

# Miscelánea de Actividades Estalmat Comunitat Valenciana

Alejandro Miralles

III Seminario sobre actividades para estimular el  
talento precoz en Matemáticas

Valencia, 5 de Marzo de 2010

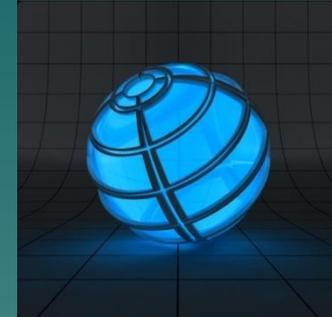
A stylized silhouette of a mountain range, rendered in a light teal color, positioned at the bottom right of the slide.

# 1. Juegos Topológicos

Elena Thibaut

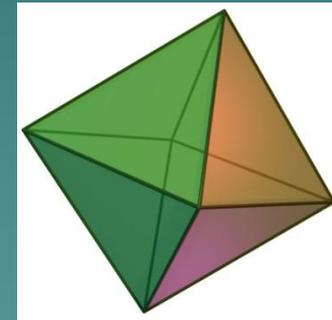
Característica de Euler

$$\chi(S) = C + V - A$$



En un poliedro equivalente a esfera

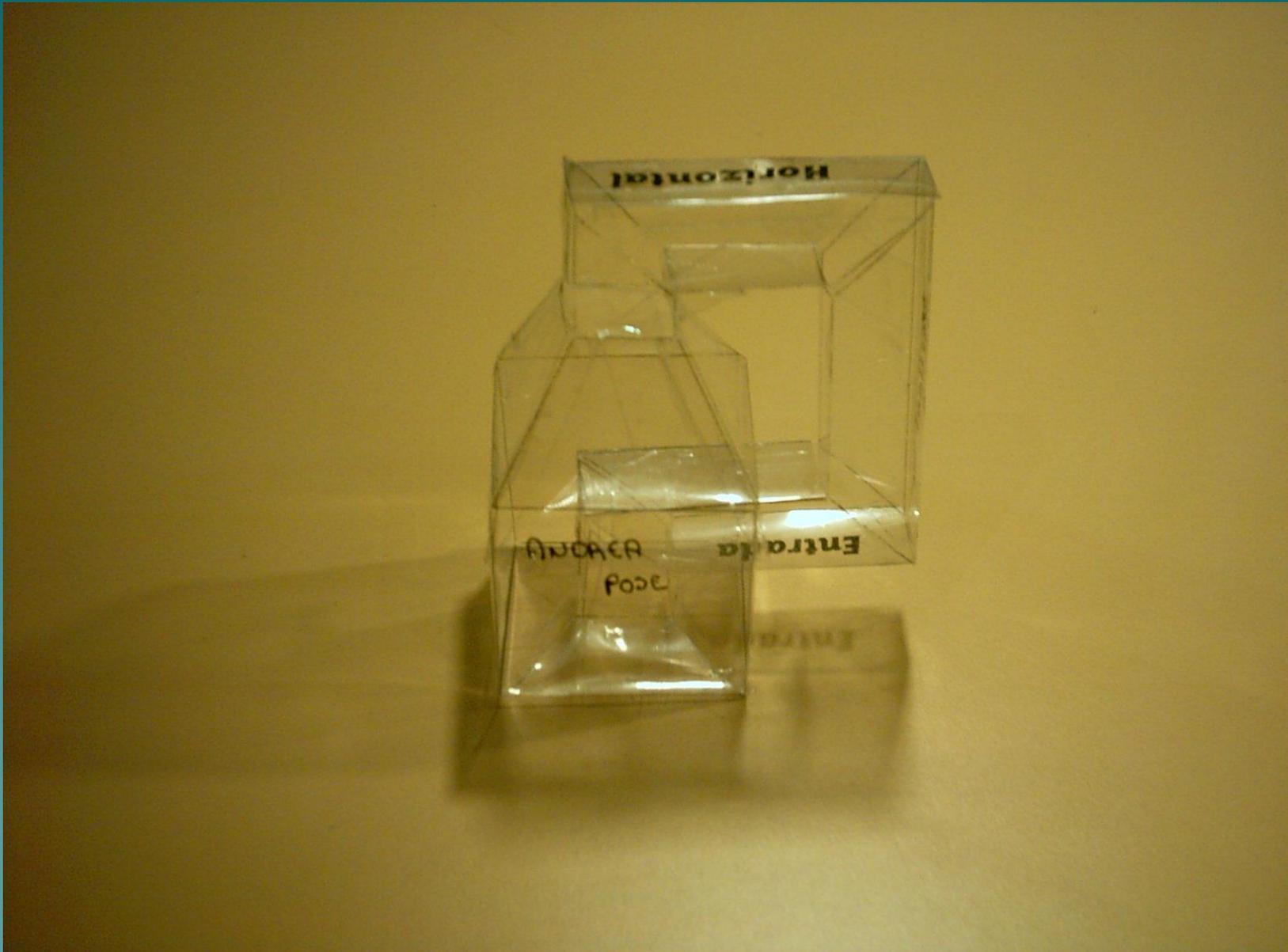
$$\chi(S) = 2$$



Botella de Klein

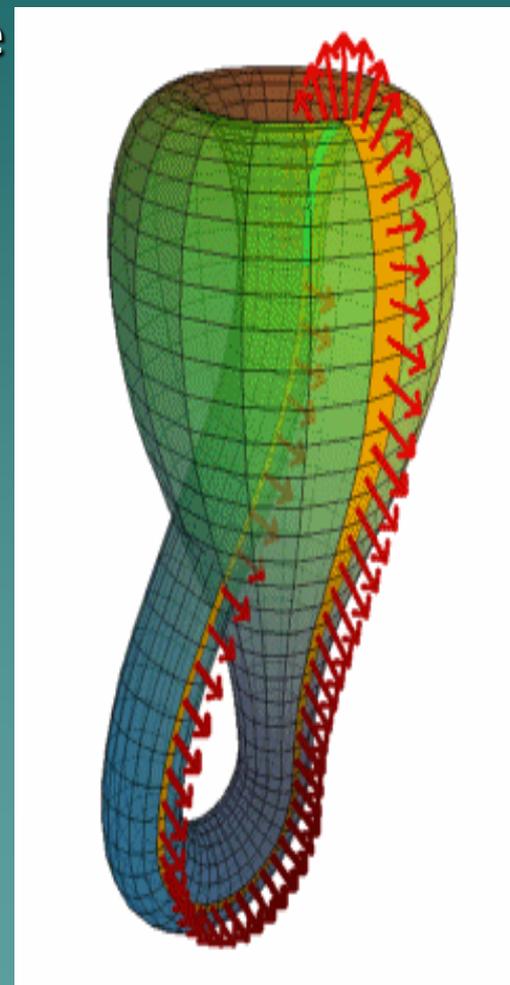
$$\chi(S) = 0$$





# Superficies cerradas. Orientabilidad

- ◆ Alfileres para los caminos que parten de un punto en direcciones opuestas:
- ◆ En una esfera
- ◆ En una cinta de Moëbius
- ◆ Superficies Orientables
- ◆ Superficies sin borde (S. Cerradas)
- ◆ Disco plano -> No Cerrada
- ◆ Cilindro abierto -> No Cerrada
- ◆ Cinta de Moëbius -> No Cerrada
- ◆ Botella de Klein -> Cerrada
- ◆ Esfera -> Cerrada



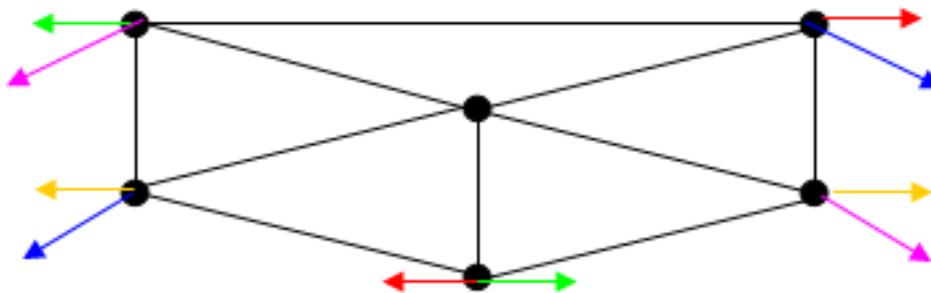
Grafo planar: No se cruzan ninguna de sus aristas.  
Grafo completo: Se trazan todas las aristas entre vértices.

EL PLANO: No existen grafos planares y completos de + de 4 vértices.

¿ESFERA? Tampoco.

¿BOTELLA DE KLEIN?

Para convencerte, construye una cinta de Moebius en acetato transparente e intenta unir los 6 puntos según el código de colores. Piensa que la cinta de Moebius tiene una sola cara por tanto basta con que tú veas que se unen.



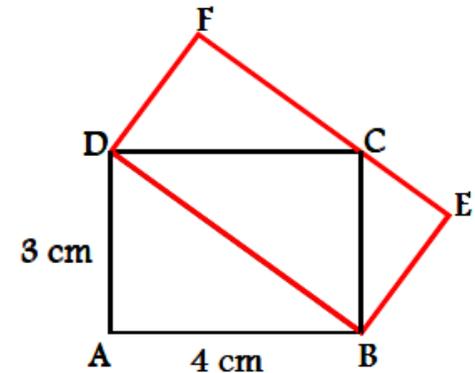
¿Cómo explicas que sea posible también en la botella de Klein?

# El Teorema de la Alfombra

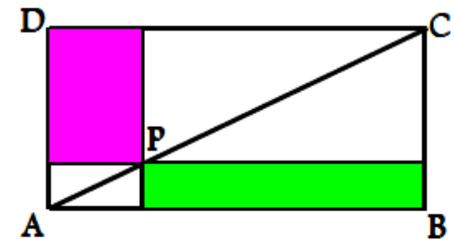
Antonio Ledesma

## Primeros problemas

1. En la figura **ABCD** y **DBEF** son rectángulos. ¿Cuál es el área de este último rectángulo?

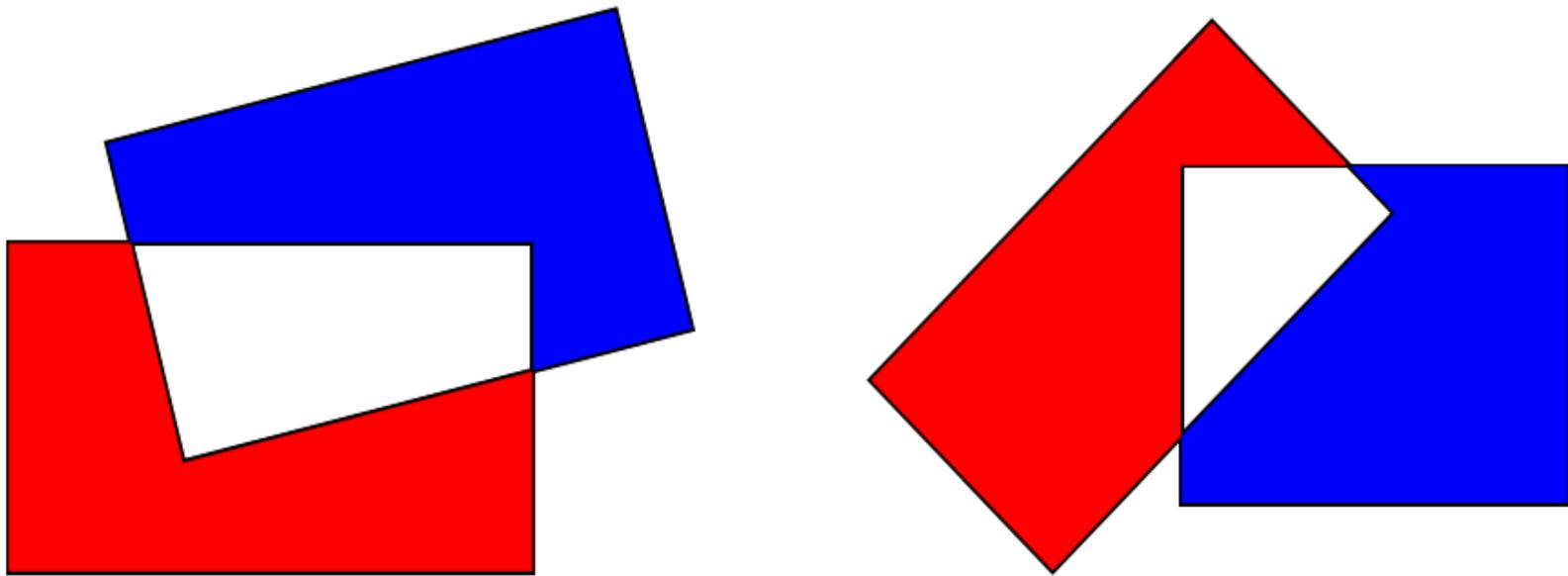


2. **ABCD** es un rectángulo y **P** un punto cualquiera de su diagonal. ¿Qué proporción hay entre las dos regiones sombreadas?



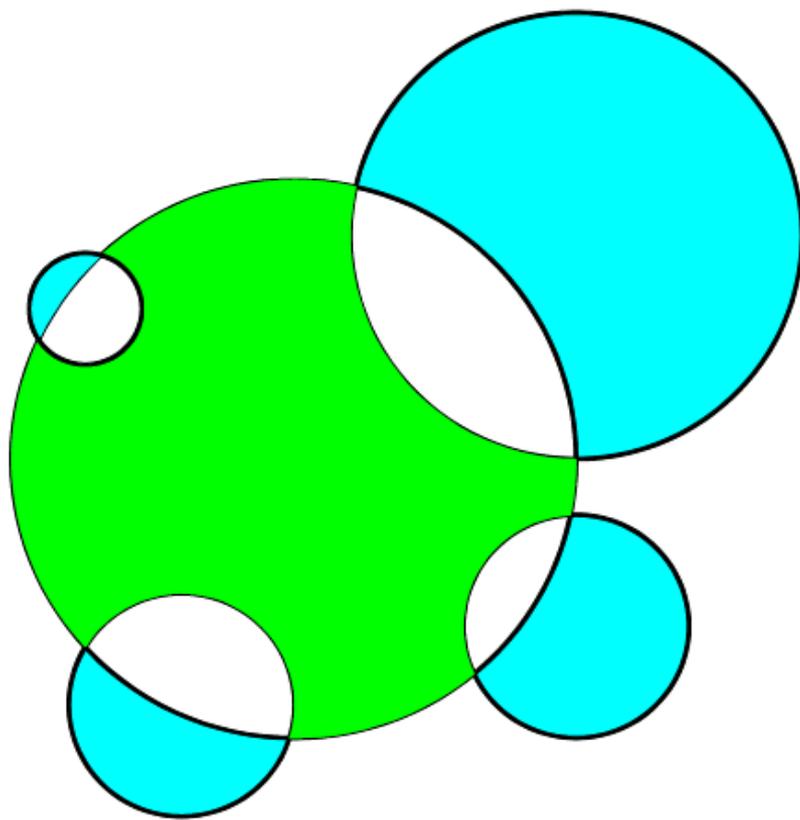
## TEOREMA DE LA ALFOMBRA – 1º Enunciado.

Si colocamos una alfombra sobre otra de igual área, las superficies que no se superponen en cada alfombra son iguales.



6.- Dados cinco aros de radios **50 cm**, **40 cm**, **20 cm**, **20 cm** y **10 cm** muestra cómo superponerlos de modo que la zona sombreada del interior del aro mayor sea igual a la suma de las áreas sombreadas en del interior de los cuatro aros más pequeños.

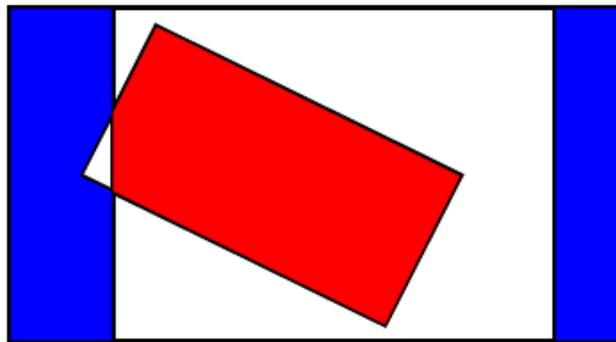
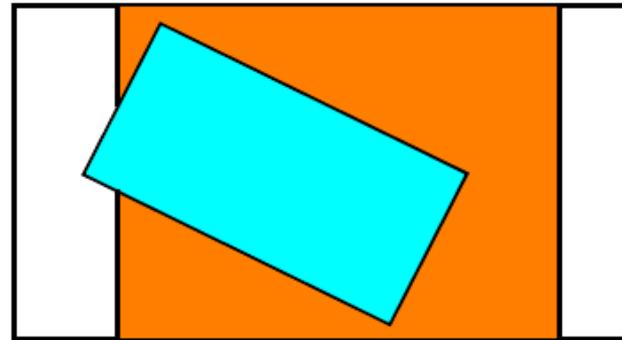
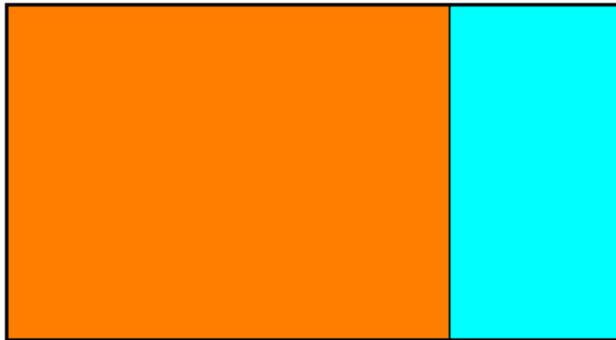
*II Open Matemático*

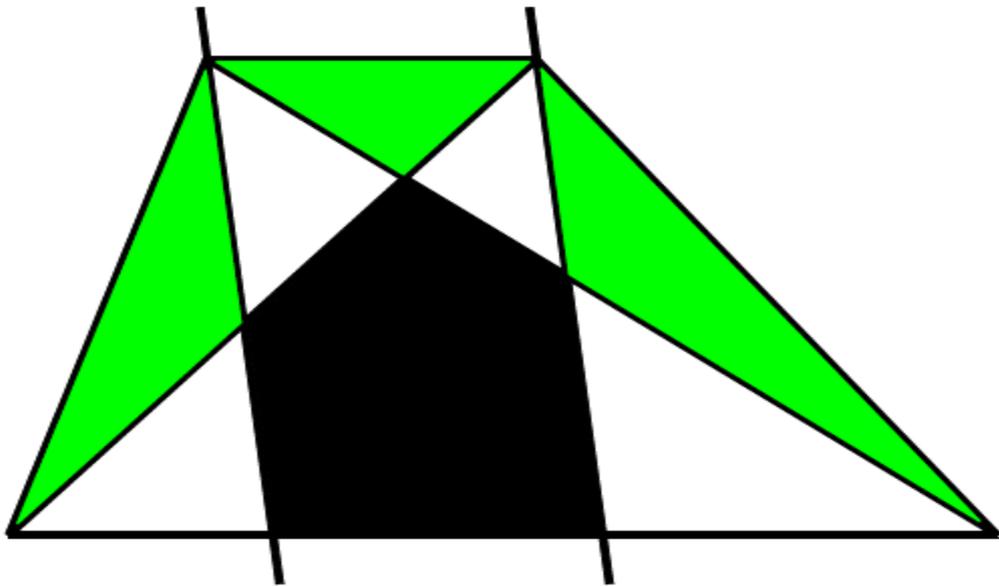
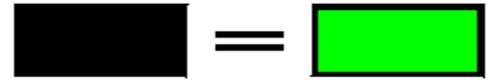
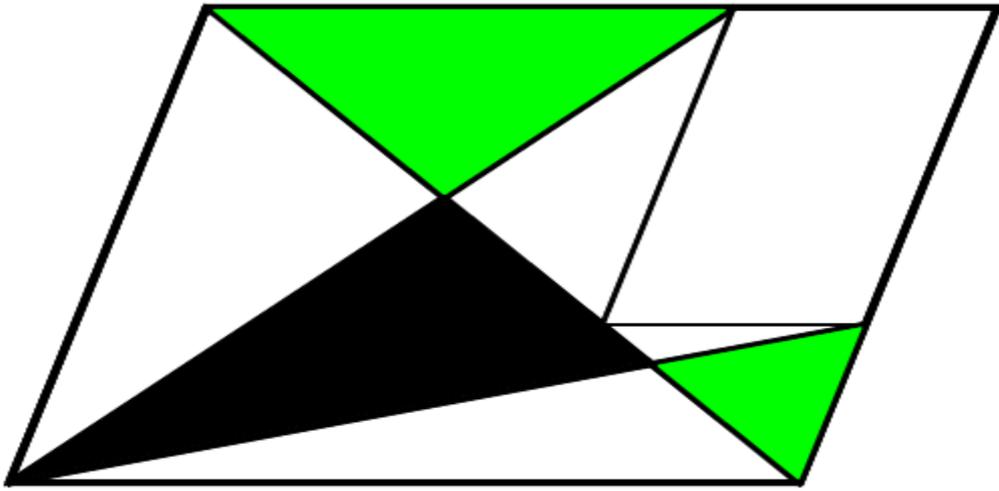


## TEOREMA DE LA ALFOMBRA – 2º Enunciado.

Si dos alfombras cubren cierto piso y se mueven llevando una sobre parte de la otra, la superficie superpuesta es igual a la suma de las superficies que no cubre ninguna de las dos alfombras.

Ejemplo-1.





# Falacias y Paradojas

Alejandro Miralles

Falacias Geométricas y Algebraicas

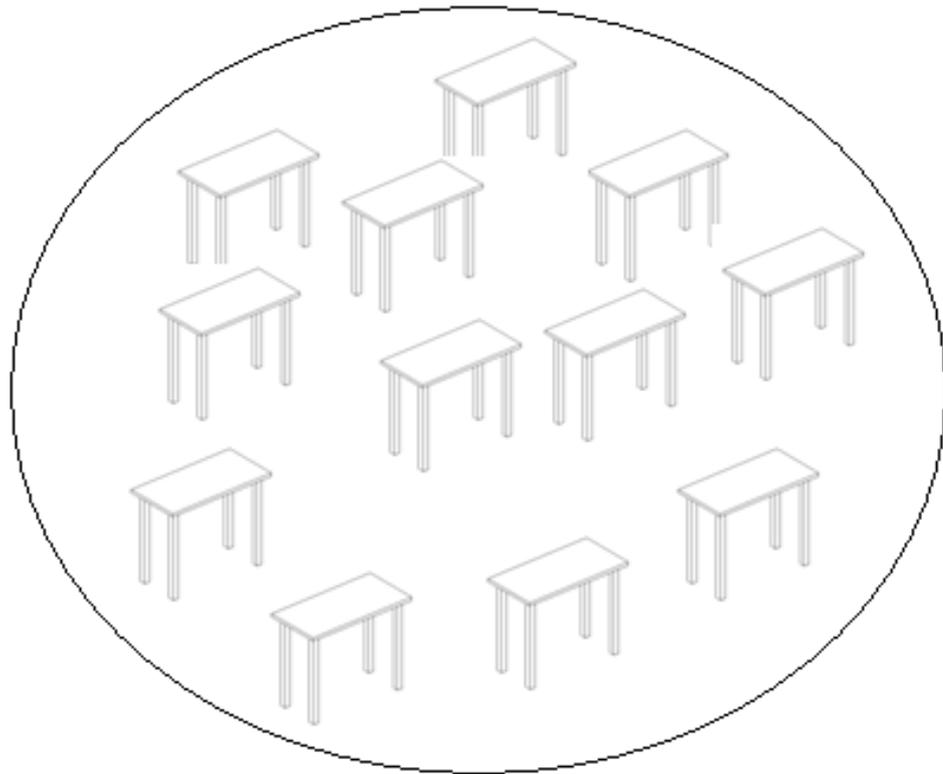
Paradojas Semánticas

Axioma de Abstracción.

Paradoja de Russell

# CONJUNTOS

4. Vamos a volver por un momento a educación infantil. ¿Puedes imaginarte el conjunto de mesas que hay en el aula en la que estás trabajando? Podrías dibujar un conjunto con las mesas, ¿no?



El conjunto A de mesas no es  
una mesa ->

**A no es un elemento de A**

El conjunto B de cosas que  
no son mesas ->

**B sí es un elemento de B**

Cualquier conjunto que imagines, siempre cumple que es un elemento de si mismo o que no es un elemento de si mismo.

Si pensamos en una propiedad abstracta cualquiera

¿siempre podremos hablar del conjunto de elementos que tienen esa propiedad?

**P1 "Ser Azul" -> Conjunto A1**

**P2 "No ser un autobús" -> A2**

**P3 "Ser un número par" -> A3**

# P “No pertenecer a si mismo”

- ◆ Sea  $C$  el conjunto cuyos elementos son todos los conjuntos con la propiedad  $P$ .
- ◆ Analizamos si los conjuntos que hemos definido pertenecen a  $C$ .
- ◆ Se plantea si  $C$  pertenece o no a  $C$ .

# Cuadros que nunca podrás imaginar



Este cuadro pertenece a si mismo.



Este cuadro no pertenece a si mismo.

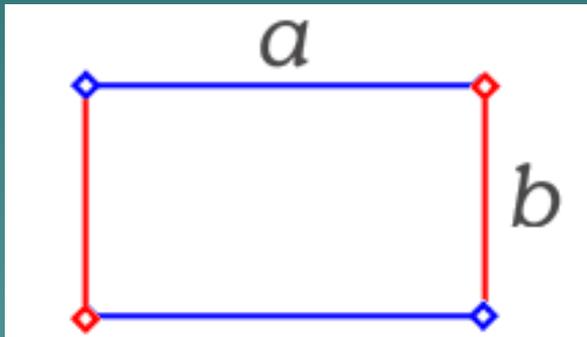
Imagina un cuadro en que están pintados todos los cuadros que no se contengan a si mismos y ninguno más que esos.

¿Ese cuadro pertenece a si mismo?

# Matemáticas y Arte

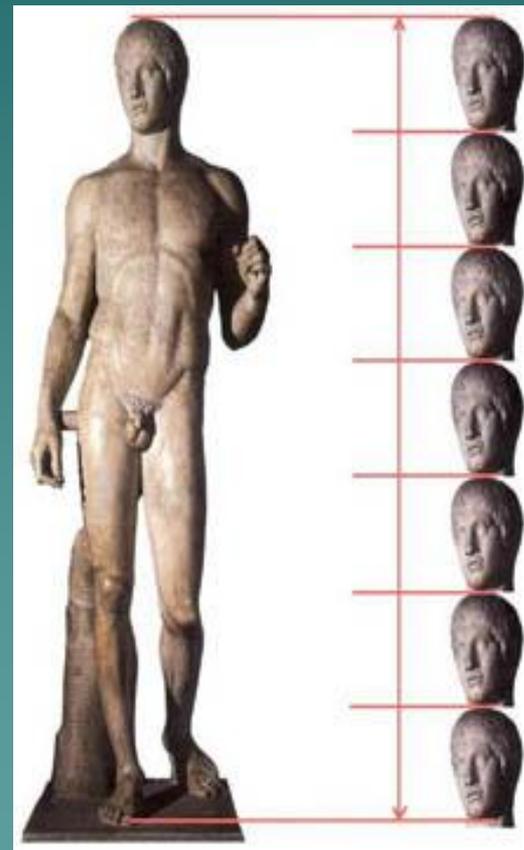
Irene Ferrando y Carlos Segura

Concepto de Proporción o Razón



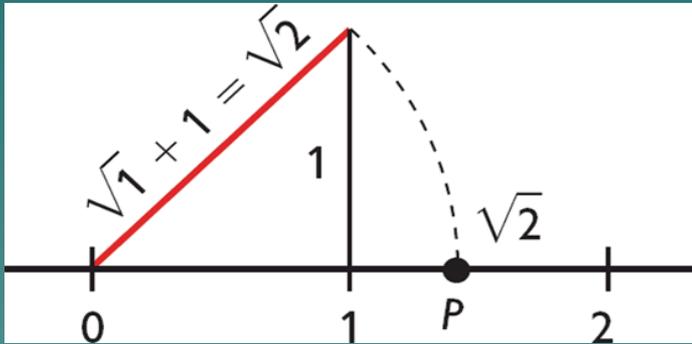
Invariante por Homotecias  
Invariante por Semejanzas

¿Aditiva?

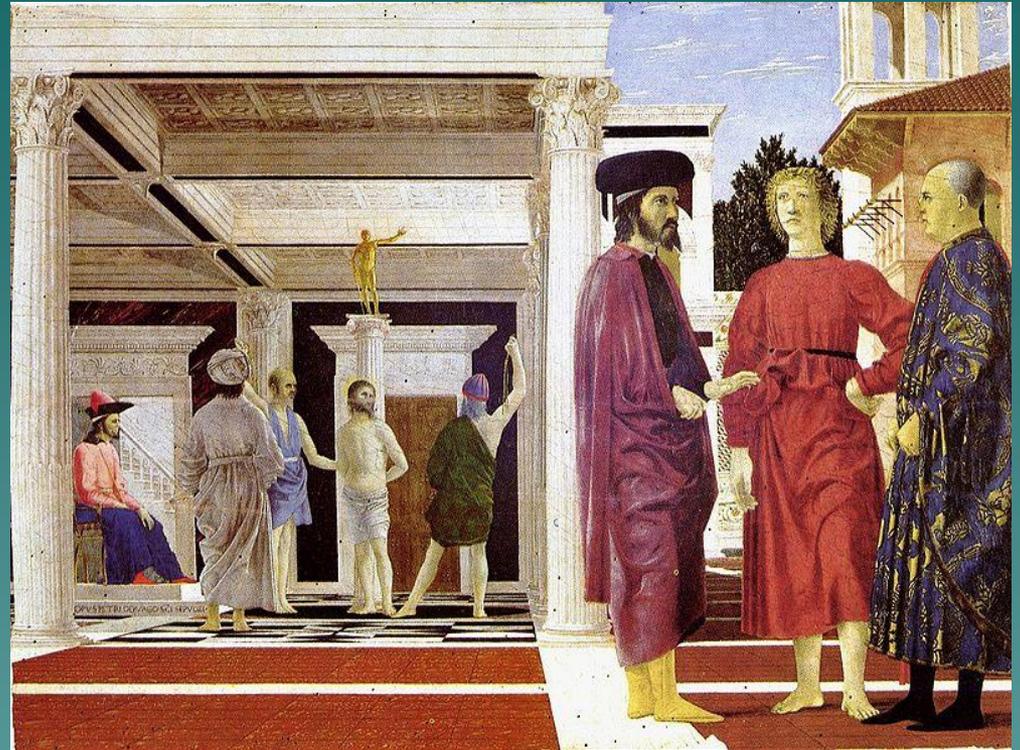


# Rectángulos importantes en Arte

Rectángulo de razón  $\sqrt{2}$   
(armónica)

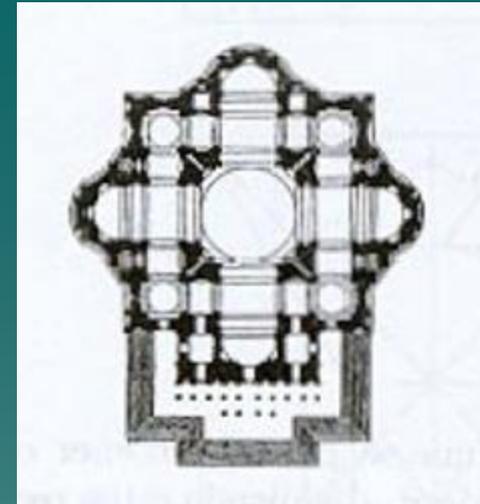


Rectángulos de razón  $\sqrt{n}$   
con regla y compás

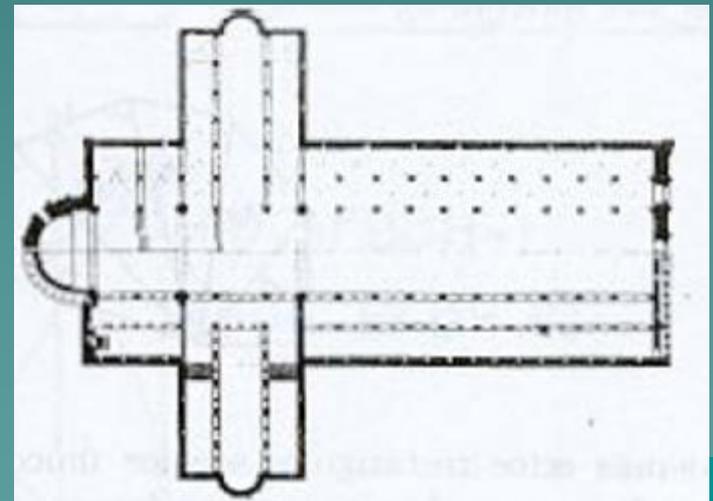


Piero della Francesca  
*La Flagelación de Cristo*, 1455

Encontrar la proporción armónica en la planta de la Basílica de San Pedro (1546).

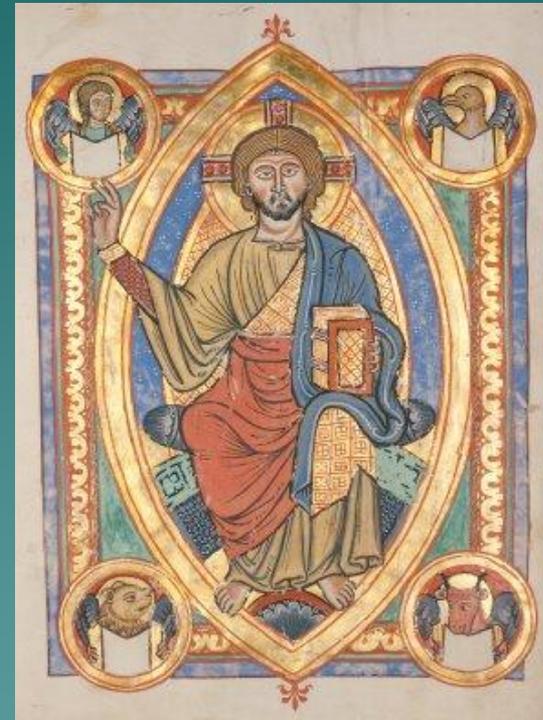
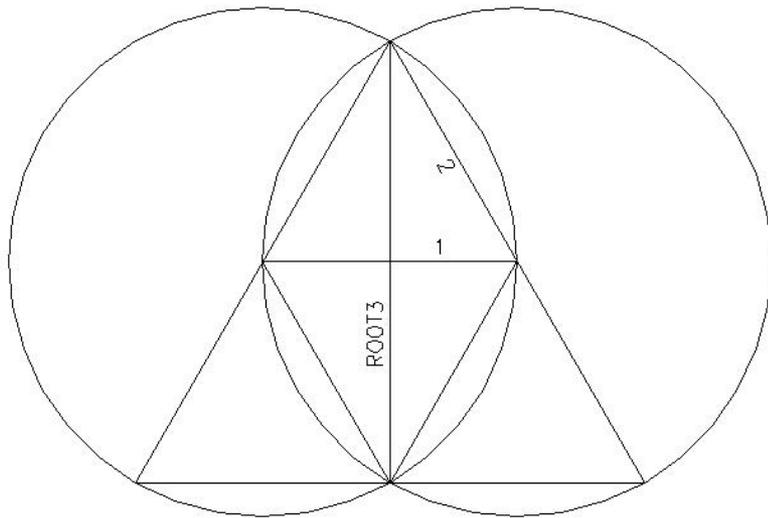


Encontrar la proporción  $\sqrt{5}$  en la Catedral de Pisa (S. XI-XII).



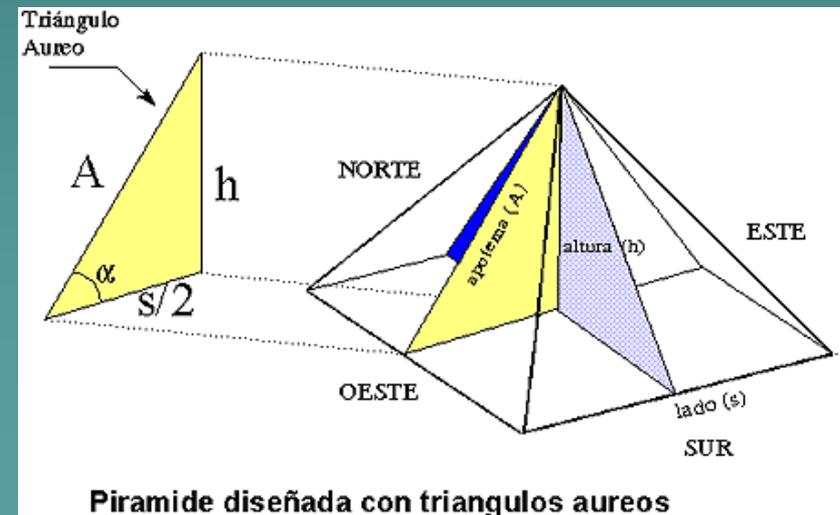
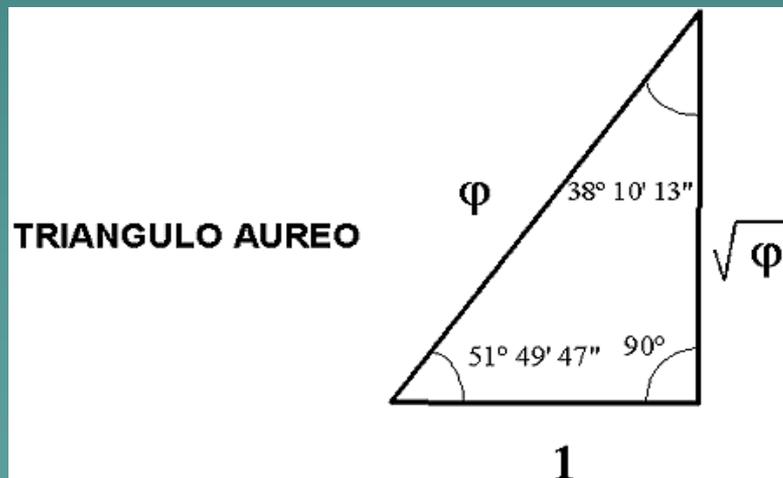
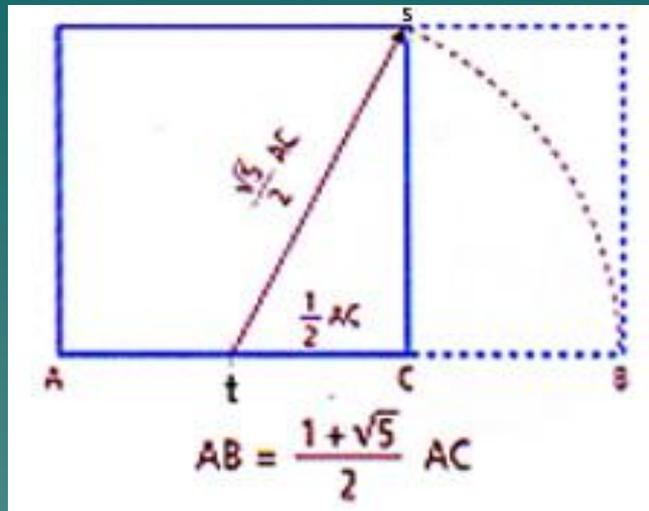
# Rectángulo de razón $\sqrt{3}$ . Aplicación *Vesica Piscis* (Mandorlas)

VESICA PISCIS GENERATING TETRAHEDRON (FIGURE 29)



Manuscrito del s.XIII, Alemania

# Rectángulo de proporción áurea



# Pentágono y triángulo pentalfa. Proporción áurea.

