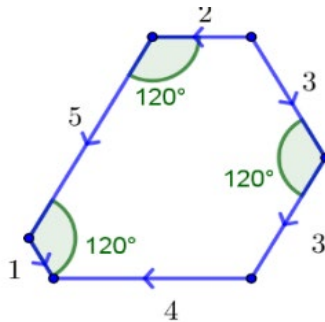


Propuesta Esprint-Estalmat 2025

Grupos de Veteranos

PRIMER GRUPO

1. ¿Qué número AB cumple que $AB-BA$ y $AB+BA$ son cuadrados perfectos?
2. En el siguiente hexágono, sus lados son paralelos dos a dos. Si su área viene dada por $\frac{a}{b}\sqrt{c}$, con a, b, c enteros positivos y a/b irreducible, calcula $a+b+c$.



El resultado pasa como número A al Problema 11.

3. **Es necesario conocer un número D que viene del Problema 7.**
Se pide la suma de las cifras del menor entero positivo n por el que hay que multiplicar D para obtener un número cuyos dígitos sean solo unos y ceros.
4. De todos os rectángulos cuxos lados teñen medidas enteiras e súa área é igual ao seu perímetro, cal é maior área que podes obter?

O resultado dividido entre 6 pasa como número B ao Problema 10.

5. Calcula el resto de la división $1!+2!+3!+\dots+2025!$ entre 9.

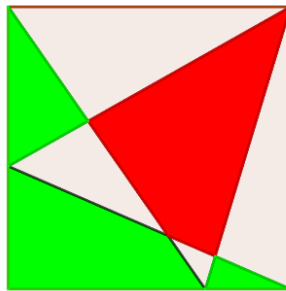
El resultado pasa como número F al Problema 8.

SEGUNDO GRUPO

6. Es necesario conocer un número C que viene del Problema 9.

¿Cuántos puntos de coordenadas enteras (x,y) cumplen $x^2 - y^2 = C^2$?
(Recuerda que un punto (x,y) se dice que tiene coordenadas enteras si ambos x e y son números enteros).

7. Si el área verde es igual a 72, ¿cuál es el valor del área roja?



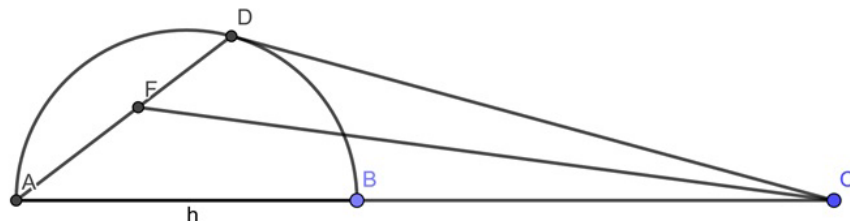
La respuesta pasa al Problema 3 como D.

8. Es necesario conocer un número F que viene del Problema 5.

Considera la función $f(x) = \frac{1+F}{1+x^2}$. Calcula:

$$f(1) + f(2) + \dots + f(1000) + f\left(\frac{1}{1}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{1000}\right).$$

9. El segment CD es tangent a la semicircunferència del dibuix al punt D i F és la intersecció d'AD i la bisectriu CF de l'angle $\angle ACD$. Calcula l'angle $\angle DFC$ en graus.



El resultado pasa como número C al Problema 6.

PROBLEMAS FINALES

10. Es necesario conocer un número B que viene del Problema 4.

Si $a_n = n^2 + Bn + 5$ y $b_n = MCD(a_n, a_{n+1})$, calcula el mayor valor que puede tomar b_n .

11. Es necesario conocer un número A que viene del Problema 2.

El triángulo ABC es equilátero y sus vértices están sobre las rectas $y=17$, $y=19$, $y=A$. Calcula la longitud de su lado.

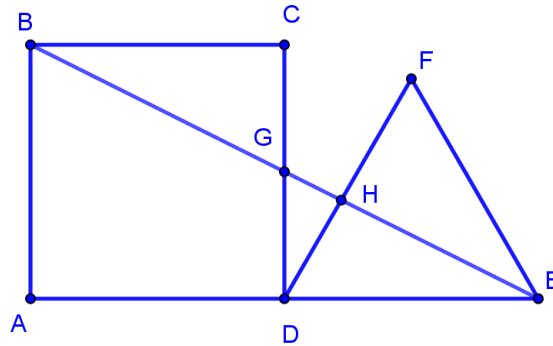
12. Encuentra un número primo de cuatro dígitos distintos ABCD tal que cualesquiera 2 o 3 dígitos consecutivos forman un número primo y la suma de todos los dígitos es también un número primo diferente a cualquiera de los dígitos formados por los dígitos consecutivos.

PROBLEMAS DE PROPINA

Propina 1. Sea ADCB un cuadrado y DEF un triángulo equilátero. Si la longitud del lado del cuadrado y del triángulo es igual a 3, y el área del triángulo GDH viene dada por:

$$\frac{a}{b}(c\sqrt{d}-e)$$

donde a,b,c,d,e son enteros positivos y a/b es una fracción irreducible, calcula a+b+c+d+e.



Propina 2. ¿Cuántos tripletes de enteros positivos(a,b,c) satisfacen las ecuaciones: $abc + a + b + c = 1001 + ab + bc + ca$, $a=2b$?

Propina 3. Considera la parábola $y=x^2$. Un círculo C es tangente a la parábola y a los puntos $(\sqrt{15}/2, 15/4)$ y $(-\sqrt{15}/2, 15/4)$. Calcula el radio del círculo.