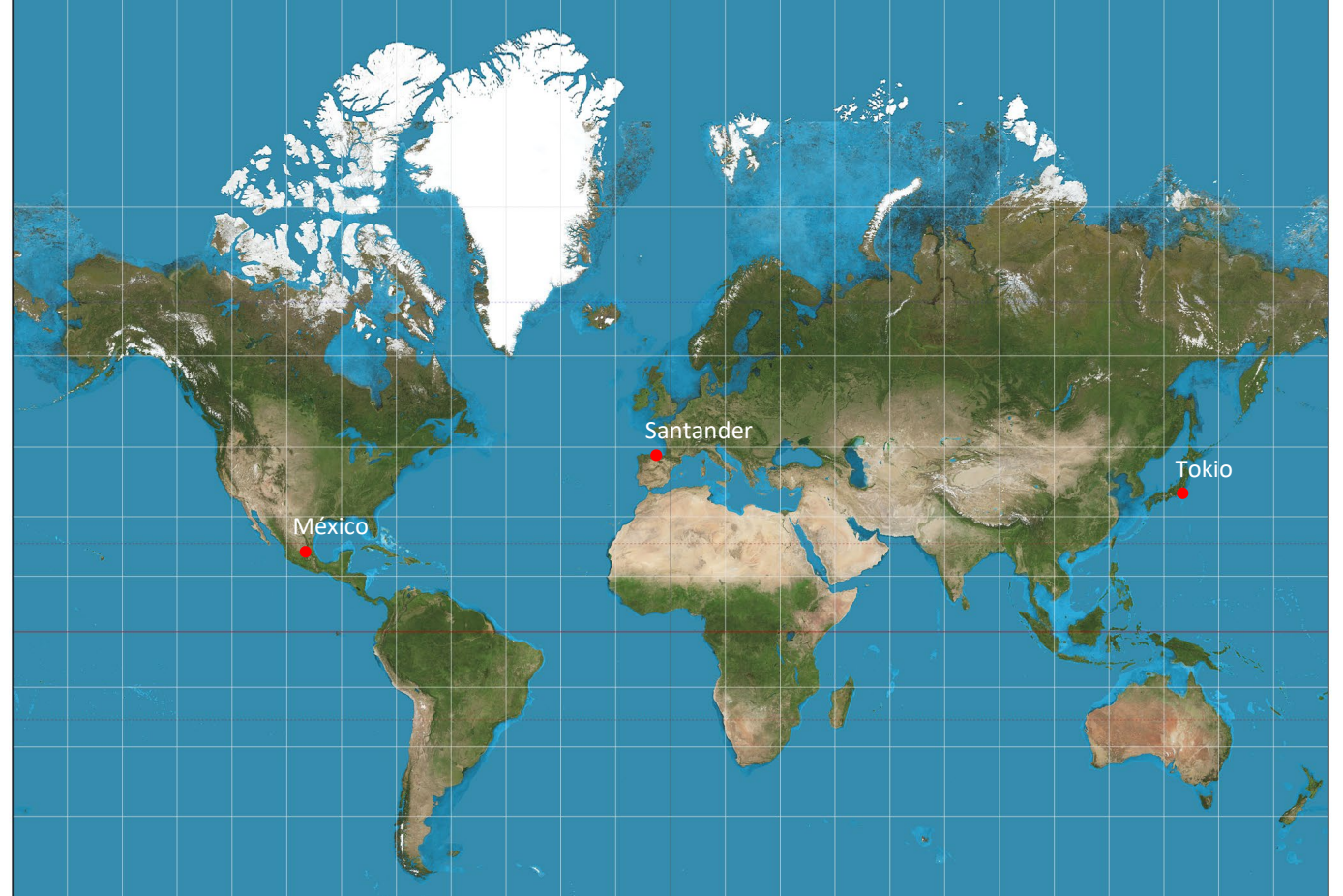
3. **f. coloq. p. us.** Lo que sobresale en un género, habilidad o producción. *La ciudad de Toro es la mapa de las frutas.*



- ⌘ Por conveniencias del guion, hablaremos (principalmente) de mapas terrestres.

Cuestiones iniciales

- ¿Cuál es el camino más corto de Santander a México? ¿Y de Santander a Tokio?



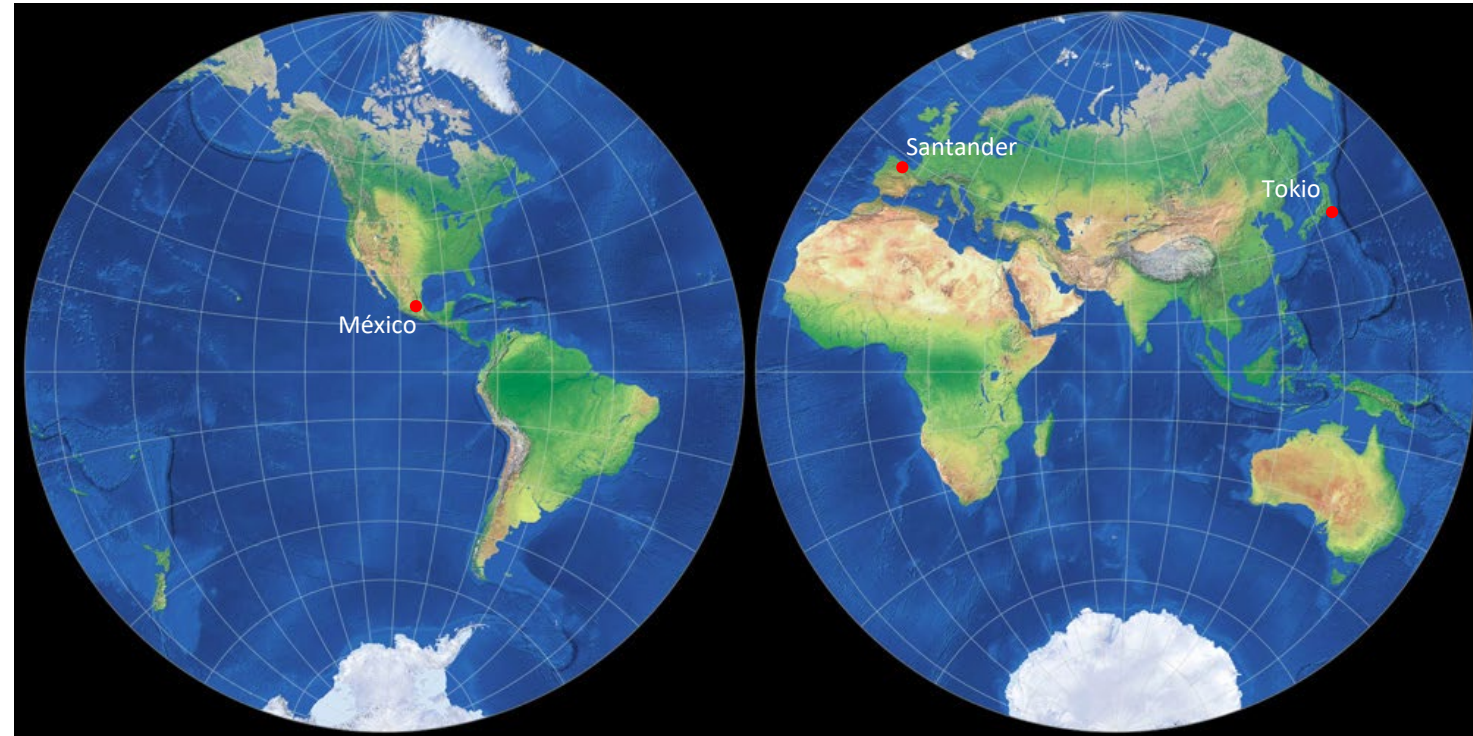
Cuestiones iniciales

- ¿Cuál es el camino más corto de Santander a México? ¿Y de Santander a Tokio?
 - La mayoría de alumnos responden que **la línea recta**.



Cuestiones iniciales

- ❖ ¿Cuál es el camino más corto de Santander a México? ¿Y de Santander a Tokio?
 - La mayoría de alumnos responden que **la línea recta**.
 - Se les proporciona otro mapa diferente, para que lo hagan de nuevo.



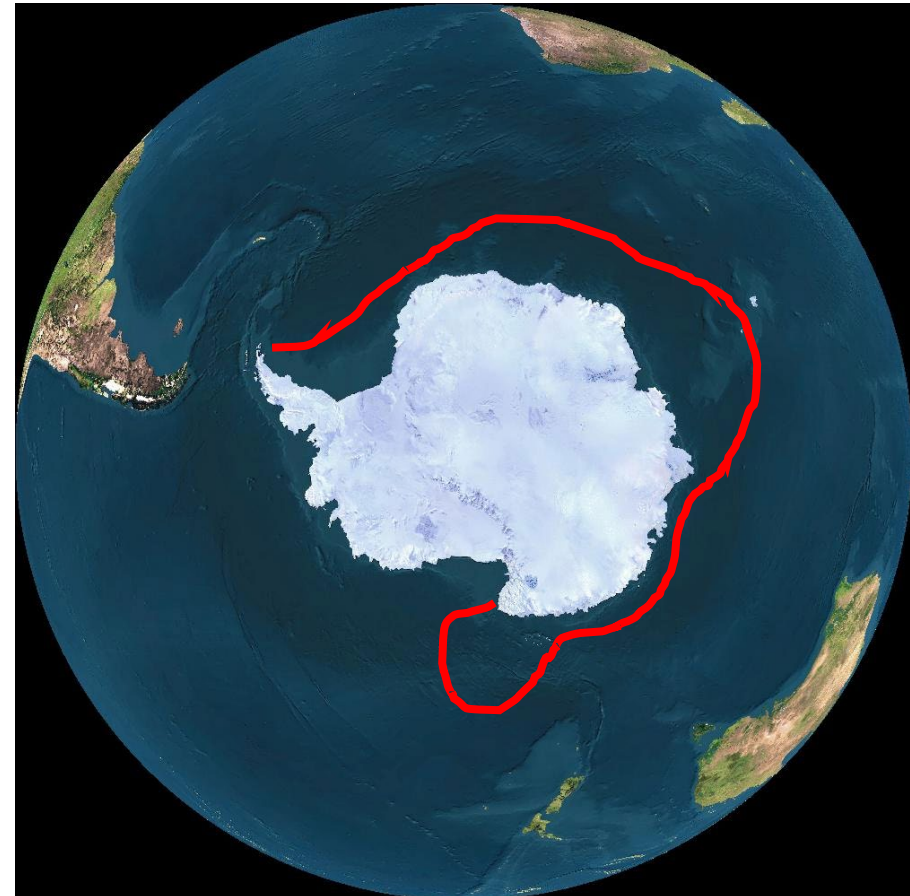
Cuestiones iniciales

- ❖ ¿Es más grande Groenlandia o Australia?



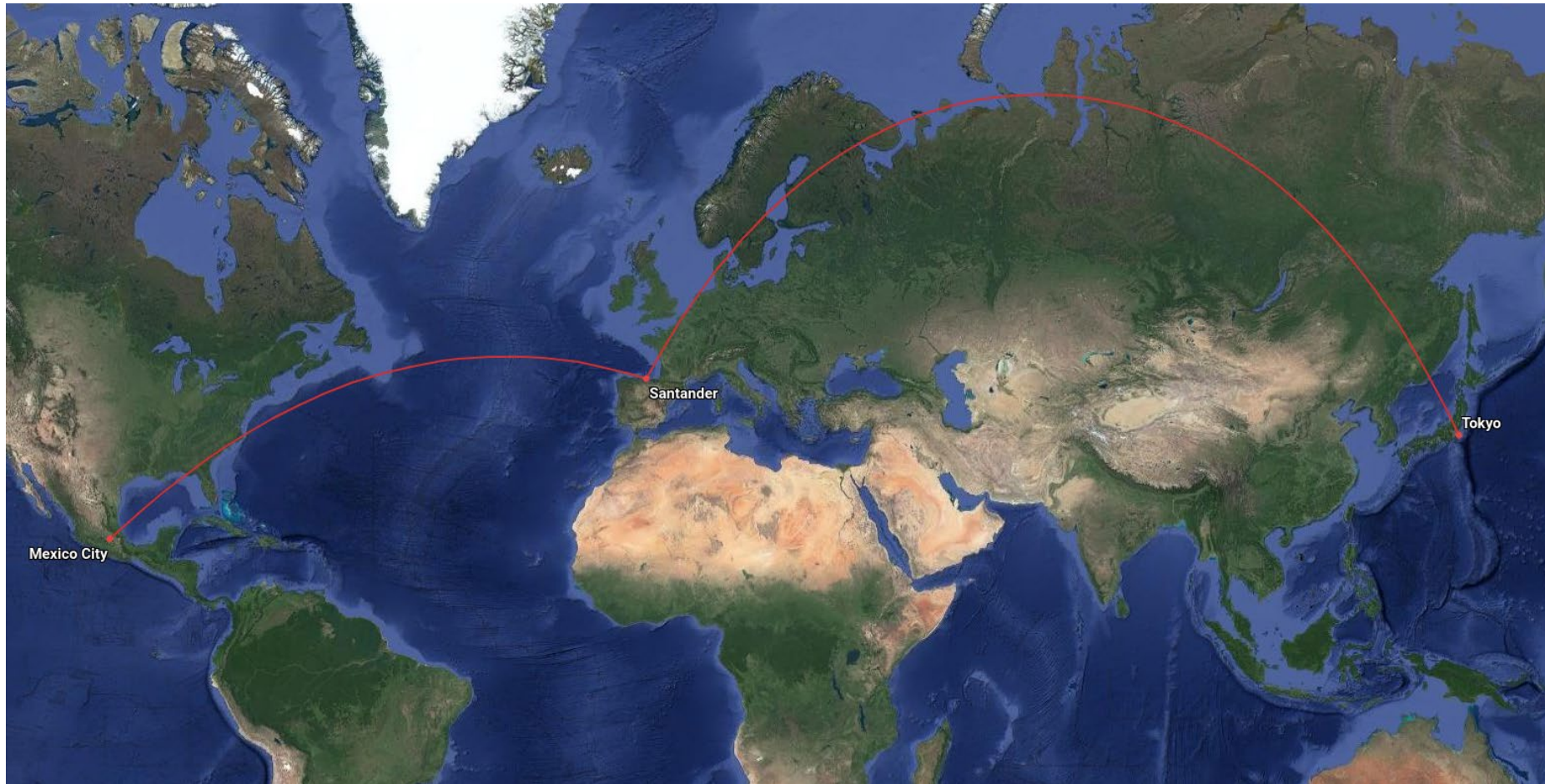
Cuestiones iniciales

- ¿Es más grande Groenlandia o Australia?
- ¿Qué camino es más corto?



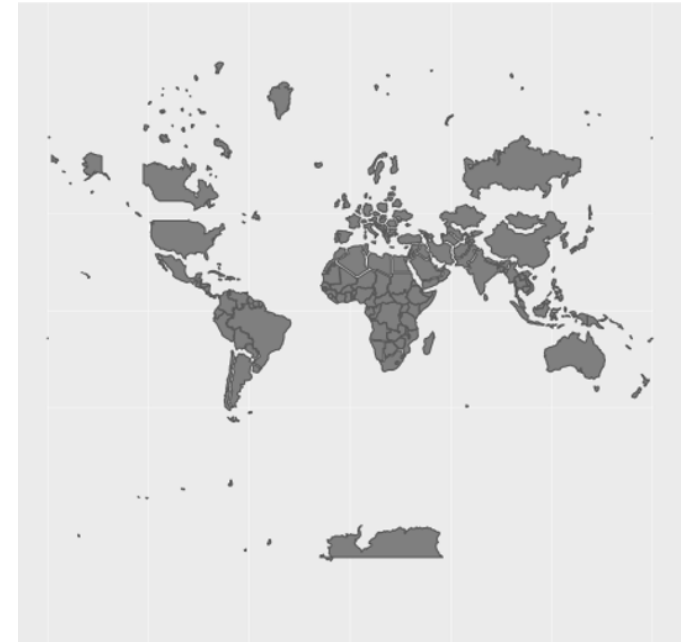
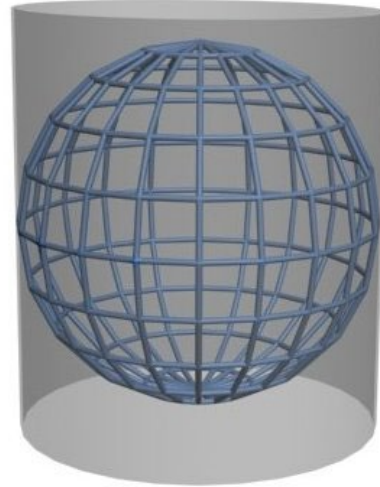
Resolvemos las cuestiones

- Utilizamos el globo terráqueo para justificar las respuestas.



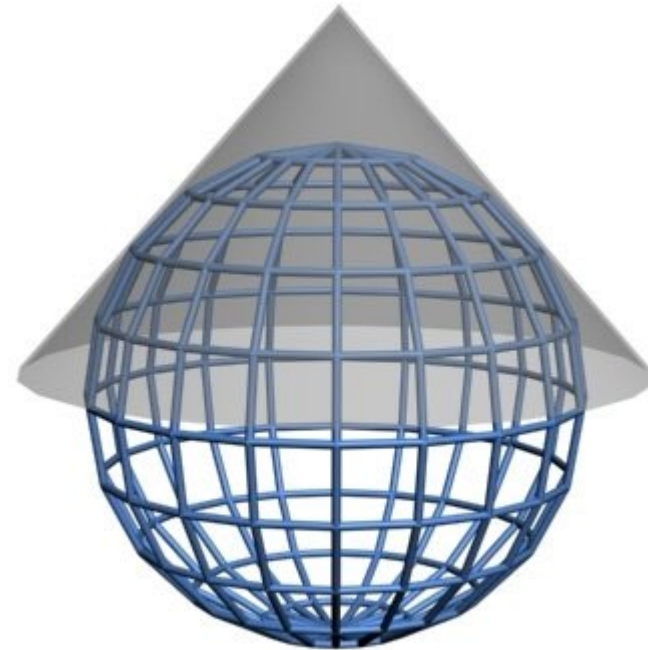
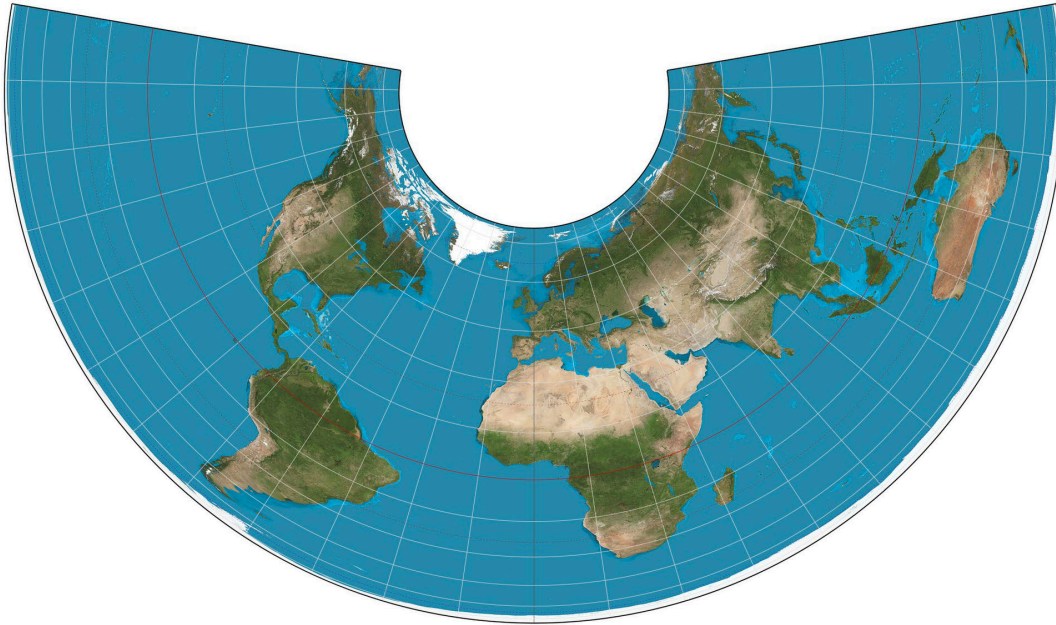
Tipos de proyecciones

- ❖ Tratamos de acercar el concepto de **isometría** mediante los mapas terrestres.
- ❖ **Proyección conforme**: no altera las formas.



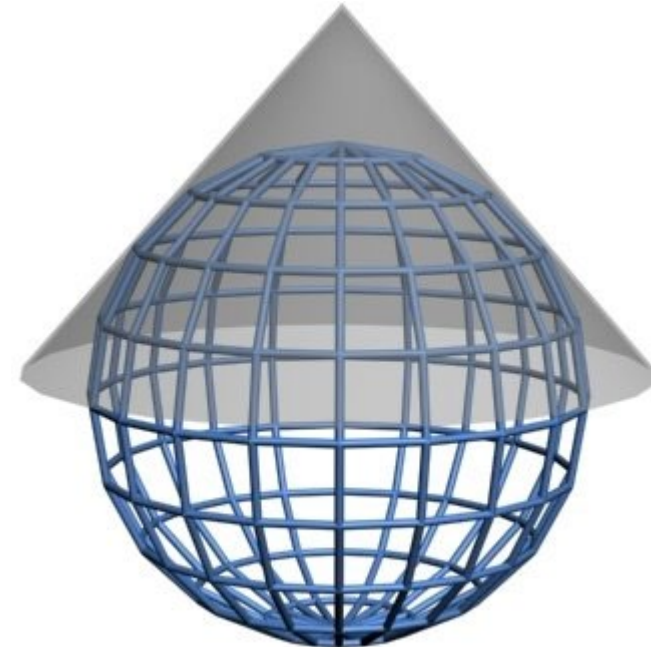
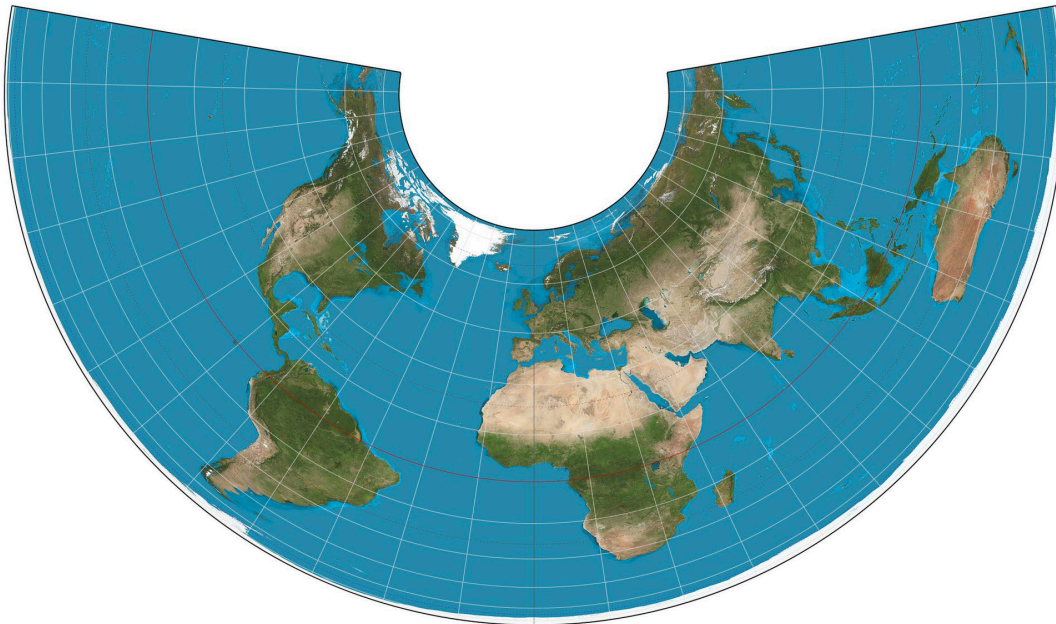
Tipos de proyecciones

- ❖ Tratamos de acercar el concepto de **isometría** mediante los mapas terrestres.
- ❖ **Proyección conforme**: no altera las formas.
- ❖ **Proyección equiárea**: no altera las áreas.



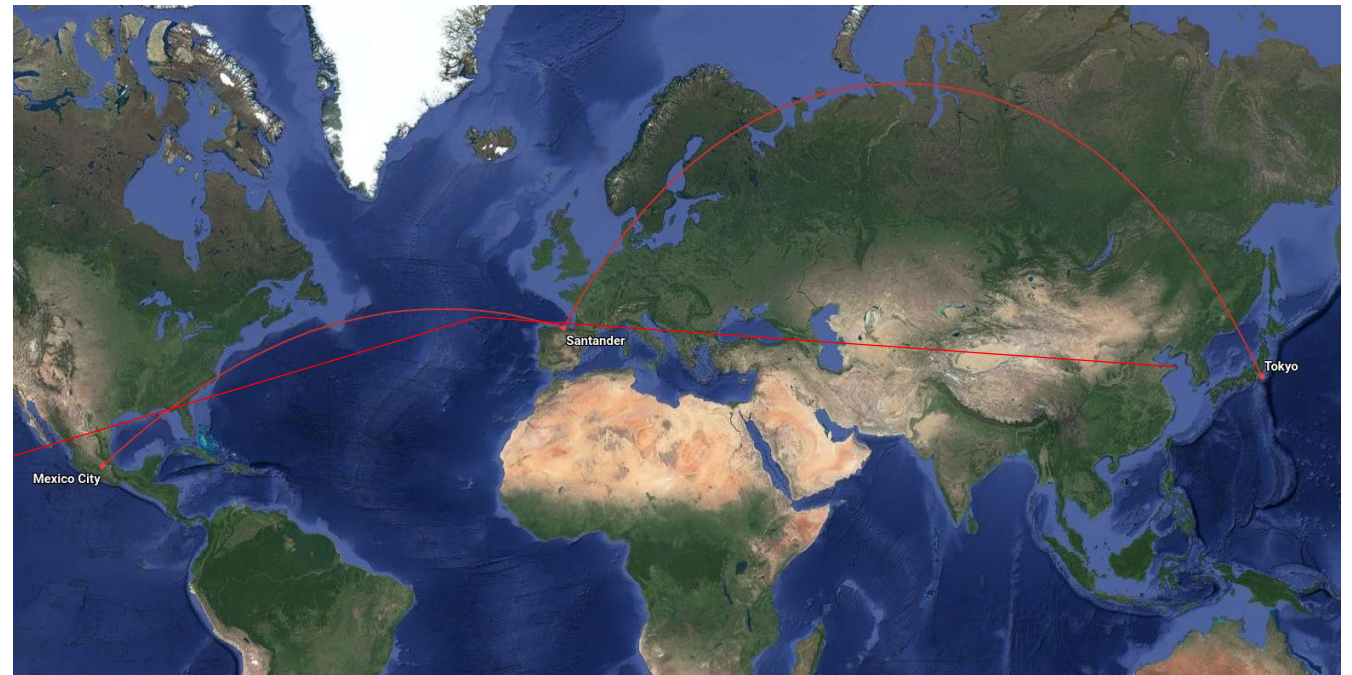
Tipos de proyecciones

- ❖ Tratamos de acercarnos al concepto de **isometría** mediante los mapas terrestres.
- ❖ **Proyección conforme**: no altera las formas.
- ❖ **Proyección equiárea**: no altera las áreas.
- ❖ No existe ninguna proyección terrestre que sea conforme y equiárea.



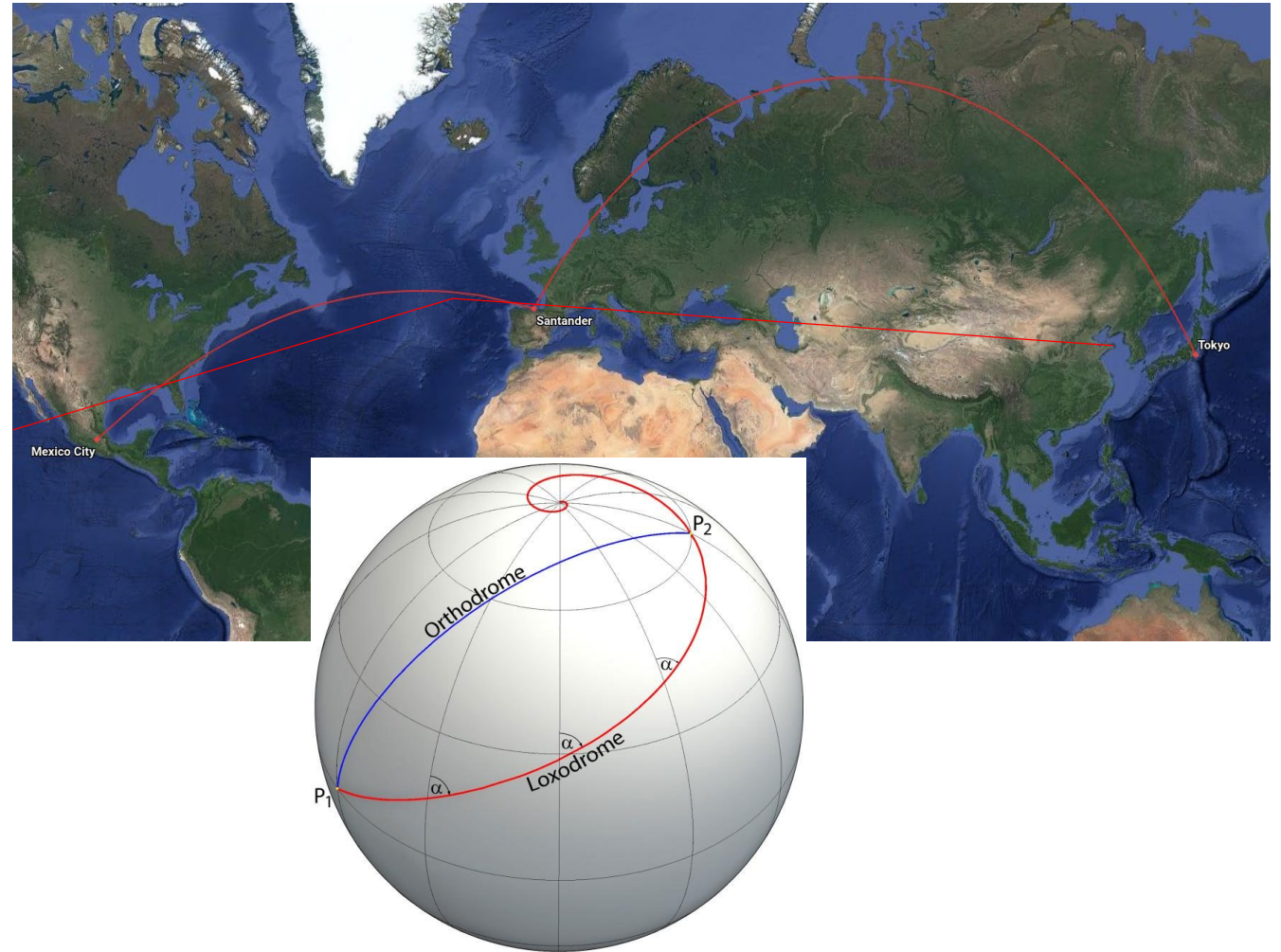
Curvas notables en la Tierra

- **Geodésicas:** marcan el trayecto más corto entre dos puntos. Se pueden caracterizar con la cuerda:
 - Dejan la cuerda tirante.
 - Equivalen a “caminar recto” en la esfera.
 - Dividen a la esfera en dos partes iguales (**círculo máximo**).

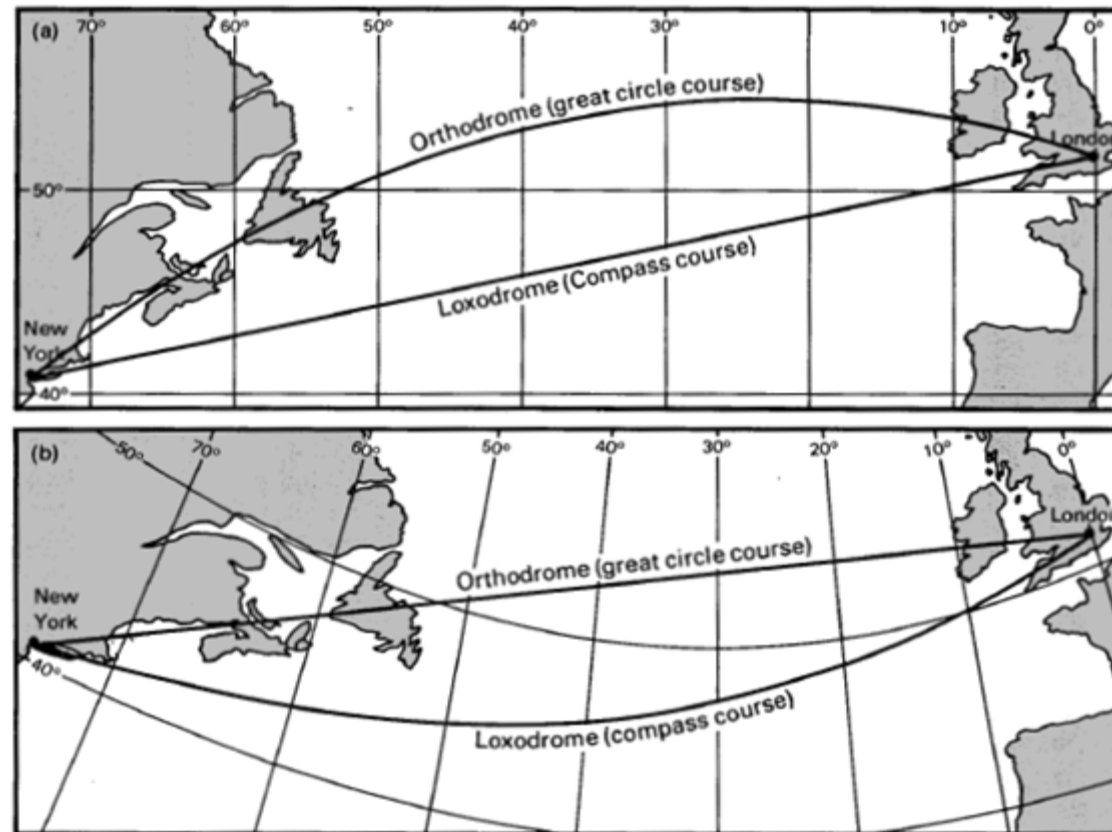


Curvas notables en la Tierra

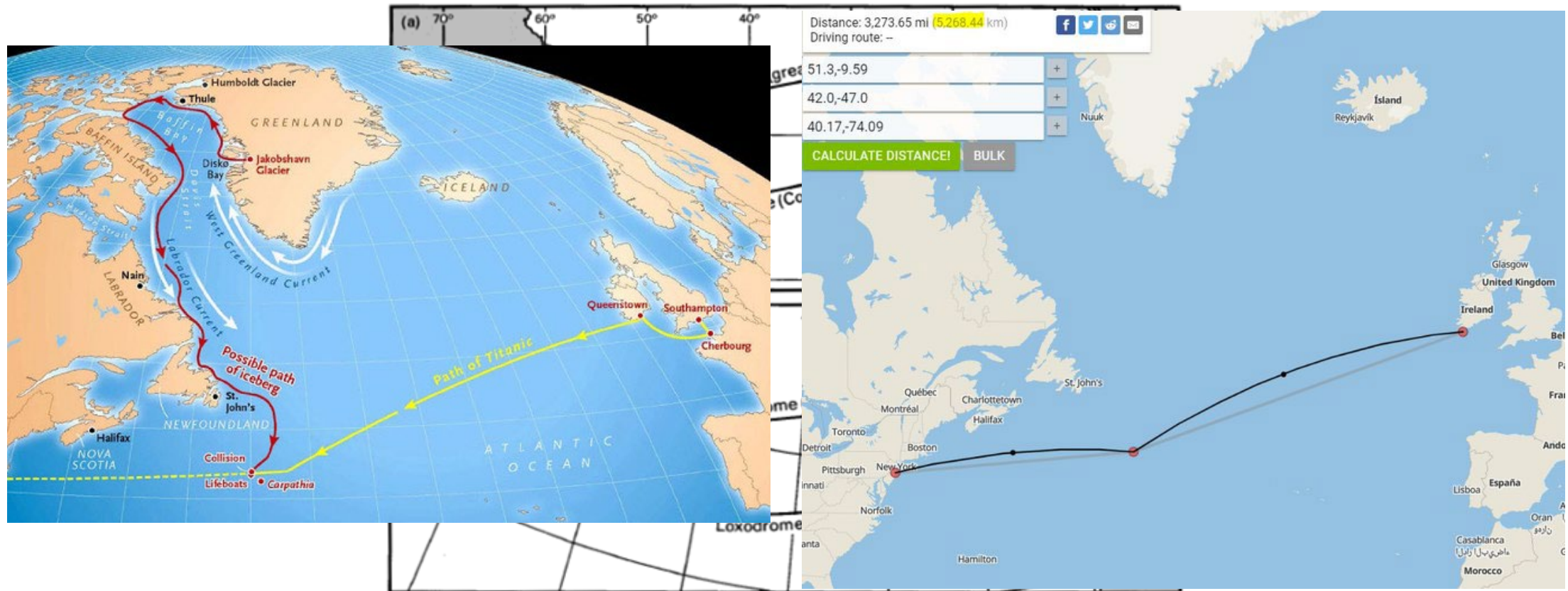
- **Geodésicas:** marcan el trayecto más corto entre dos puntos. Se pueden caracterizar con la cuerda:
 - Dejan la cuerda tirante.
 - Equivalen a “caminar recto” en la esfera.
 - Dividen a la esfera en dos partes iguales (**círculo máximo**).
- **Loxodromas:** mantienen el ángulo constante con los meridianos.
 - Definen líneas de rumbo fáciles de mantener, utilizadas para navegar.



¿Por qué se hundió el Titanic?



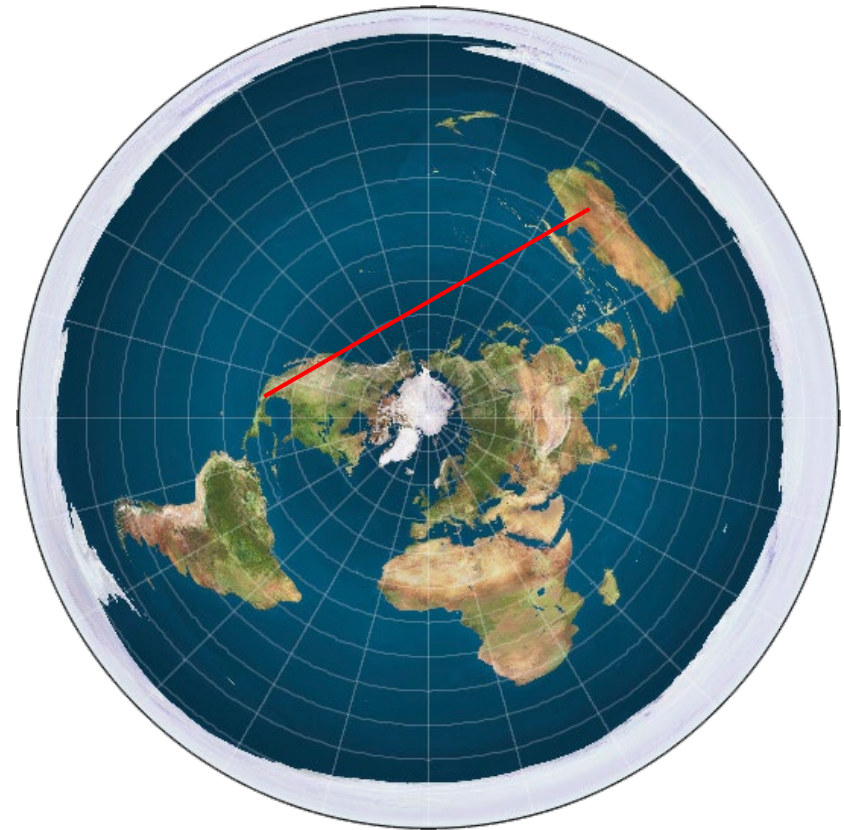
¿Por qué se hundió el Titanic?



Geodésicas en otras superficies

Se busca explorar el concepto de geodésica en otras superficies:

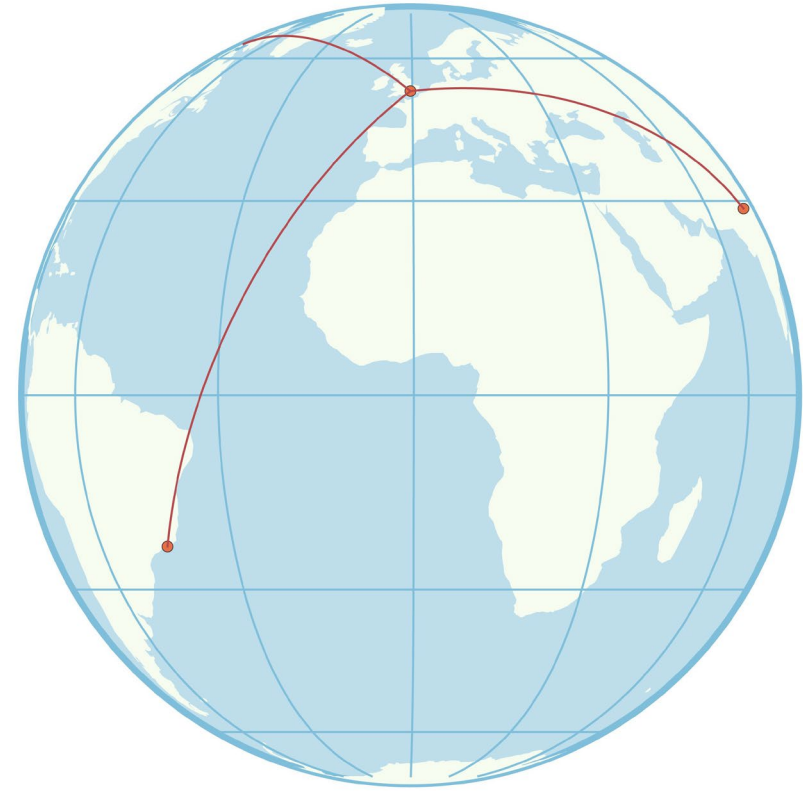
- ❖ **Tierra plana:** las rectas (ya lo conocen).



Geodésicas en otras superficies

Se busca explorar el concepto de geodésica en otras superficies:

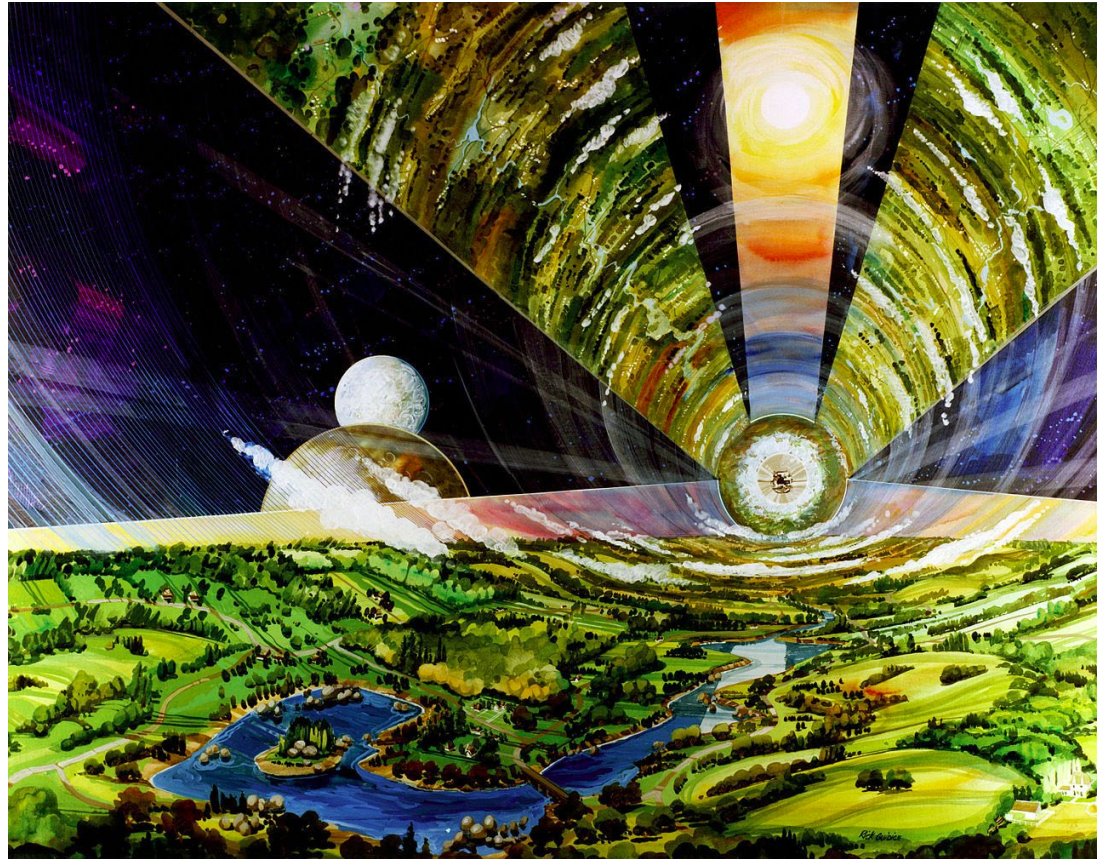
- ❖ **Tierra plana:** las rectas (ya lo conocen).
- ❖ **Tierra esférica:** círculos máximos.



Geodésicas en otras superficies

Se busca explorar el concepto de geodésica en otras superficies:

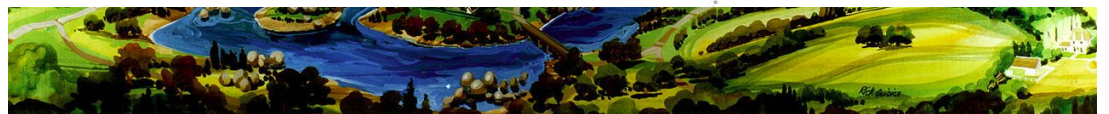
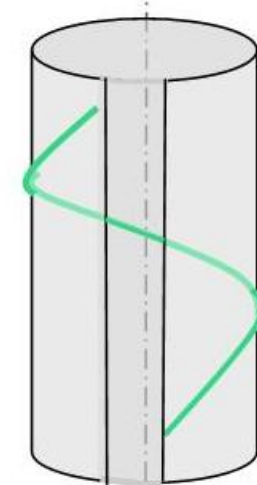
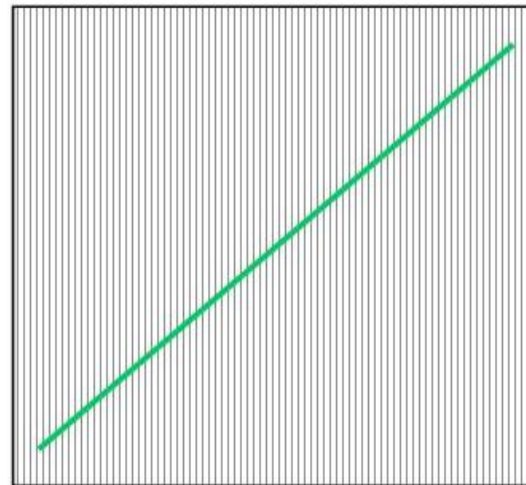
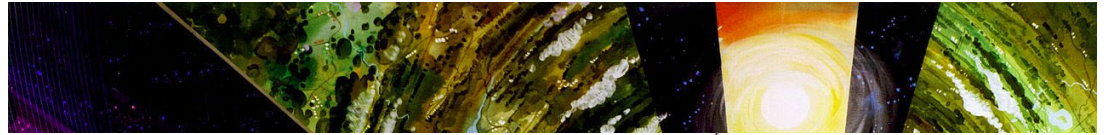
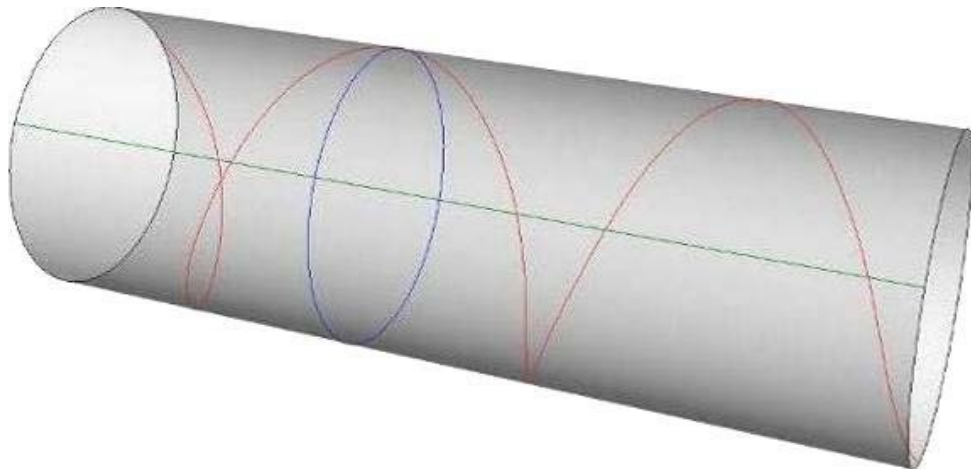
- ❖ **Tierra plana:** las rectas (ya lo conocen).
- ❖ **Tierra esférica:** círculos máximos.
- ❖ **Tierra cilíndrica:** ¿cómo deducimos los caminos más cortos entre puntos?



Geodésicas en otras superficies

Se busca explorar el concepto de geodésica en otras superficies:

- ❖ **Tierra plana:** las rectas (ya lo conocen).
- ❖ **Tierra esférica:** círculos máximos.
- ❖ **Tierra cilíndrica:** ¿cómo deducimos los caminos más cortos entre puntos?



Otros mapas más abstractos

simbología

- Transbordo entre líneas de Metro
- Transbordo largo entre líneas de Metro
- Estación con horario restringido
- Estación con acceso para personas con movilidad reducida. Ascensor
- Acceso con rampa
- Estación de Cercanías • Renfe
- Estación de largo recorrido • Renfe
- Terminal de autobús interurbano
- Aeropuerto de Madrid • Barajas
- Aparcamiento Libre en estación
- Aparcamiento de Pago en estación
- Sin servicio por obras
- espaciometro. Exposición



Diciembre 2000

Comunidad de Madrid
CONSEJO DE CIENCIAS PÚBLICAS
URBANISMO Y TRANSPORTE



❖ No siempre nos podemos mover en “línea recta”, ni el mejor camino es siempre la geodésica.

❖ **Ejemplo:** plano del metro de Madrid. ¿Cuál es el mejor camino para ir de Ventas a Cuatro Caminos?

Otros mapas más abstractos

simbología

- Transbordo entre líneas de Metro
- Transbordo largo entre líneas de Metro
- Estación con horario restringido
- Estación con acceso para personas con movilidad reducida. Ascensor
- Acceso con rampa
- Estación de Cercanías • Renfe
- Estación de largo recorrido • Renfe
- Terminal de autobús interurbano
- Aeropuerto de Madrid • Barajas
- Aparcamiento Libre en estación
- Aparcamiento de Pago en estación
- Sin servicio por obras
- espaciometro. Exposición



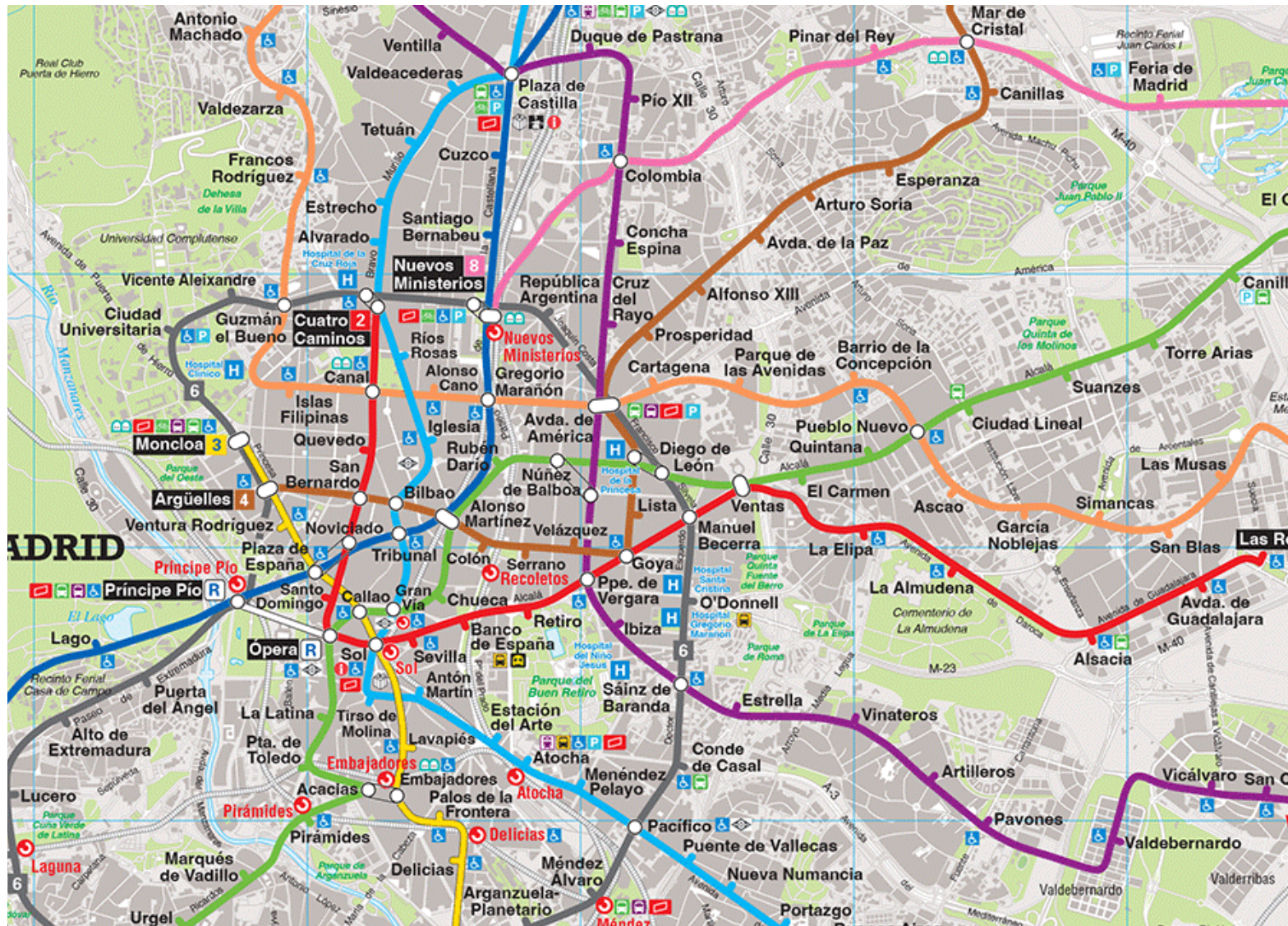
Diciembre 2000

Comunidad de Madrid
CONSEJO DE CIENCIAS PÚBLICAS
URBANISMO Y TRANSPORTE



- ❖ No siempre nos podemos mover en “línea recta”, ni el mejor camino es siempre la geodésica.
- ❖ **Ejemplo:** plano del metro de Madrid. ¿Cuál es el mejor camino para ir de Ventas a Cuatro Caminos?
- ❖ ¿Qué tipo de mapa es este?

Otros mapas más abstractos



- ⌘ No siempre nos podemos mover en “línea recta”, ni el mejor camino es siempre la geodésica.
- ⌘ **Ejemplo:** plano del metro de Madrid. ¿Cuál es el mejor camino para ir de Ventas a Cuatro Caminos?
- ⌘ ¿Qué tipo de mapa es este?

Segunda parte de la sesión

- ❖ Se divide la clase en **grupos** de 3 o 4 personas.
- ❖ Se plantea la **resolución de problemas** relacionados con geometría esférica, geodésicas y distancias.
- ❖ Cada grupo expone y resuelve varios problemas en la pizarra.
- ❖ Se fomenta que haya debate, diferentes formas de aproximarse a un problema, etc.

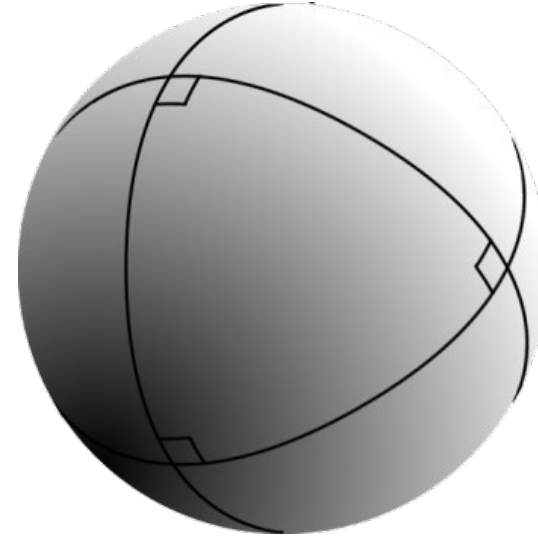


Ejemplo de problema

- ❖ Por definición, un triángulo sobre la esfera tiene tres lados, que son arcos de círculo máximo. ¿Cuánto mide la suma de los ángulos de un triángulo esférico?

Ejemplo de problema

- ❖ Por definición, un triángulo sobre la esfera tiene tres lados, que son arcos de círculo máximo. ¿Cuánto mide la suma de los ángulos de un triángulo esférico?



Teorema 4.6 (Teorema de Girard). *Sea T un triángulo geodésico contenido en la esfera $\mathbb{S}^2$. Si se llaman $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ a los ángulos interiores del triángulo, entonces el área del triángulo $A(T)$ es igual al exceso angular del triángulo, esto es,*

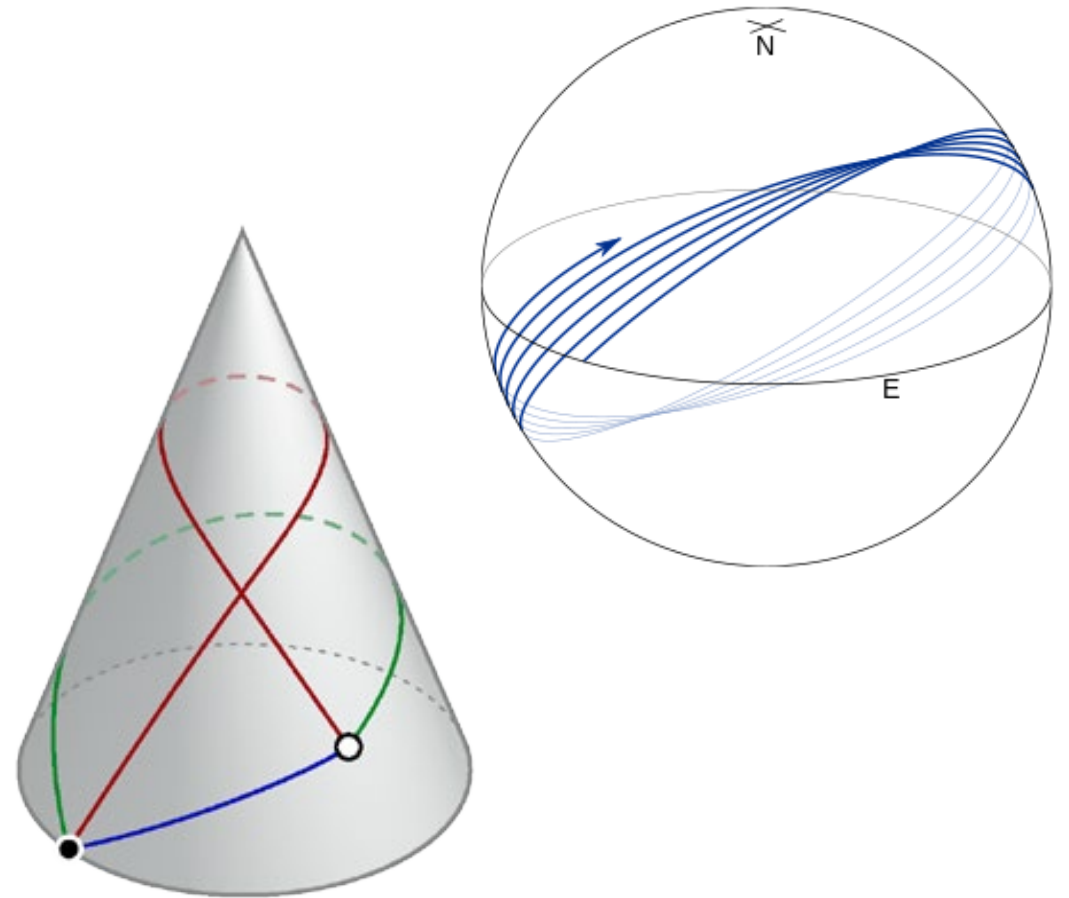
$$A(T) = \sum_{i=1}^3 \beta_i - \pi \quad (4.2)$$

Comentarios finales

- ❖ Esta sesión es **independiente** al resto, no se requieren requisitos previos. Sin embargo, se pueden encontrar puntos de conexión con otras (grafos, poliedros y simetría...).
- ❖ Hay algunos puntos en los que hay **peligro de dispersión** (tierra plana o esférica).

Comentarios finales

- Esta sesión es **independiente** al resto, no se requieren requisitos previos. Sin embargo, se pueden encontrar puntos de conexión con otras (grafos, poliedros y simetría...).
- Hay algunos puntos en los que hay **peligro de dispersión** (tierra plana o esférica).
- Posibles ampliaciones de la sesión:
 - Búsqueda de geodésicas en otras superficies (p. ej. cilindro).
 - Añadir “pesos” en el plano del metro.
 - ¿Qué ocurre en una esfera achatada (elipsoide)?





Real Academia de Ciencias
Exactas, Físicas y Naturales



AÑO JUBILAR
LEBANIEGO
2023·2024
CANTABRIA



SOCIEDAD MATEMÁTICA
DE PROFESORES
DE CANTABRIA

¡Muchas gracias!

