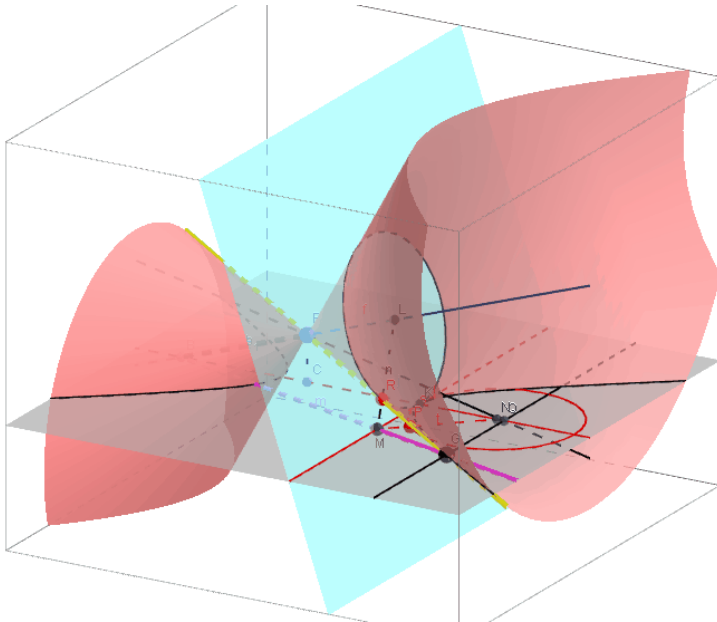
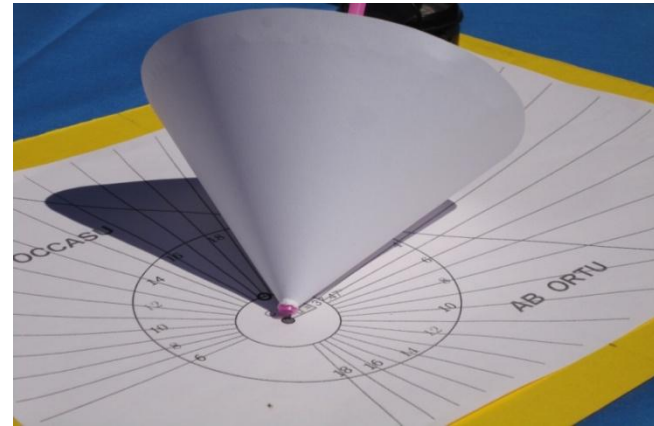
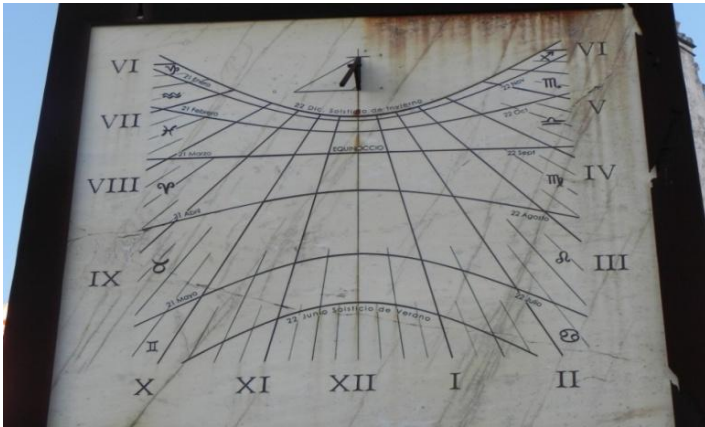


# Conos, cónicas y cuadrantes solares



**Seminario Estalmat  
Barcelona, 4-6 de abril de 2014**

***Francisco R. Fernández  
Antonio J. Pérez***

# Conos, cónicas y cuadrantes solares

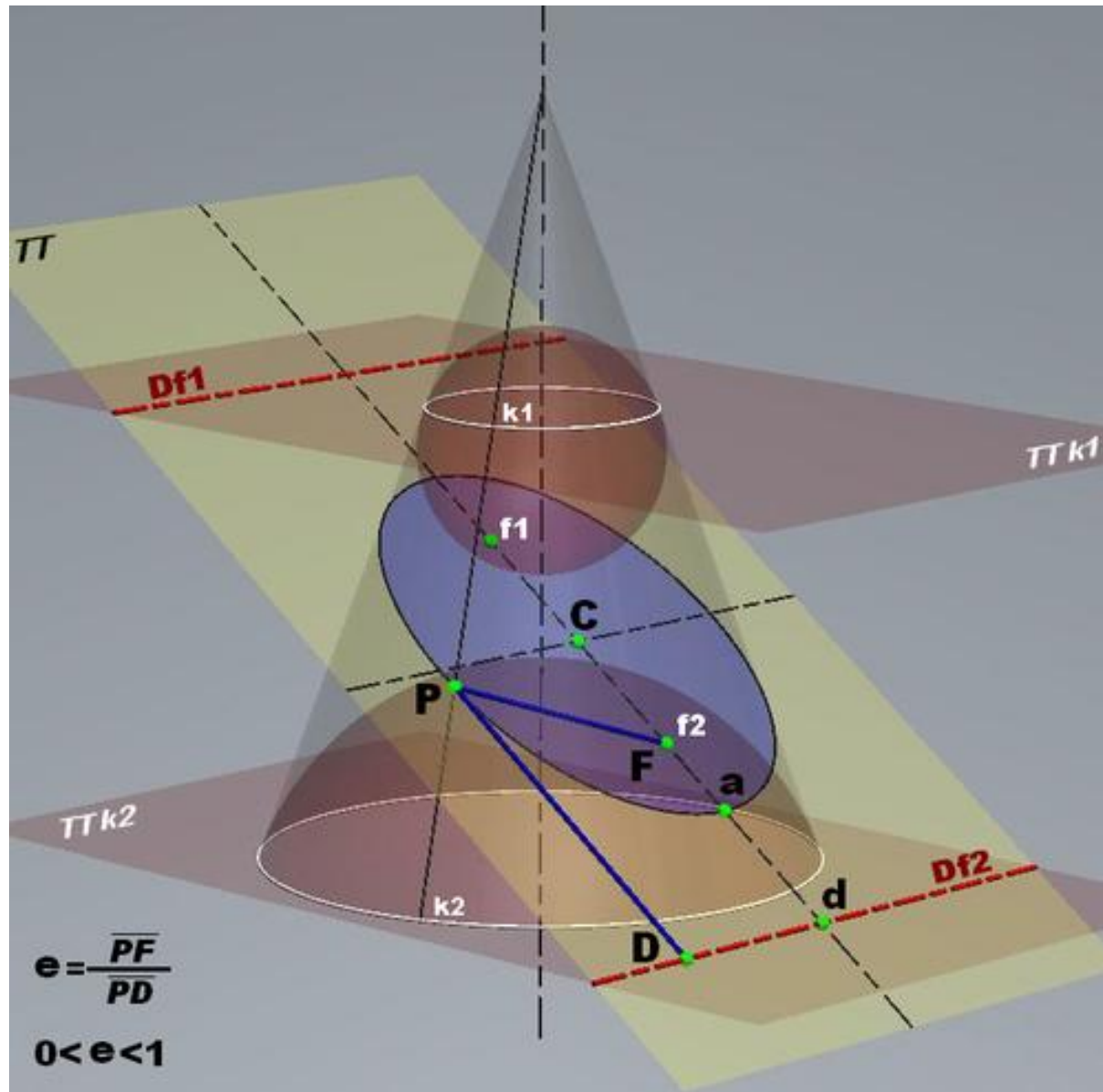
## OBJETIVO:

Construcción de la cónica intersección de un plano con un cono

## Métodos:

- 1) Procedimiento basado en las esferas de Dandelin
- 2) Procedimiento basado en el Analema de Vitruvio.

# Conos, cónicas y cuadrantes solares



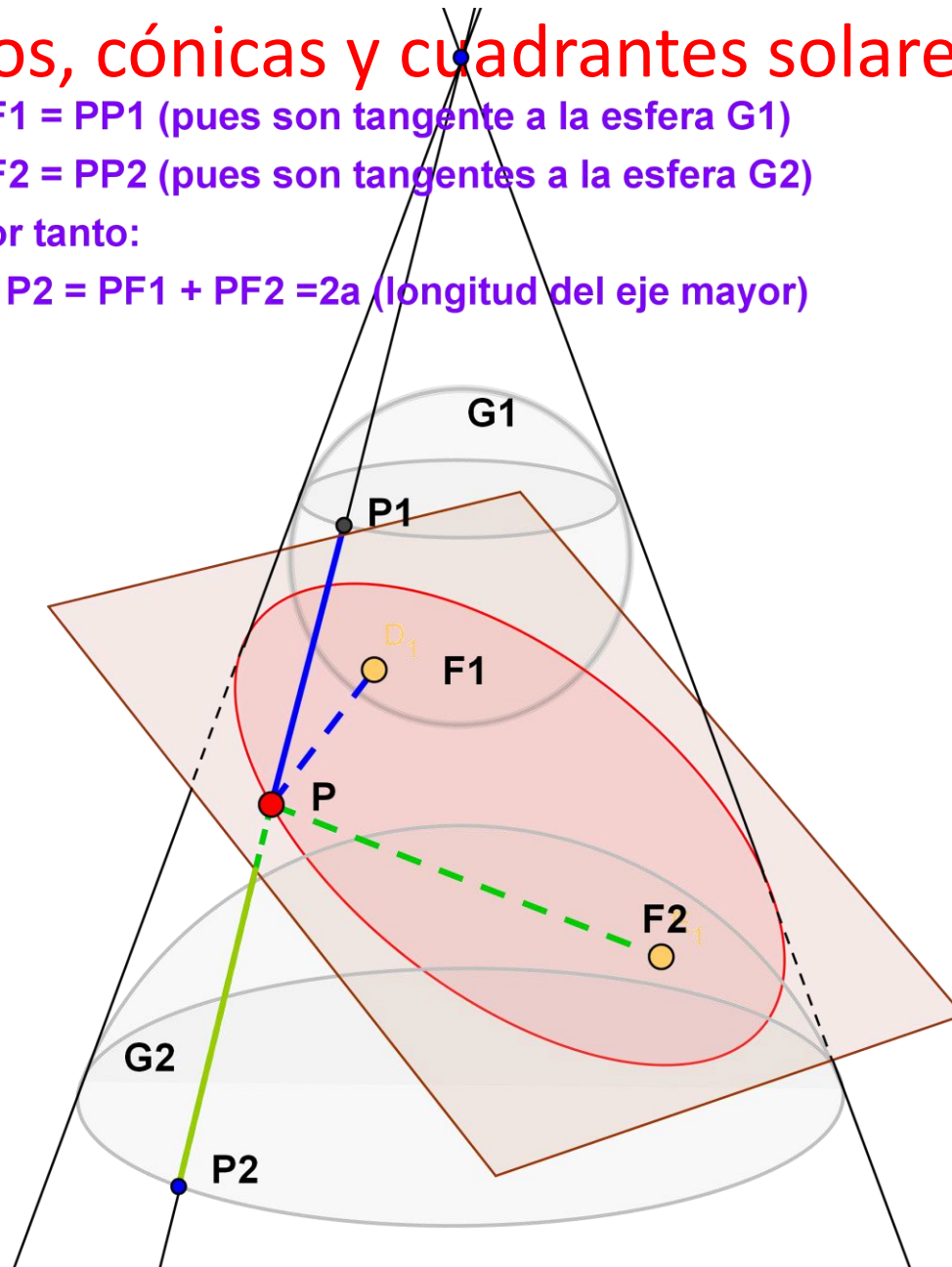
# Conos, cónicas y cuadrantes solares

$PF_1 = PP_1$  (pues son tangente a la esfera  $G_1$ )

$PF_2 = PP_2$  (pues son tangentes a la esfera  $G_2$ )

Por tanto:

$P_1P_2 = PF_1 + PF_2 = 2a$  (longitud del eje mayor)

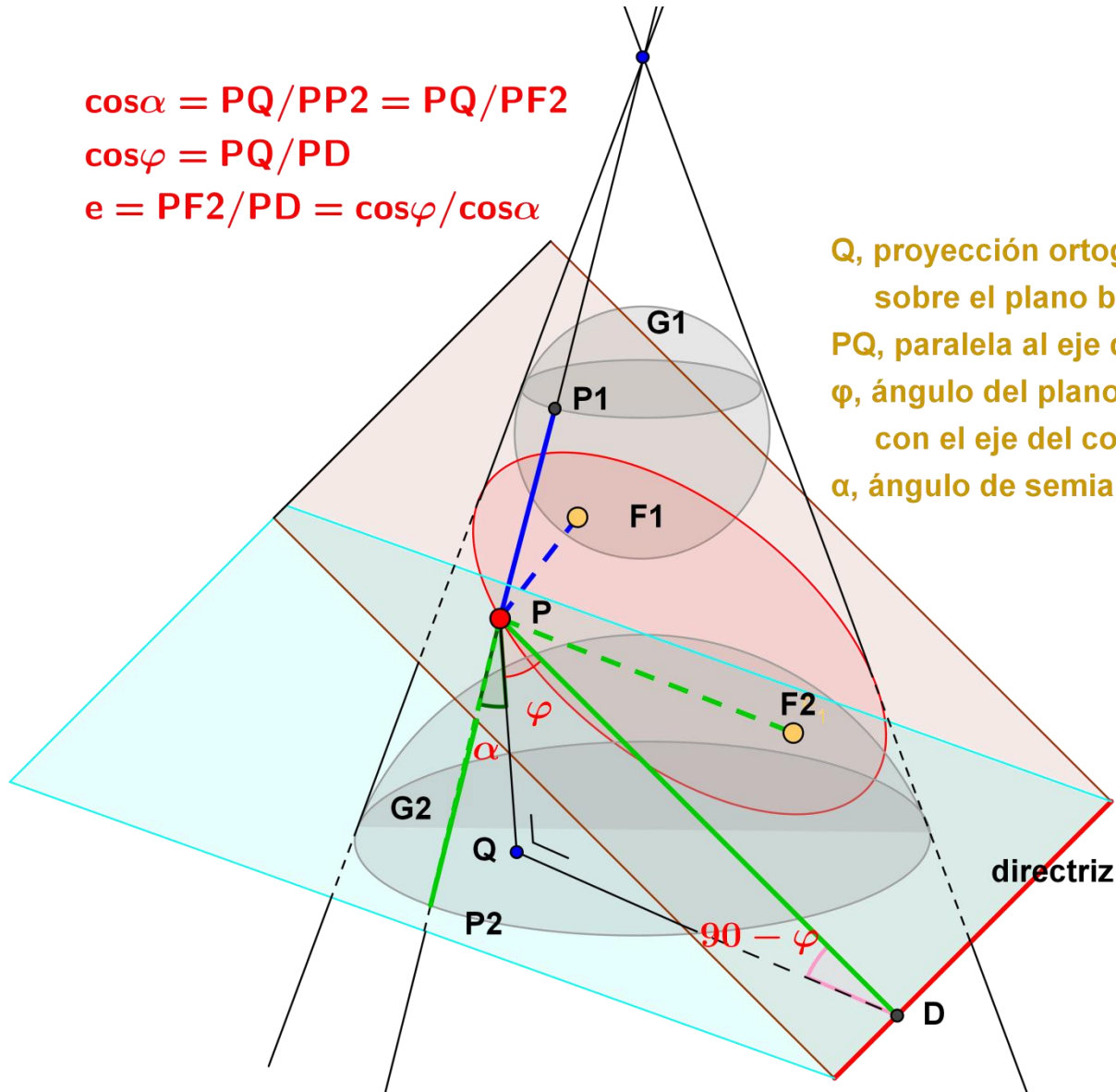


# Conos, cónicas y cuadrantes solares

$$\cos\alpha = PQ/PP_2 = PQ/PF_2$$

$$\cos\varphi = PQ/PD$$

$$e = PF_2/PD = \cos\varphi/\cos\alpha$$



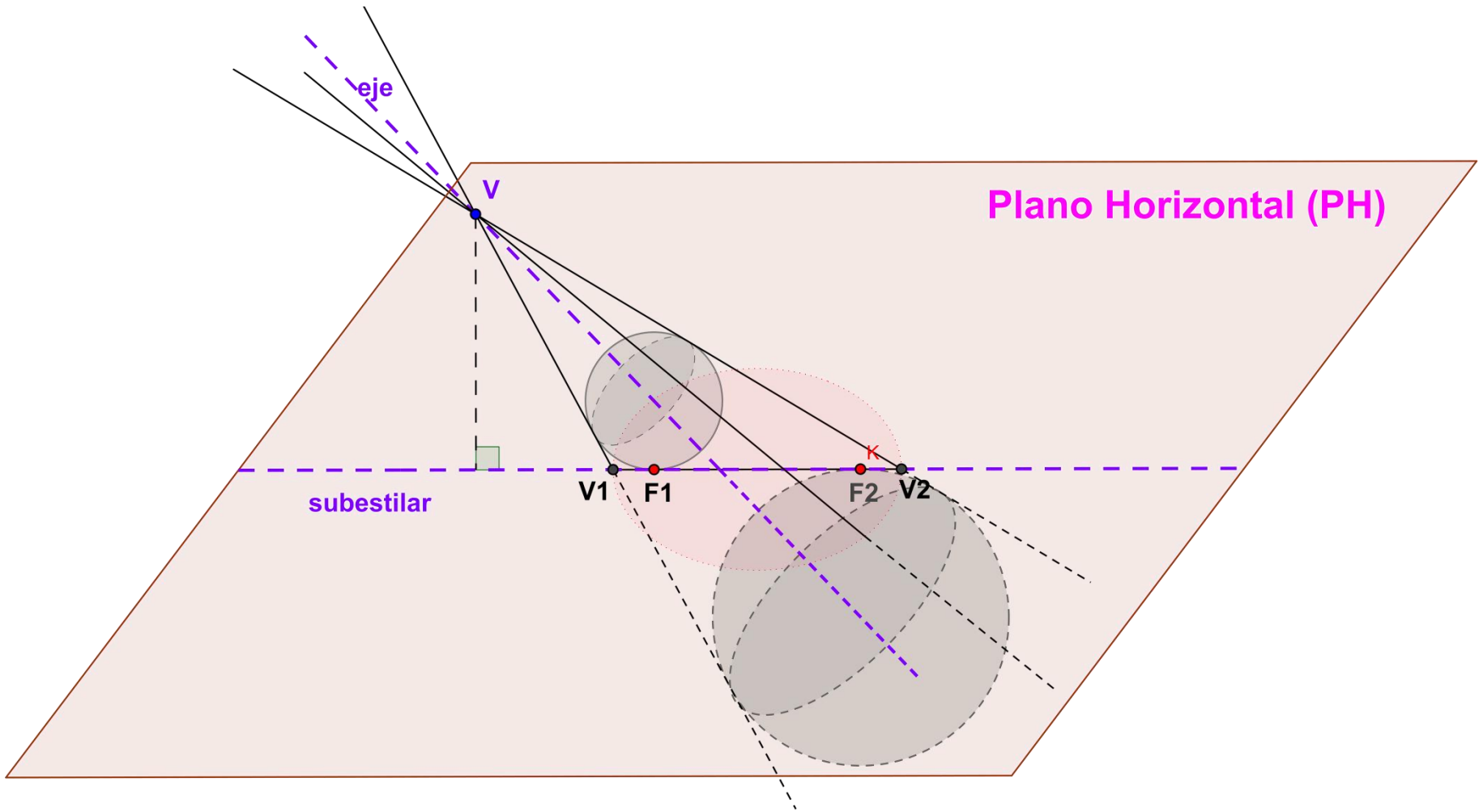
$Q$ , proyección ortogonal de  $P$  sobre el plano base.

$PQ$ , paralela al eje del cono.

$\varphi$ , ángulo del plano de la cónica con el eje del cono.

$\alpha$ , ángulo de semiapertura del cono.

# Conos, cónicas y cuadrantes solares





# Conos, cónicas y cuadrantes solares

Abatimos el PV sobre el PH  
utilizando la línea subestilar  
como charnela (Línea de Tierra -LT-)

Plano Vertical (PV)

PH

eje

V

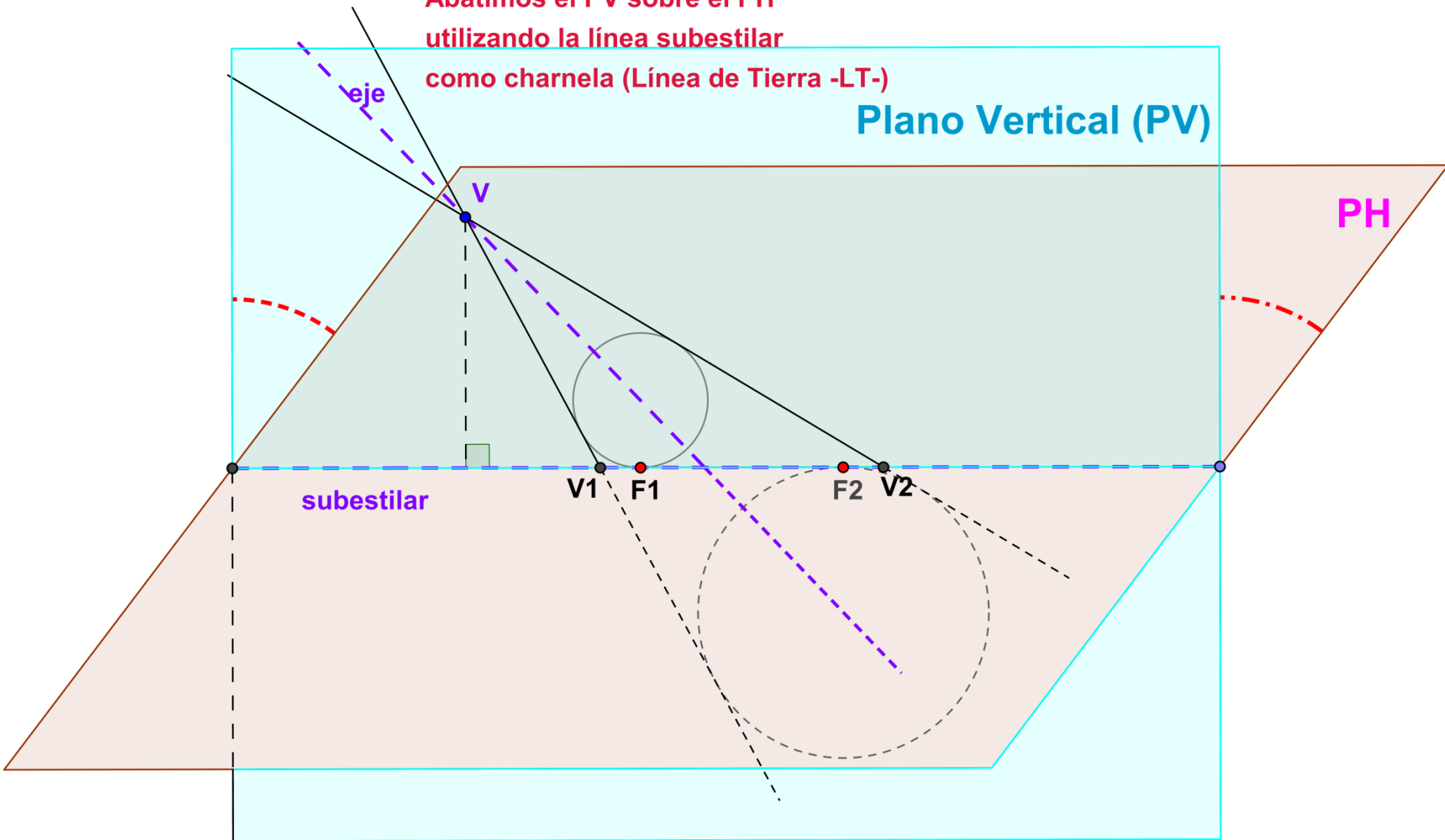
subestilar

V1

F1

F2

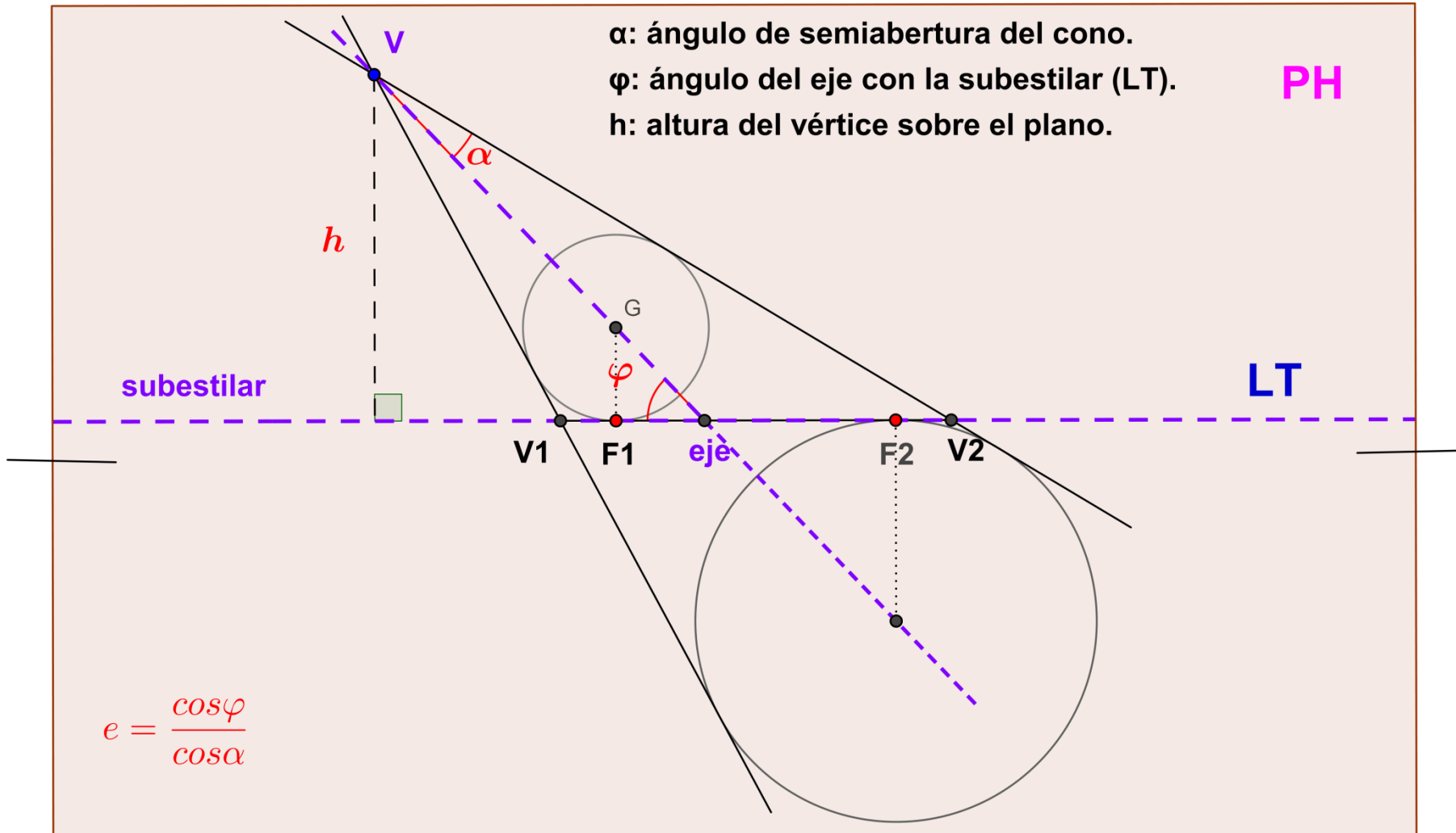
V2



# Conos, cónicas y cuadrantes solares

Representación del cono con las esferas en el Plano Horizontal.

Focos y Vértices de la cónica intersección.



# Conos, cónicas y cuadrantes solares

## PASOS EN LA REPRESENTACIÓN (I).

### El Cono. Obtención de los Vértices

$\alpha$ : ángulo de semiapertura del cono.

$\varphi$ : ángulo del eje con la subestilar (LT).

$h$ : altura del vértice sobre el plano.

PH

$$e = \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha}$$

subestilar

LT

V1

F1

eje

F2

V2

$C_2$

**TRAZAR:**

Una línea horizontal (subestilar)

V, a una distancia  $h$  de la subestilar

Con ángulo  $\varphi$ , el eje

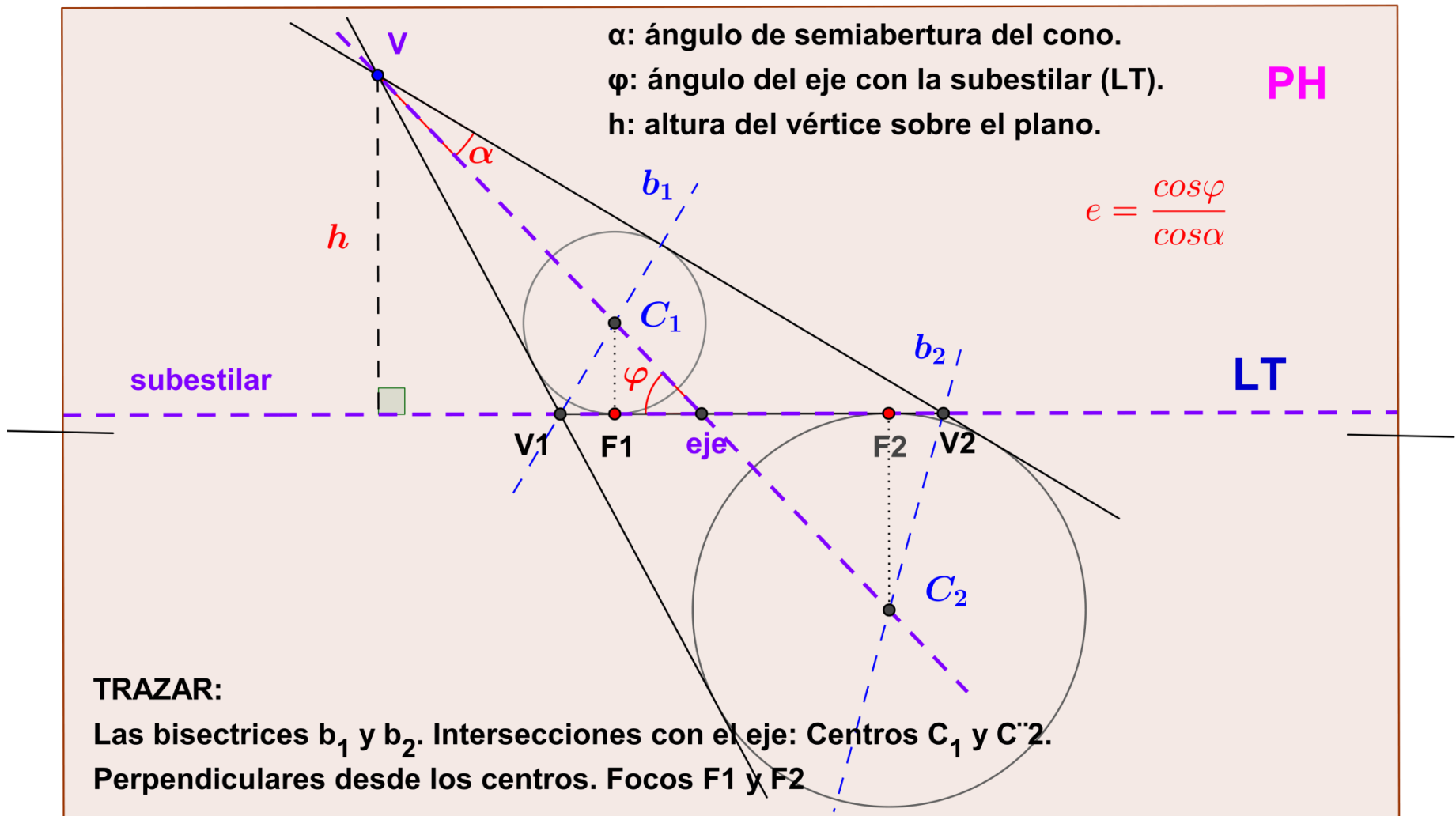
Con ángulo  $\alpha$ , una generatriz. Obtención de V2

La otra generatriz, simétrica a la anterior respecto del eje. Obtención de V1

# Conos, cónicas y cuadrantes solares

## PASOS EN LA REPRESENTACIÓN (II).

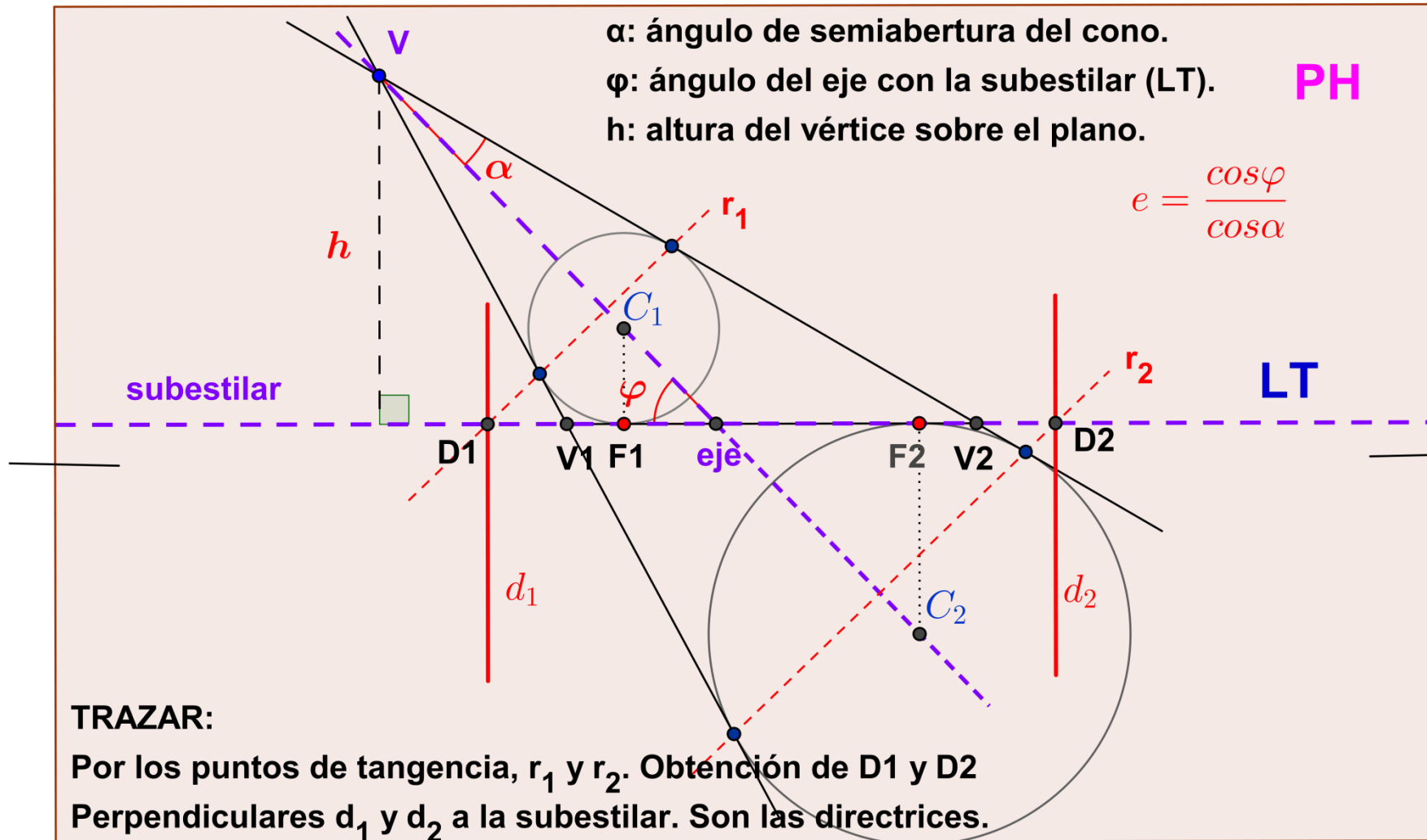
### Las Esferas. Obtención de los Focos



# Conos, cónicas y cuadrantes solares

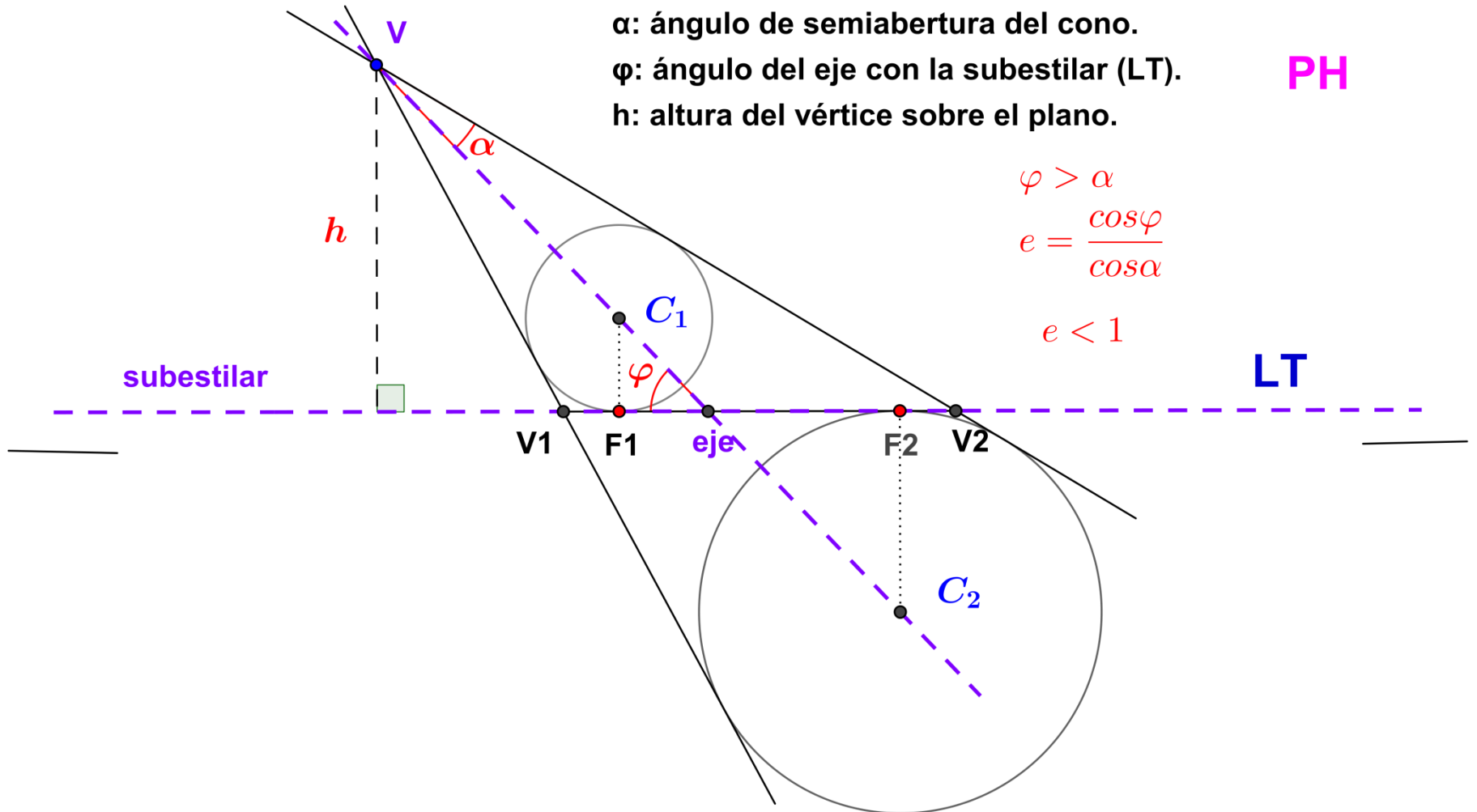
## PASOS EN LA REPRESENTACIÓN (III).

### Directrices de la cónica.



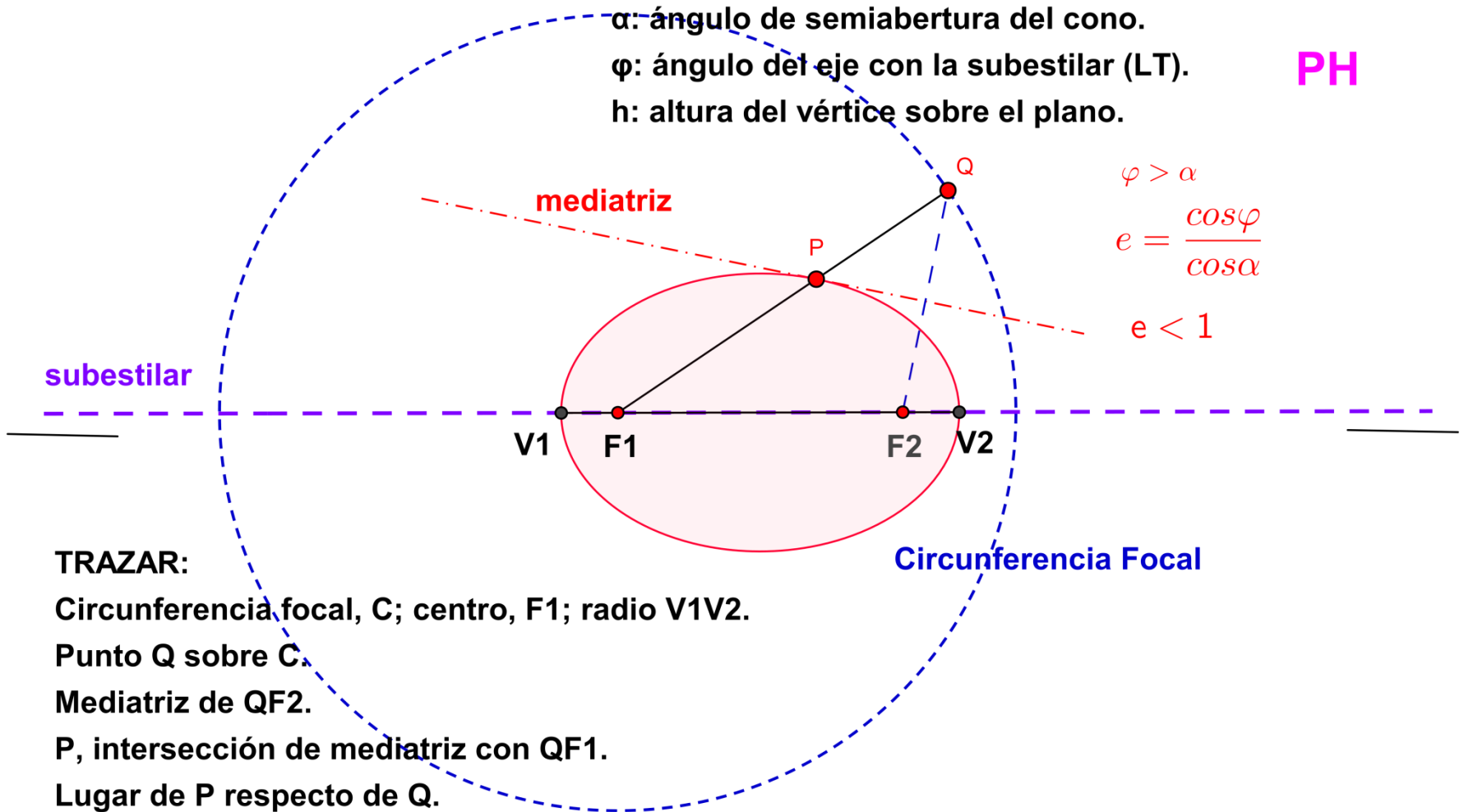
# Conos, cónicas y cuadrantes solares

## Elipse (I). Focos y Vértices



# Conos, cónicas y cuadrantes solares

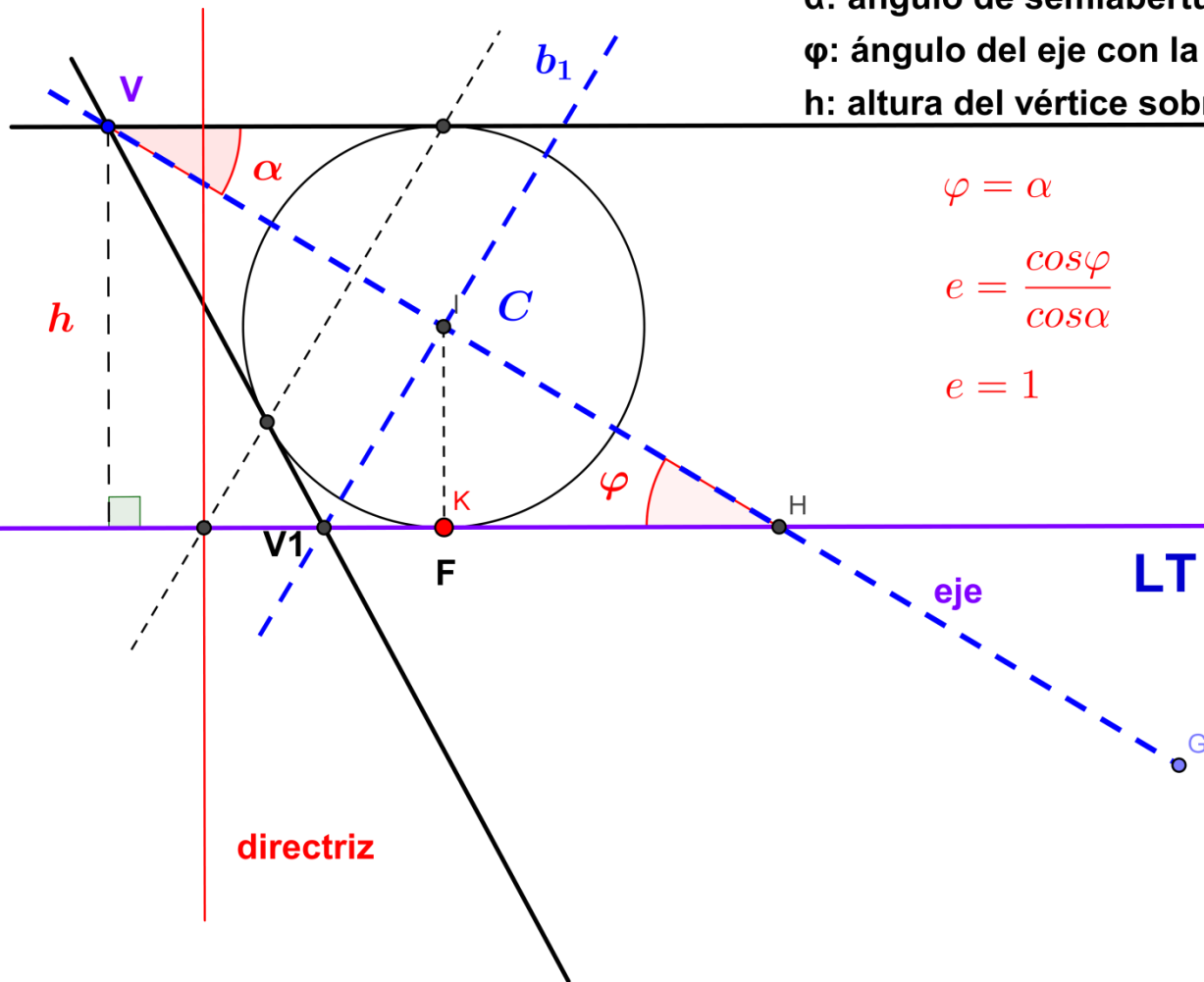
## Elipse (II). Construcción



# Conos, cónicas y cuadrantes solares

## Parábola (I). Foco y Directriz

$\alpha$ : ángulo de semiapertura del cono.  
 $\varphi$ : ángulo del eje con la subestilar (LT).  
 $h$ : altura del vértice sobre el plano.



$$\varphi = \alpha$$

$$e = \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha}$$

$$e = 1$$

PH

LT

eje

directriz

subestilar

# Conos, cónicas y cuadrantes solares

## Parábola (II). Construcción

$\alpha$ : ángulo de semiapertura del cono.

$\varphi$ : ángulo del eje con la subestilar (LT).

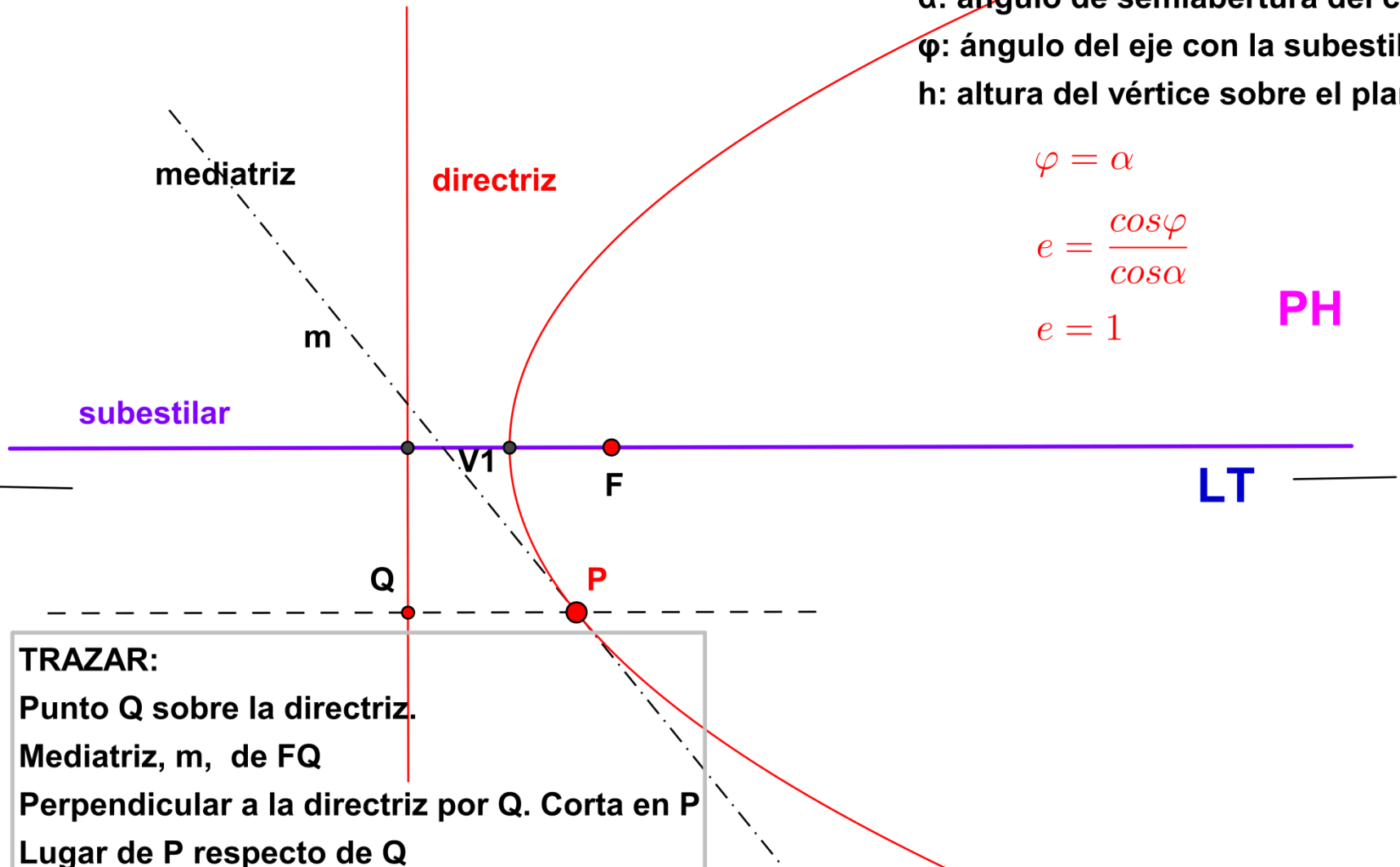
$h$ : altura del vértice sobre el plano.

$$\varphi = \alpha$$

$$e = \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha}$$

$$e = 1$$

PH



**TRAZAR:**

Punto Q sobre la directriz.

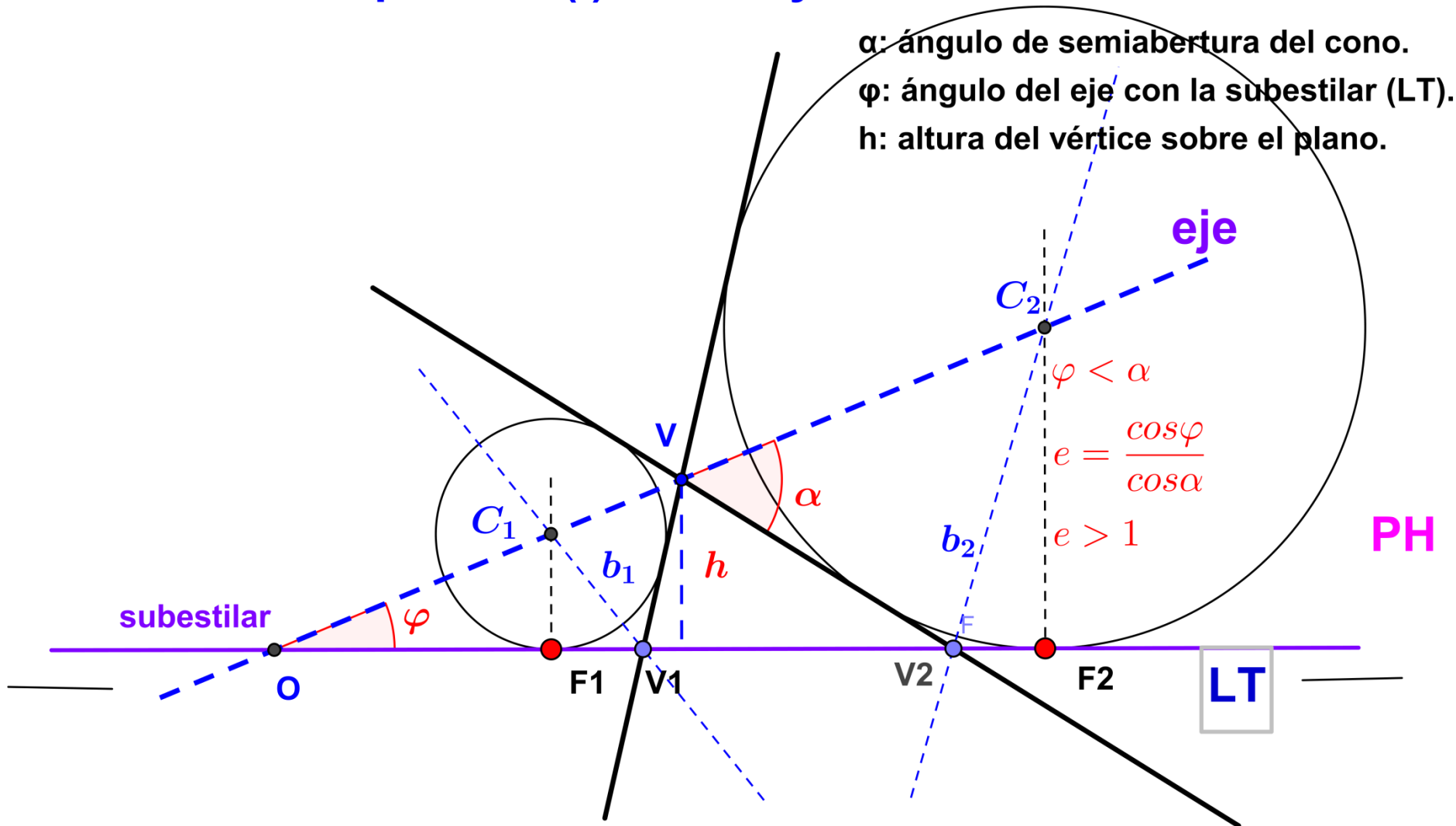
Mediatriz, m, de FQ

Perpendicular a la directriz por Q. Corta en P

Lugar de P respecto de Q

# Conos, cónicas y cuadrantes solares

## Hipérbola (I). Focos y Vértices



# Conos, cónicas y cuadrantes solares

## Hipérbola (II). Construcción

$\alpha$ : ángulo de semiapertura del cono.  
 $\varphi$ : ángulo del eje con la subestilar (LT).  
h: altura del vértice sobre el plano.

TRAZAR:

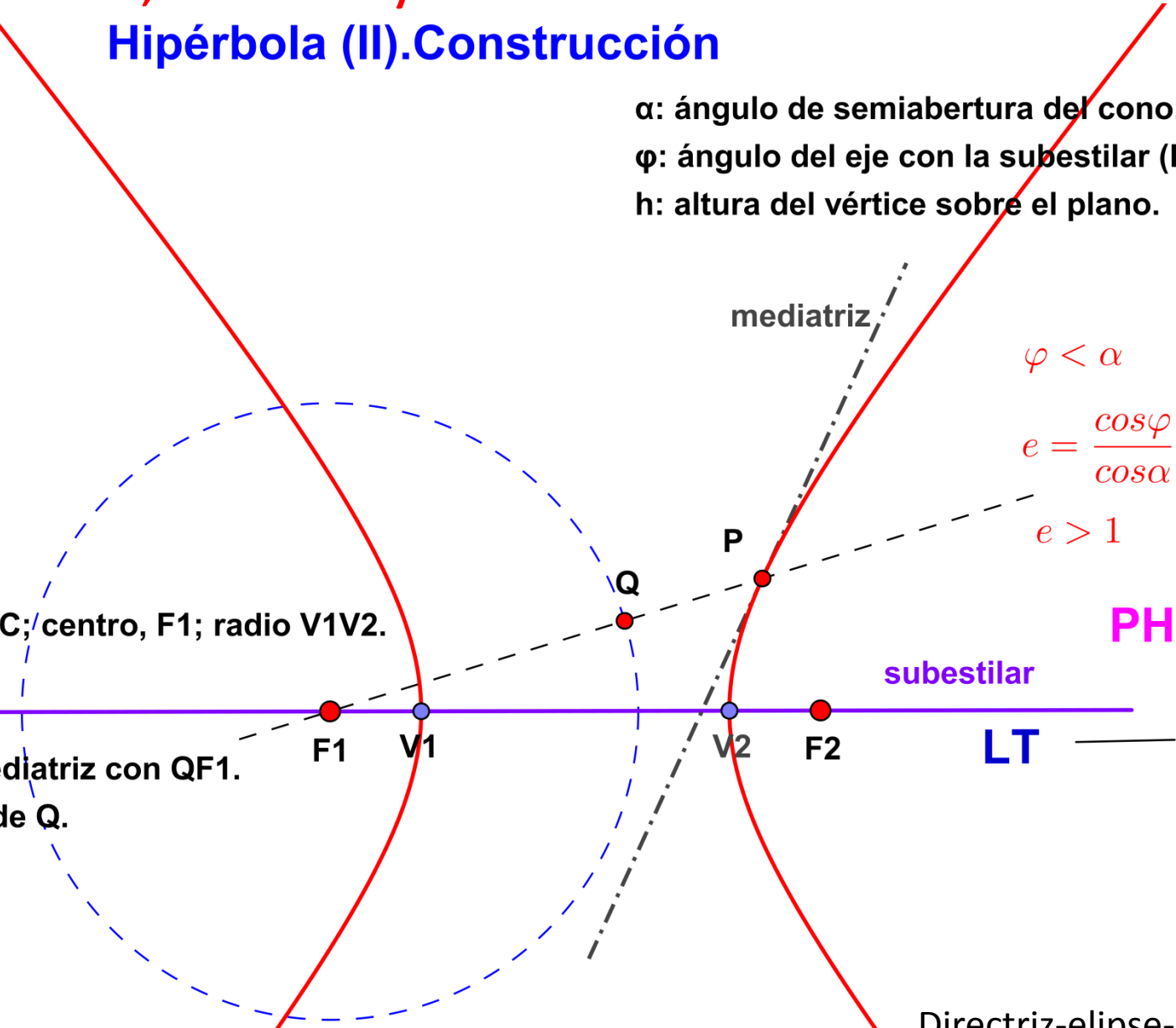
Circunferencia focal, C; centro, F1; radio V1V2.

Punto Q sobre C.

Mediatriz de QF2.

P, intersección de mediatriz con QF1.

Lugar de P respecto de Q.

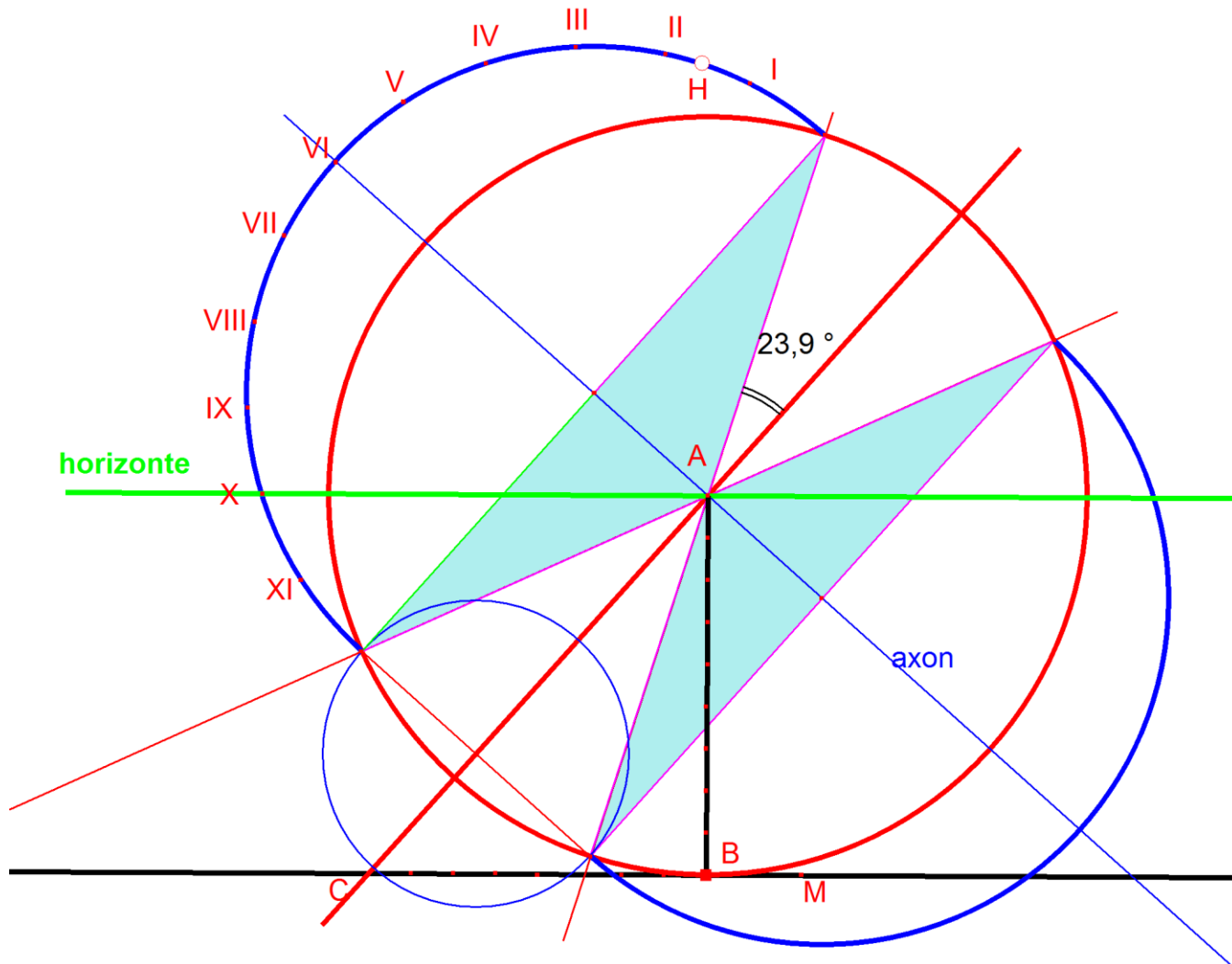


$$\varphi < \alpha$$
$$e = \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha}$$
$$e > 1$$

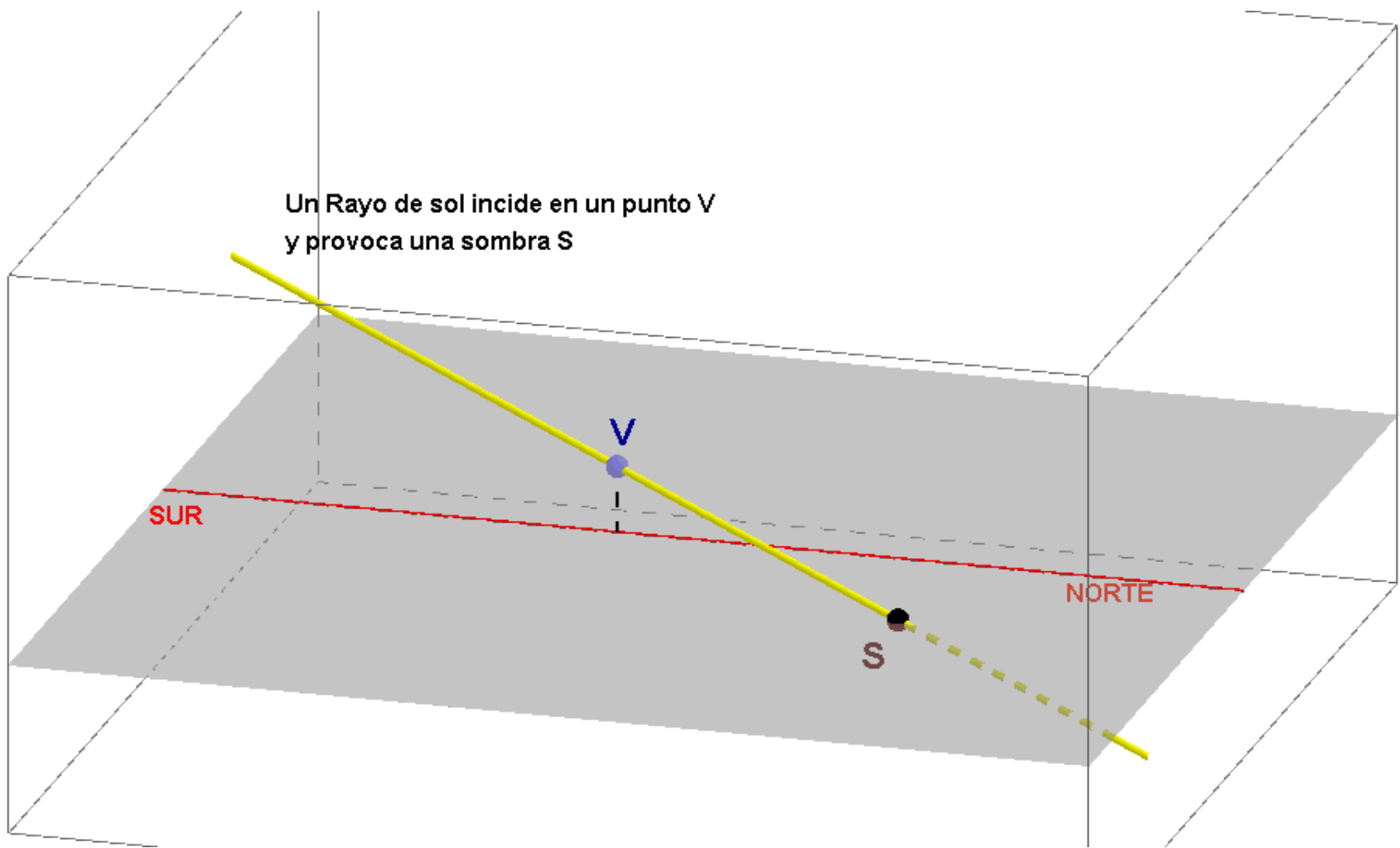
PH

LT

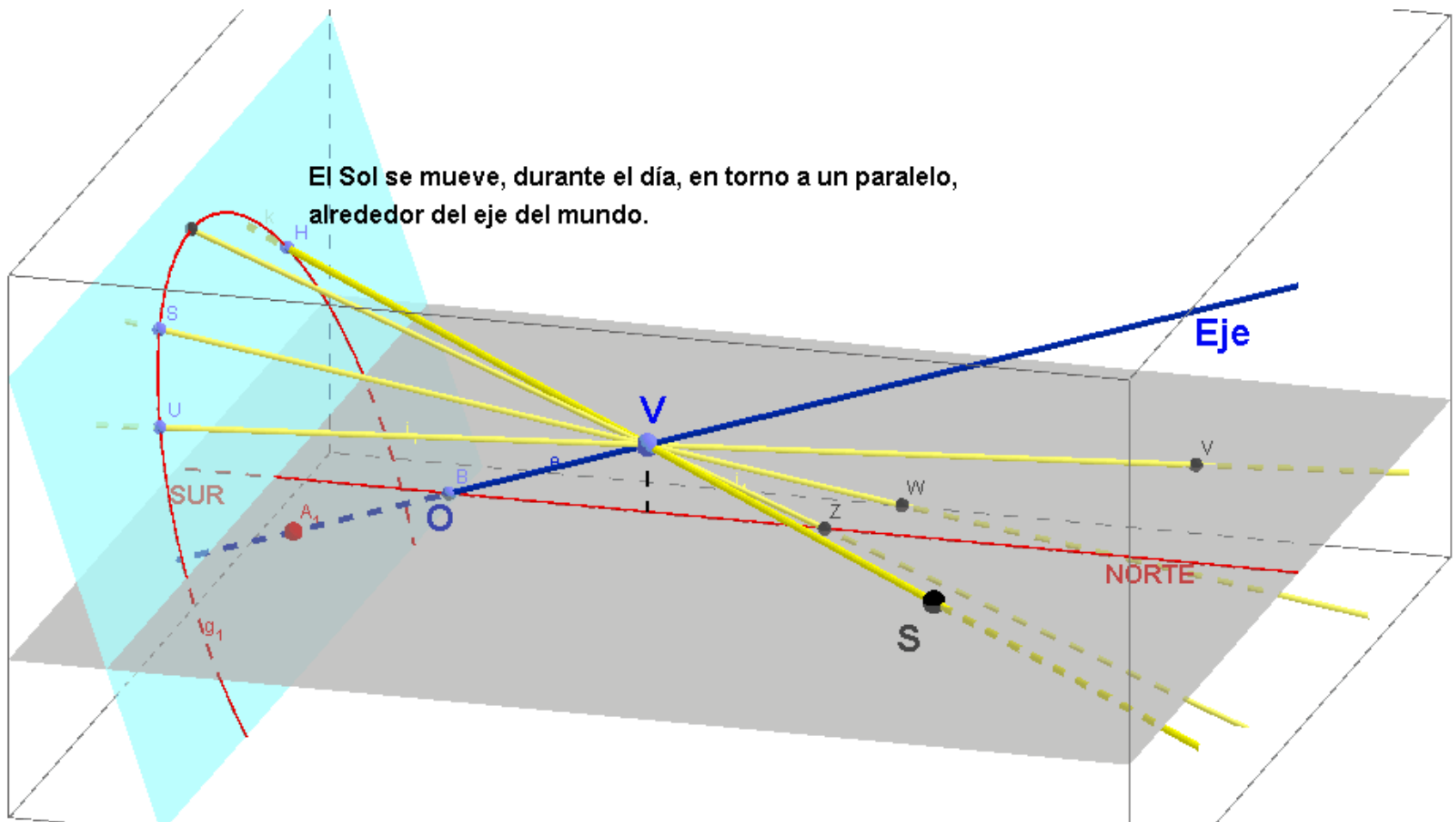
# El Analema de Vitruvio



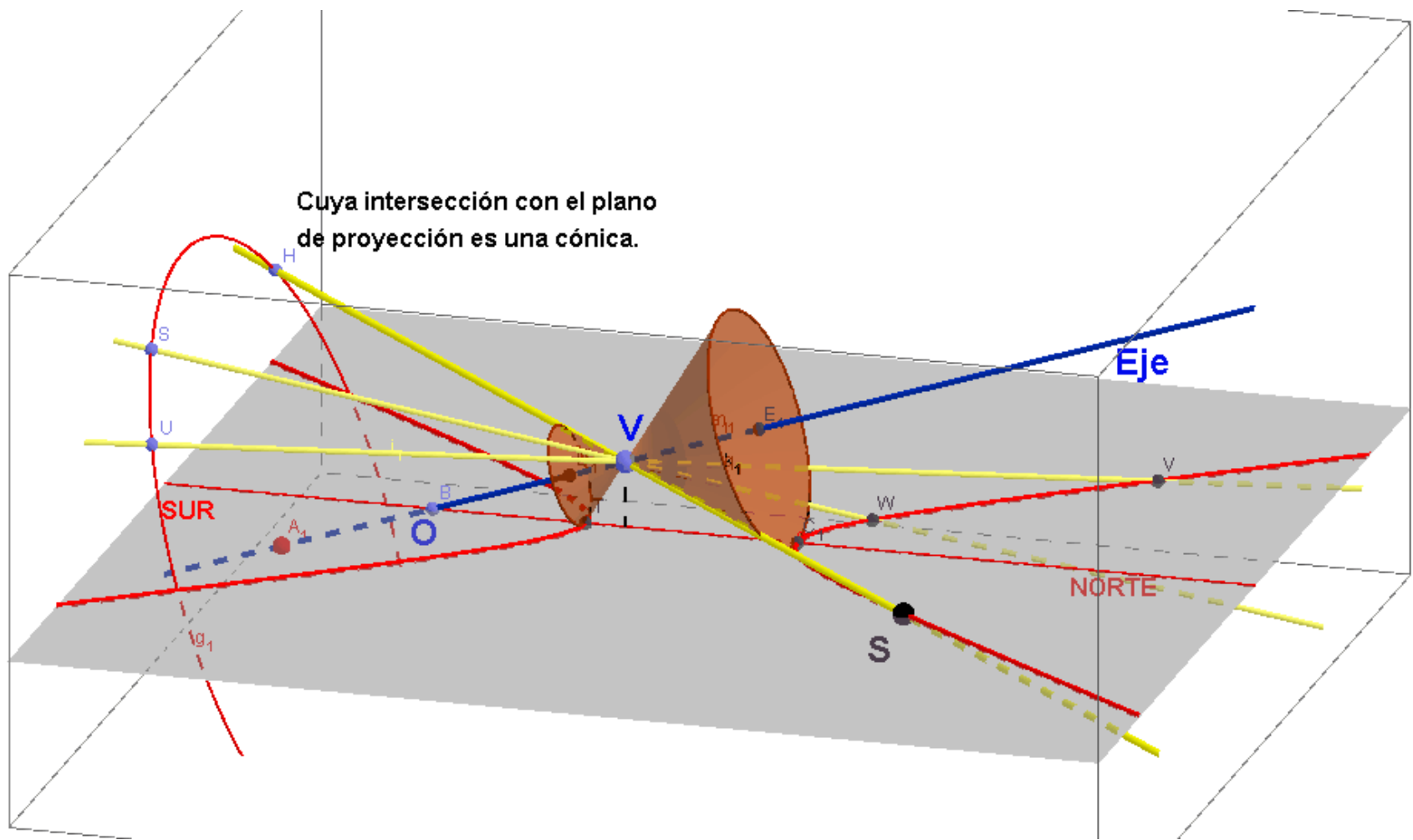


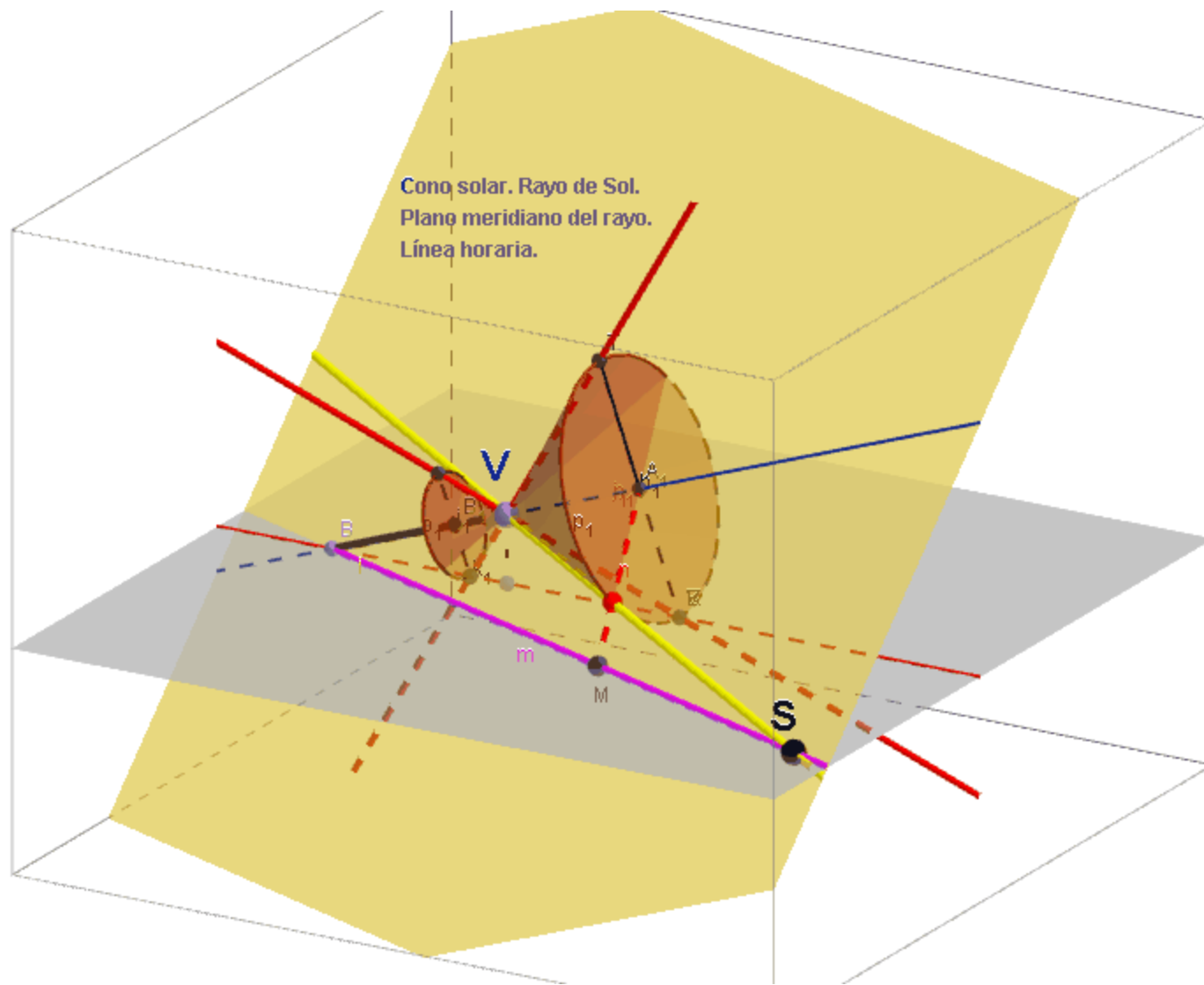


El Sol se mueve, durante el día, en torno a un paralelo, alrededor del eje del mundo.





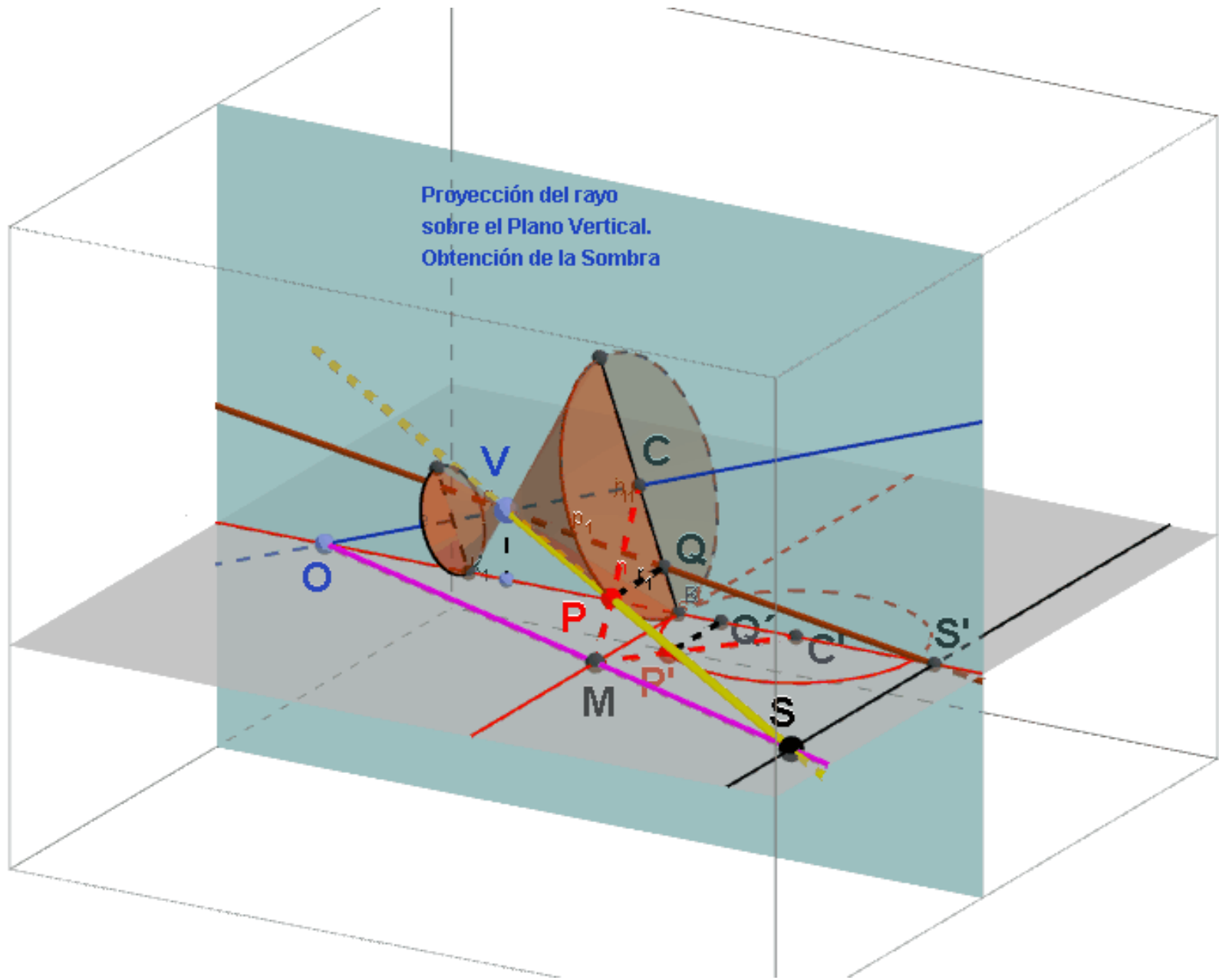




Cono-Corto-0

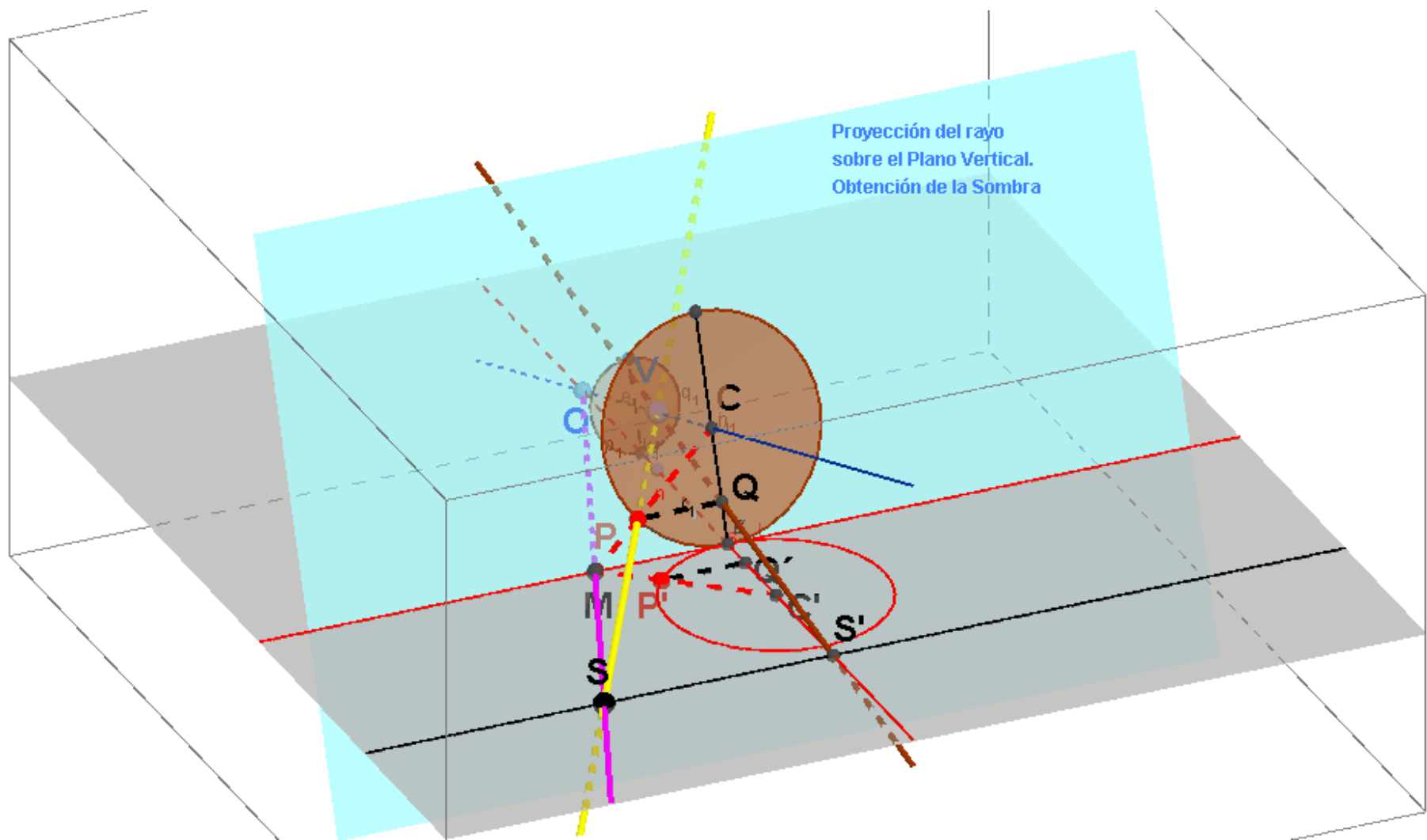




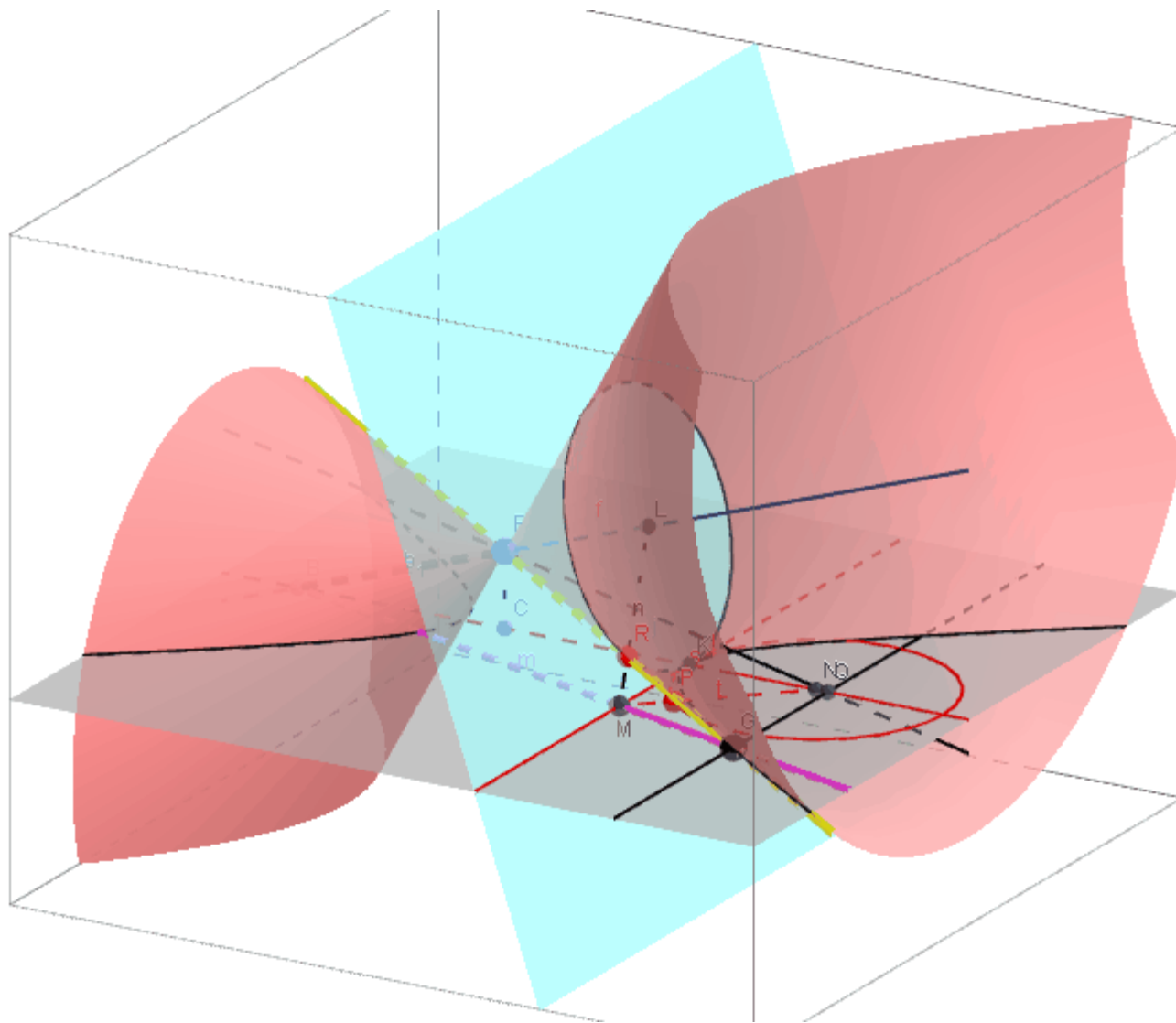


Proyección del rayo  
sobre el Plano Vertical.  
Obtención de la Sombra

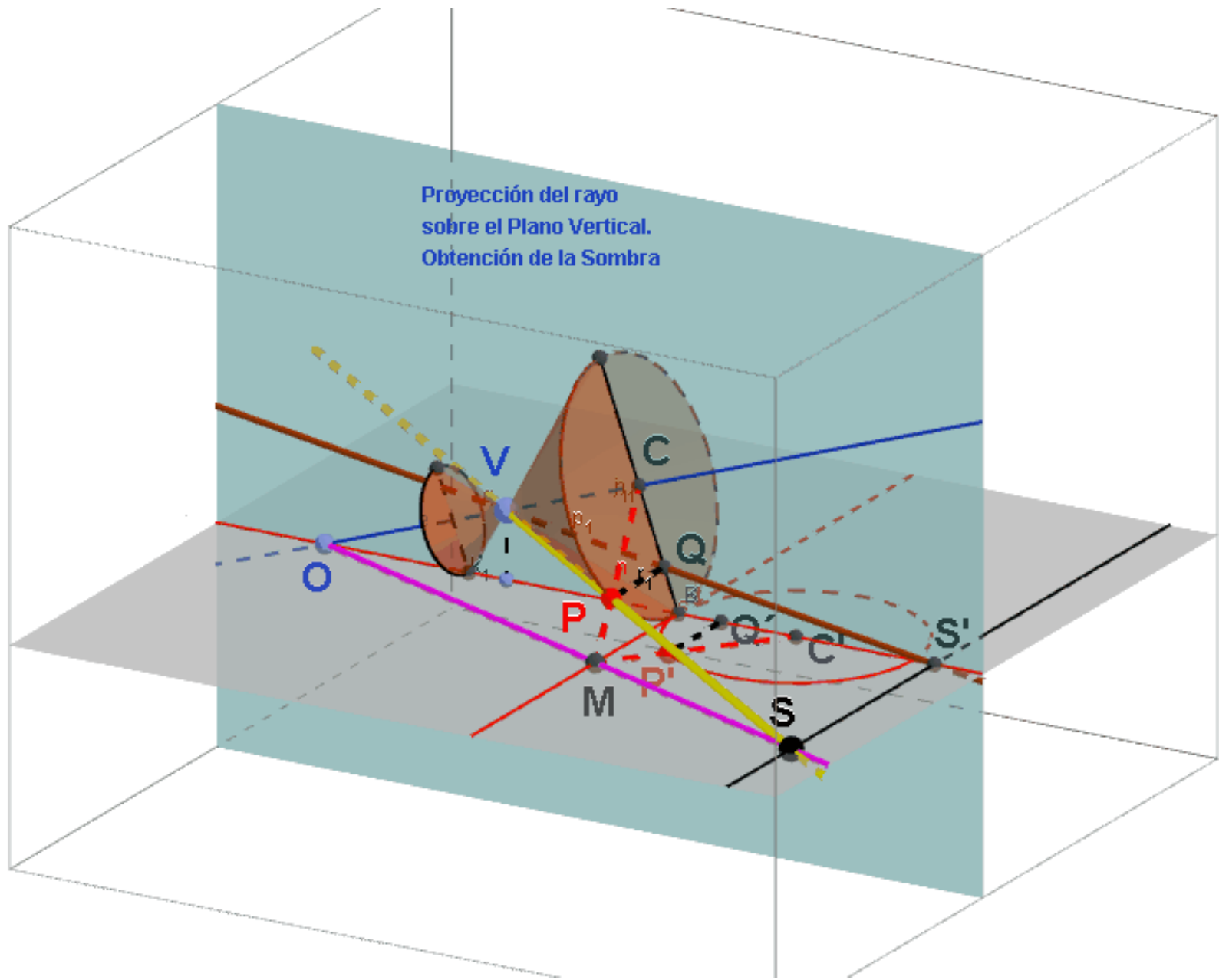
Cono-corto-3-1



Cono-corto-3-1





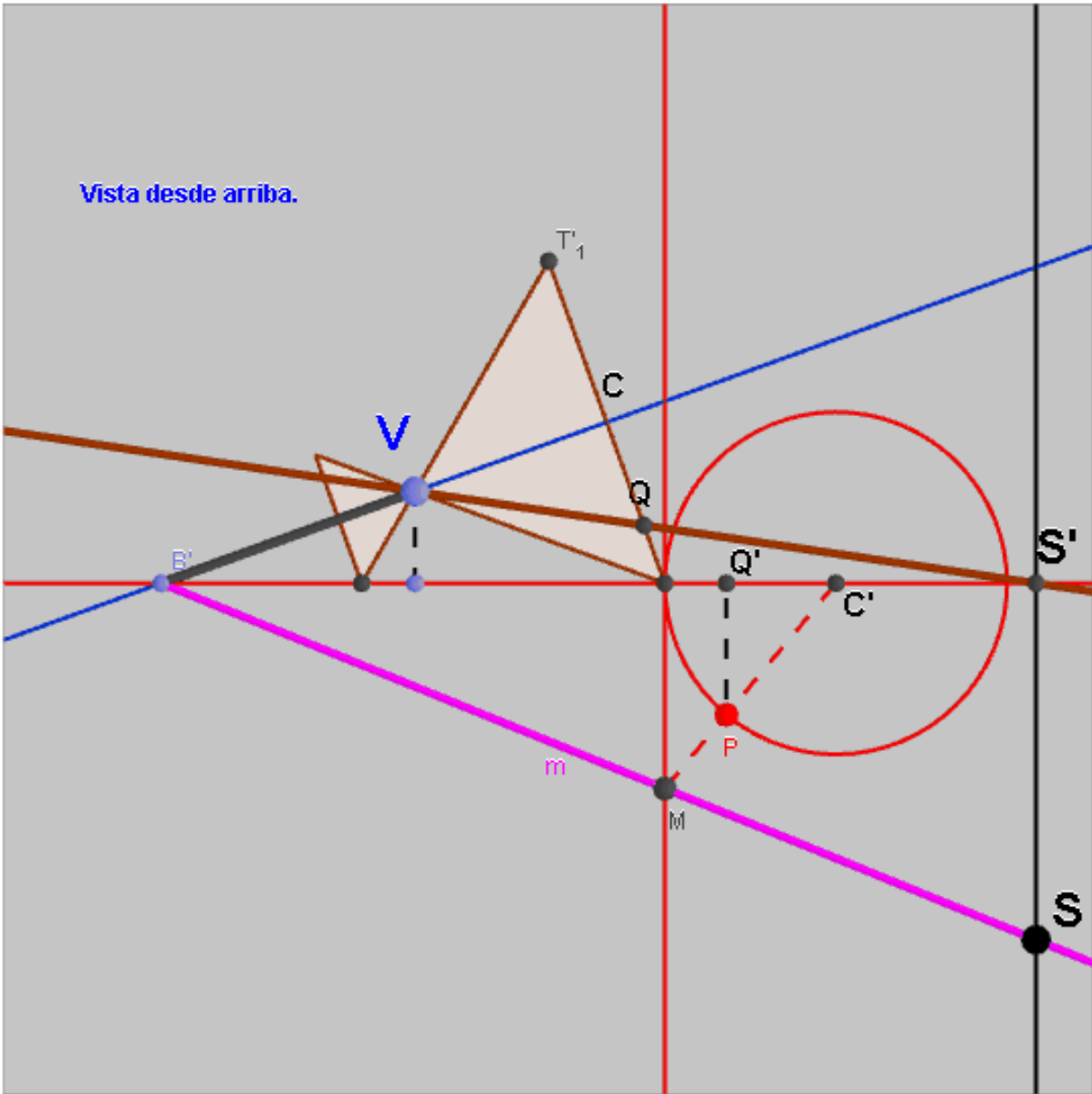


Cono-corto-3-1

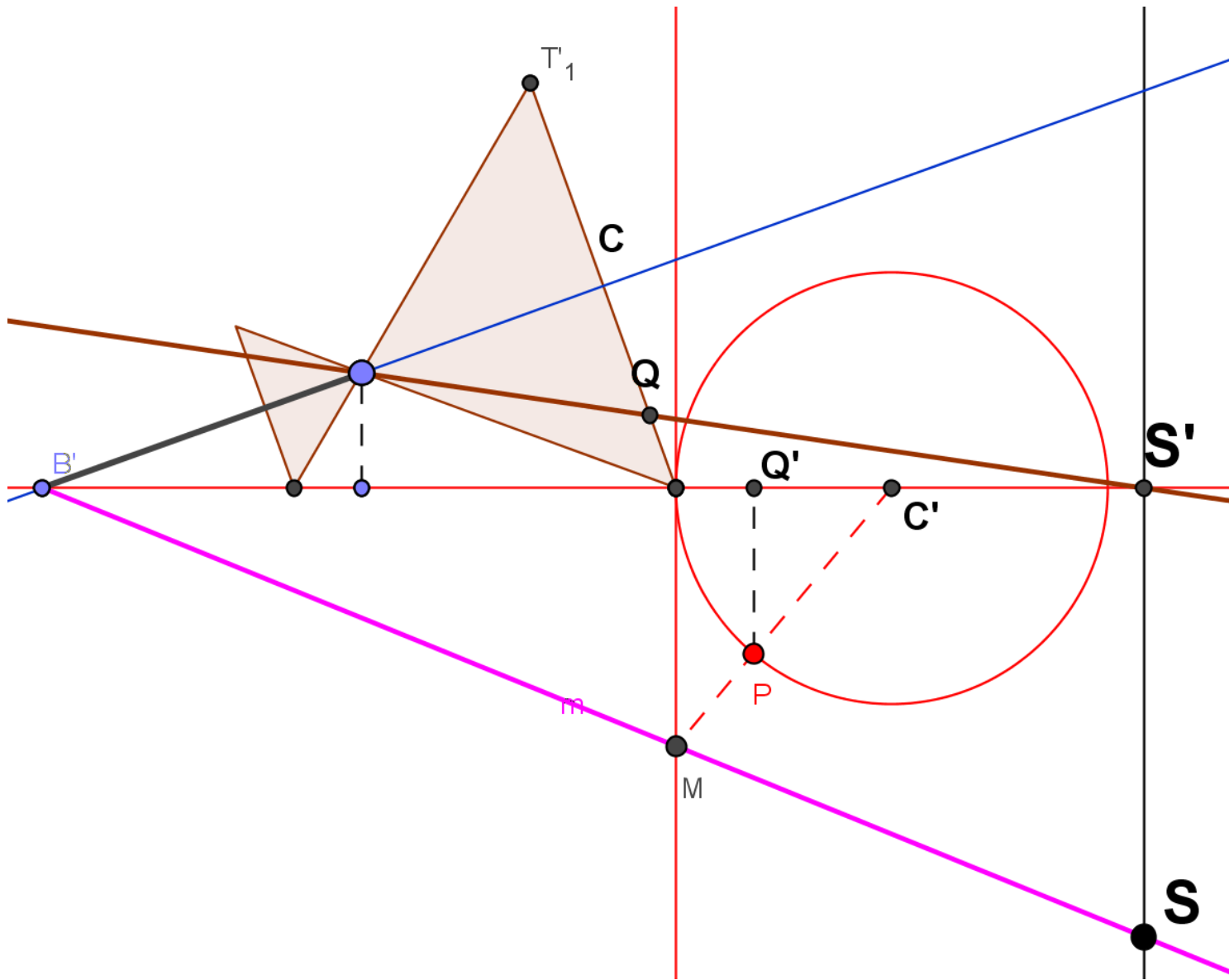






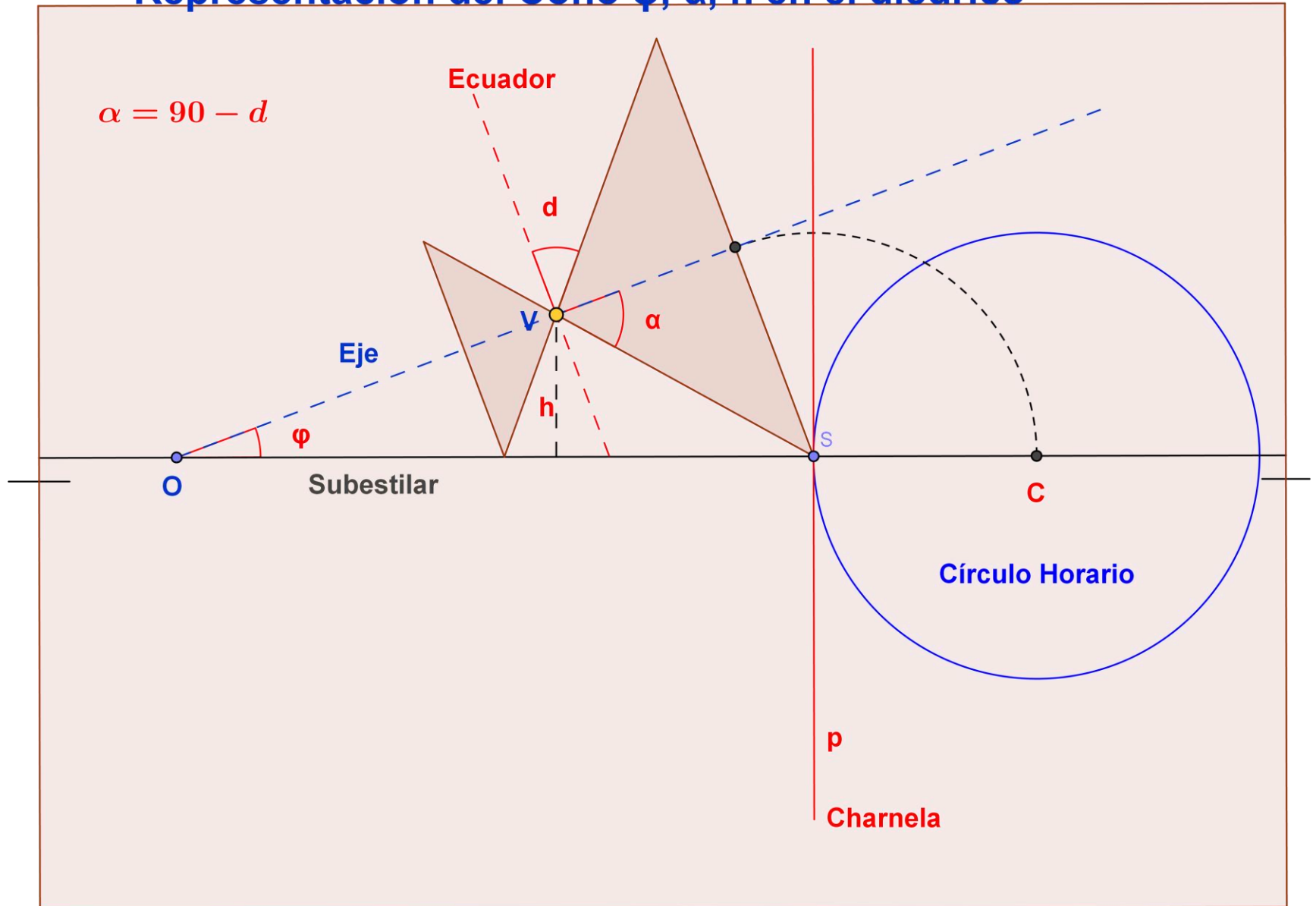


Cono-corto-8



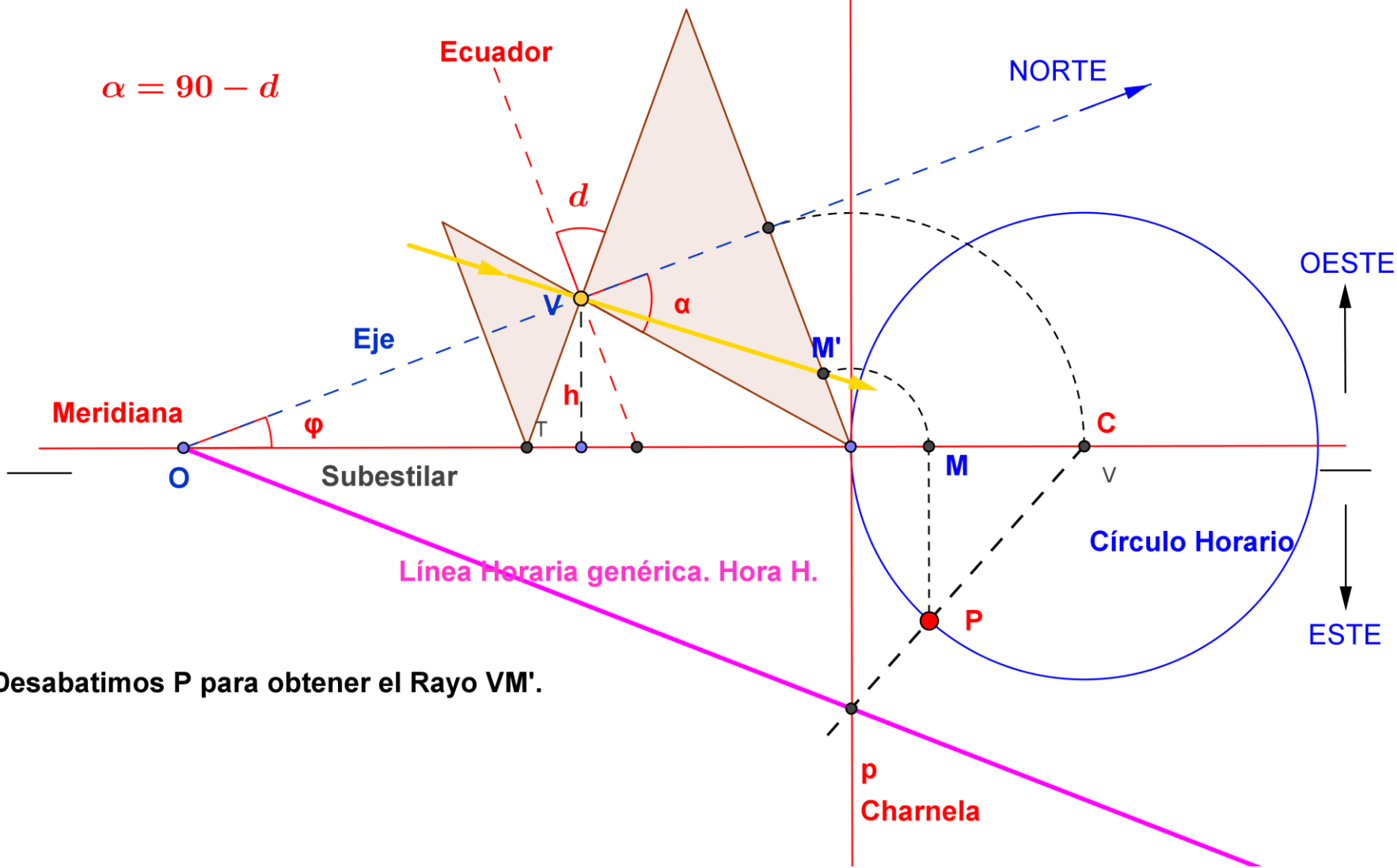
Cono-corto-8-2d

# Representación del Cono $\varphi, \alpha, h$ en el diédrico



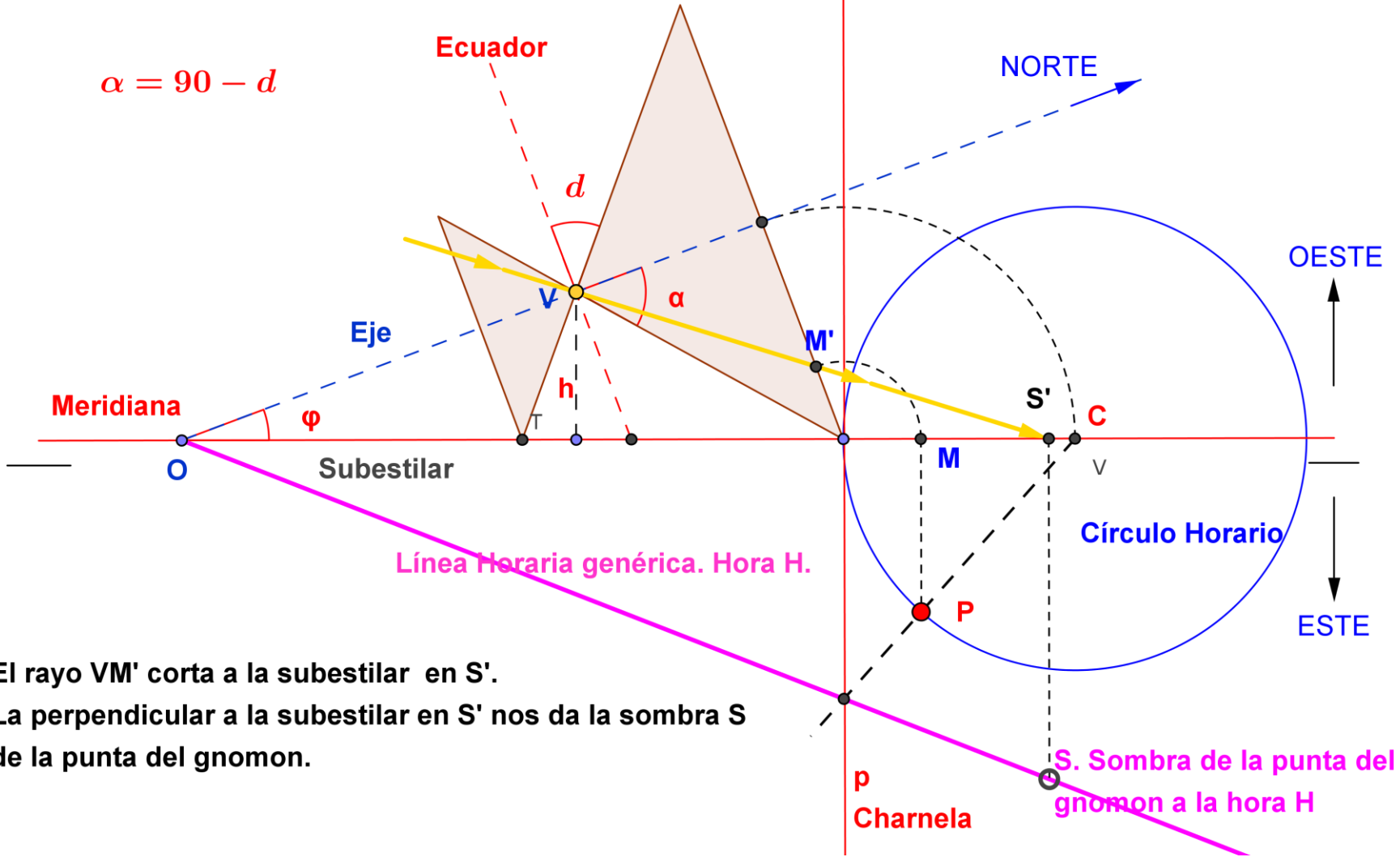


# Obtención de la CÓNICA (II)



Desabatimos P para obtener el Rayo VM'.

# Obtención de la CÓNICA (III)



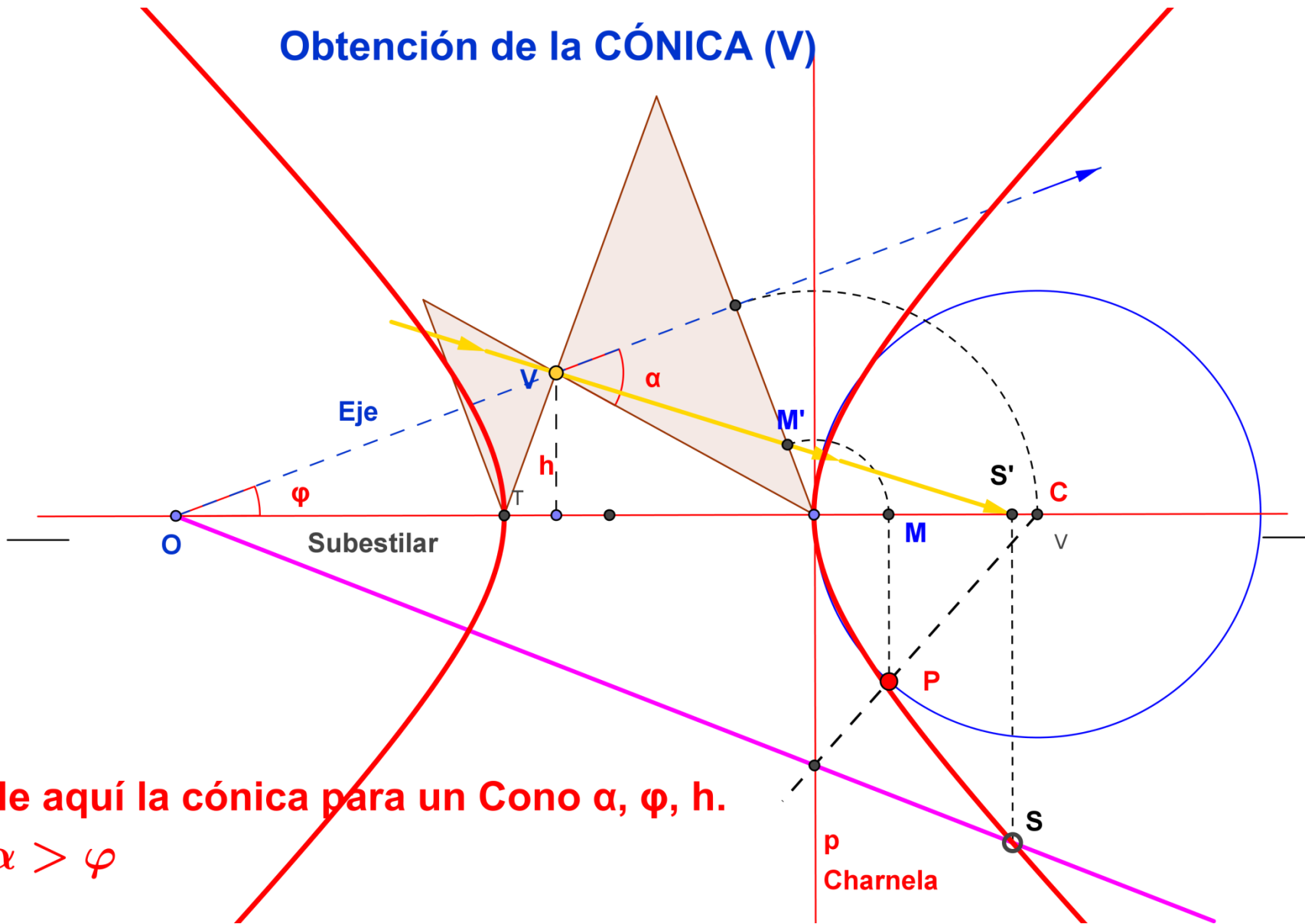
$$\alpha = 90 - d$$

El rayo  $VM'$  corta a la subestilar en  $S'$ .  
 La perpendicular a la subestilar en  $S'$  nos da la sombra  $S$   
 de la punta del gnomon.

$S$ . Sombra de la punta del  
 gnomon a la hora  $H$



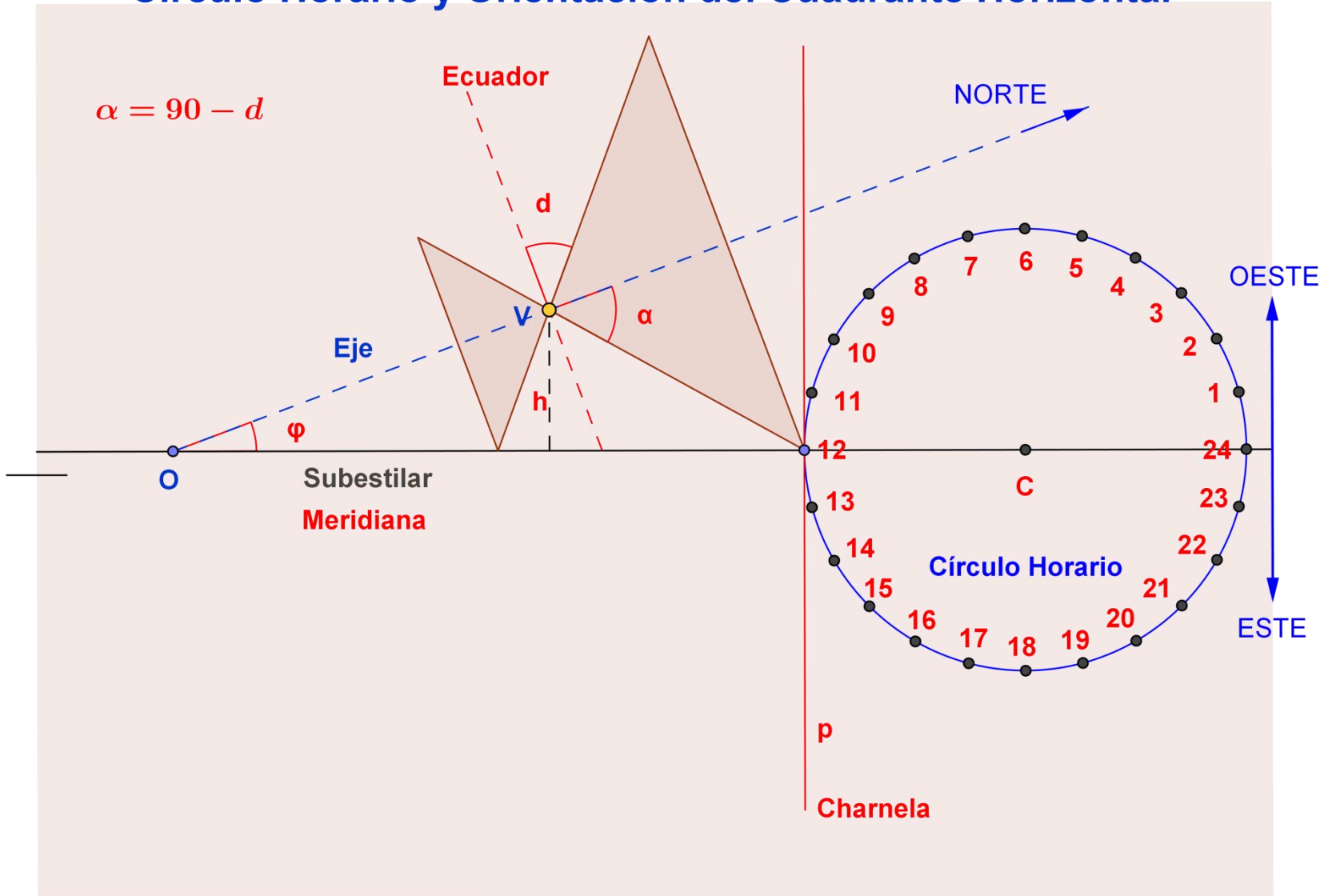
# Obtención de la CÓNICA (V)



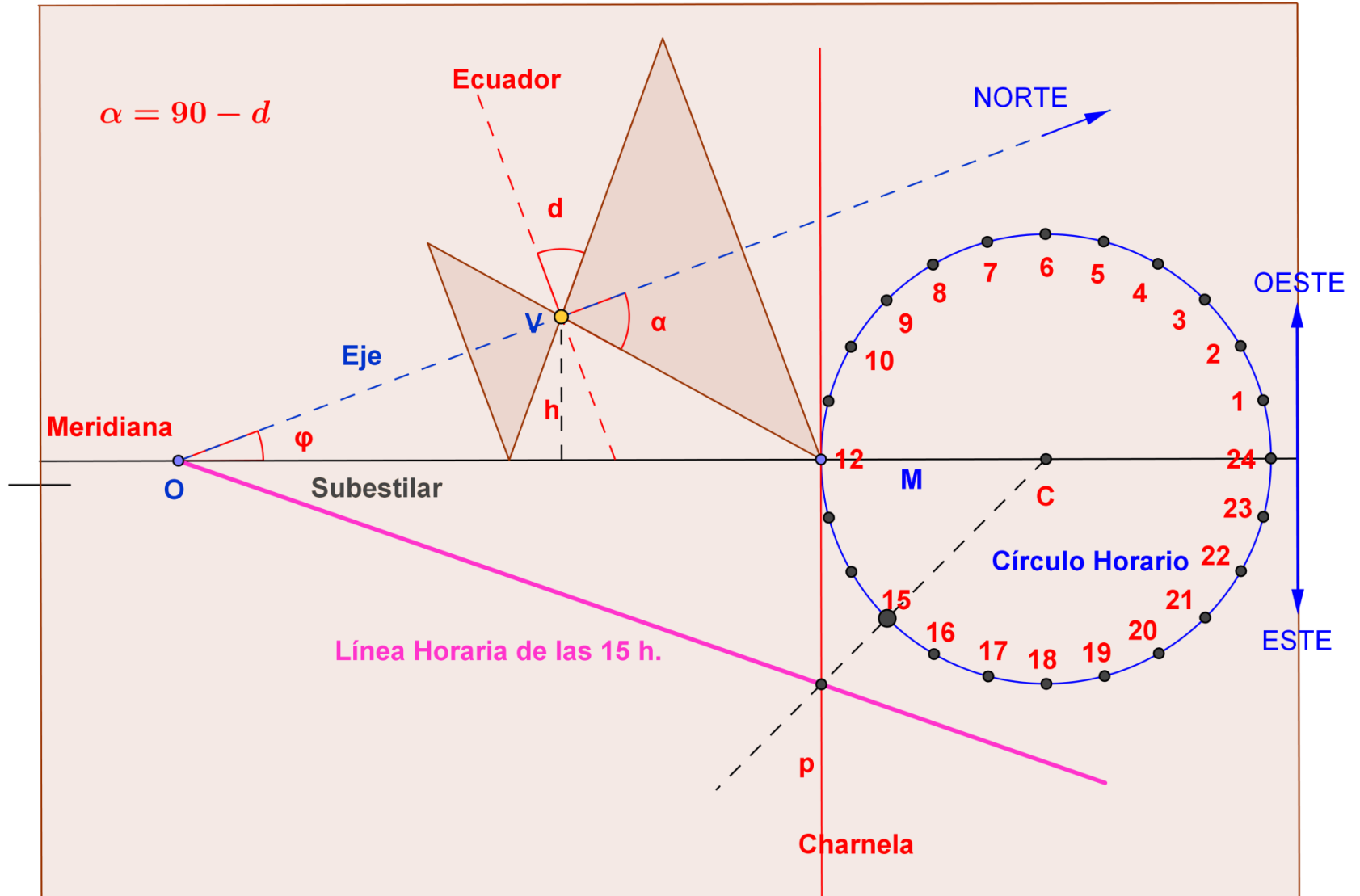
He aquí la cónica para un Cono  $\alpha$ ,  $\varphi$ ,  $h$ .

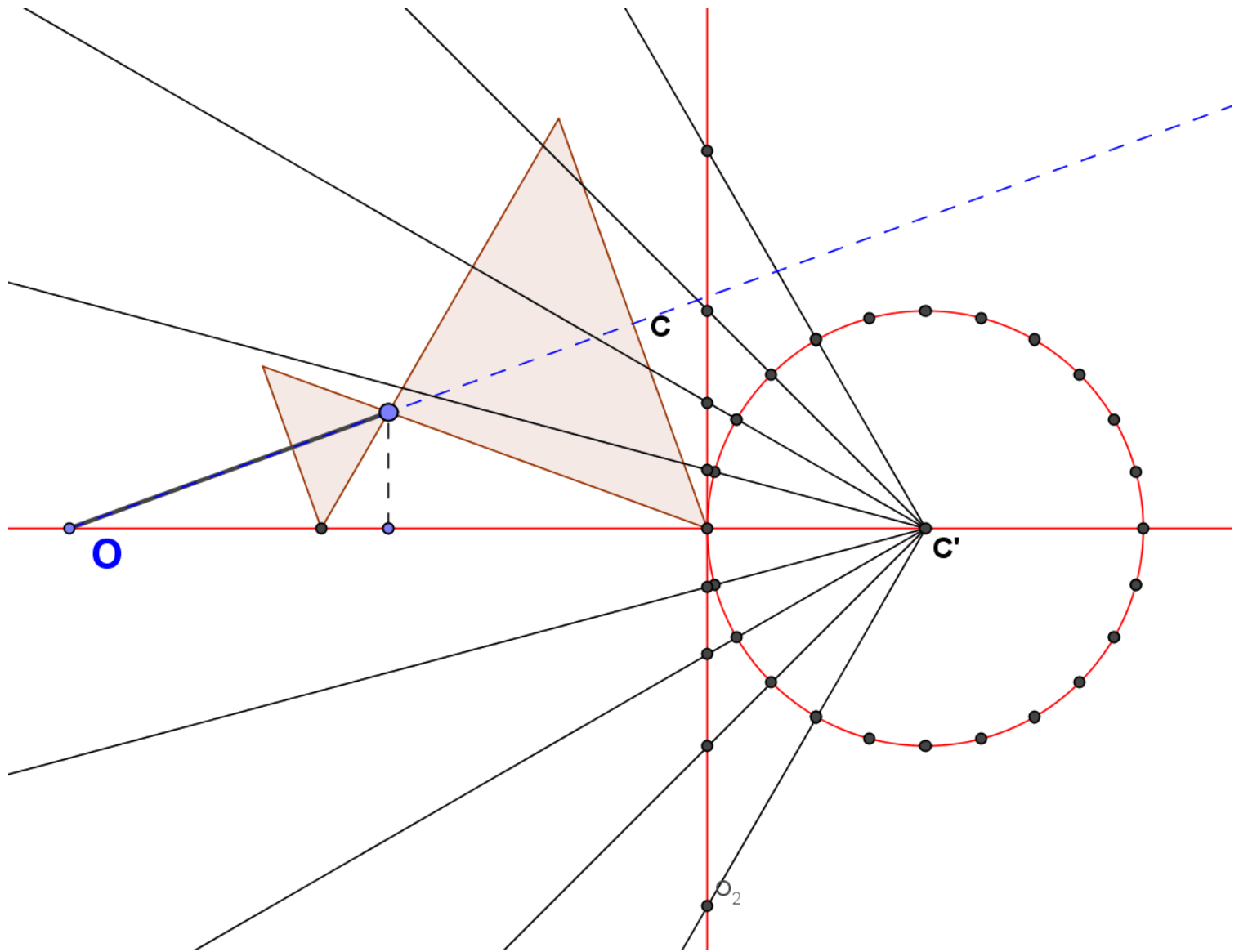
$$\alpha > \varphi$$

# Círculo Horario y Orientación del Cuadrante Horizontal

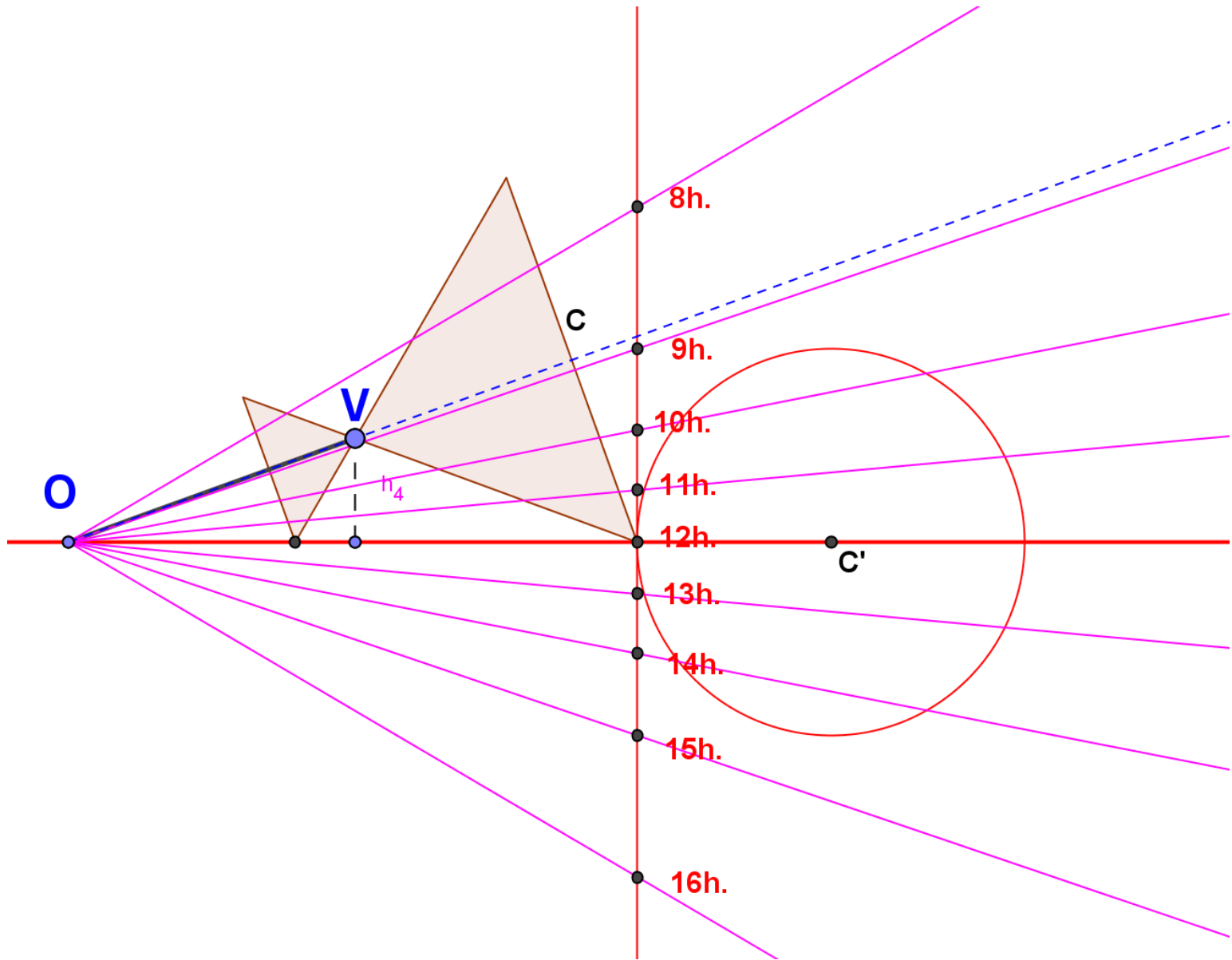


# Obtención de la LÍNEA HORARIA de una hora dada.

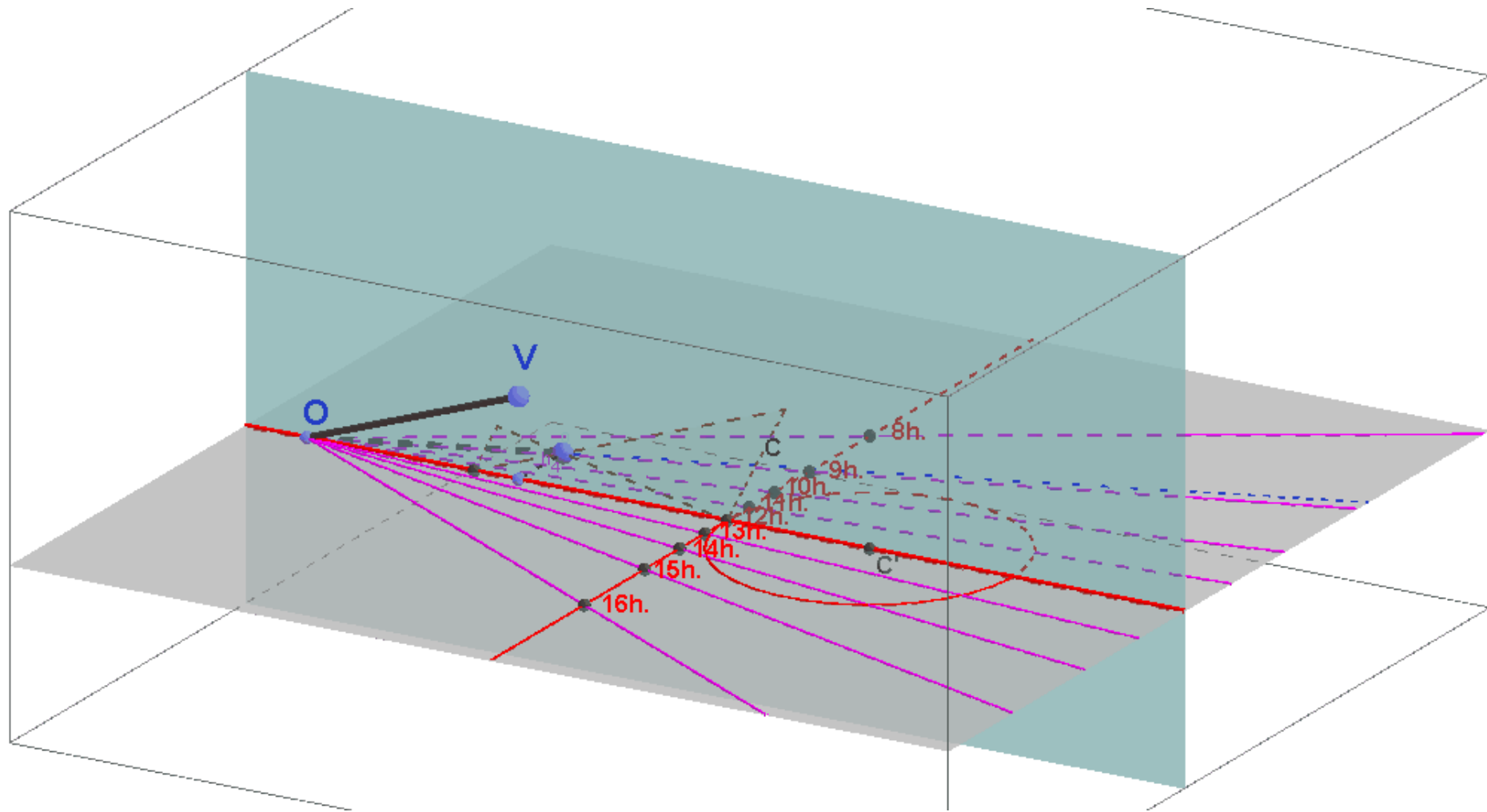




Cono-corto-8-1

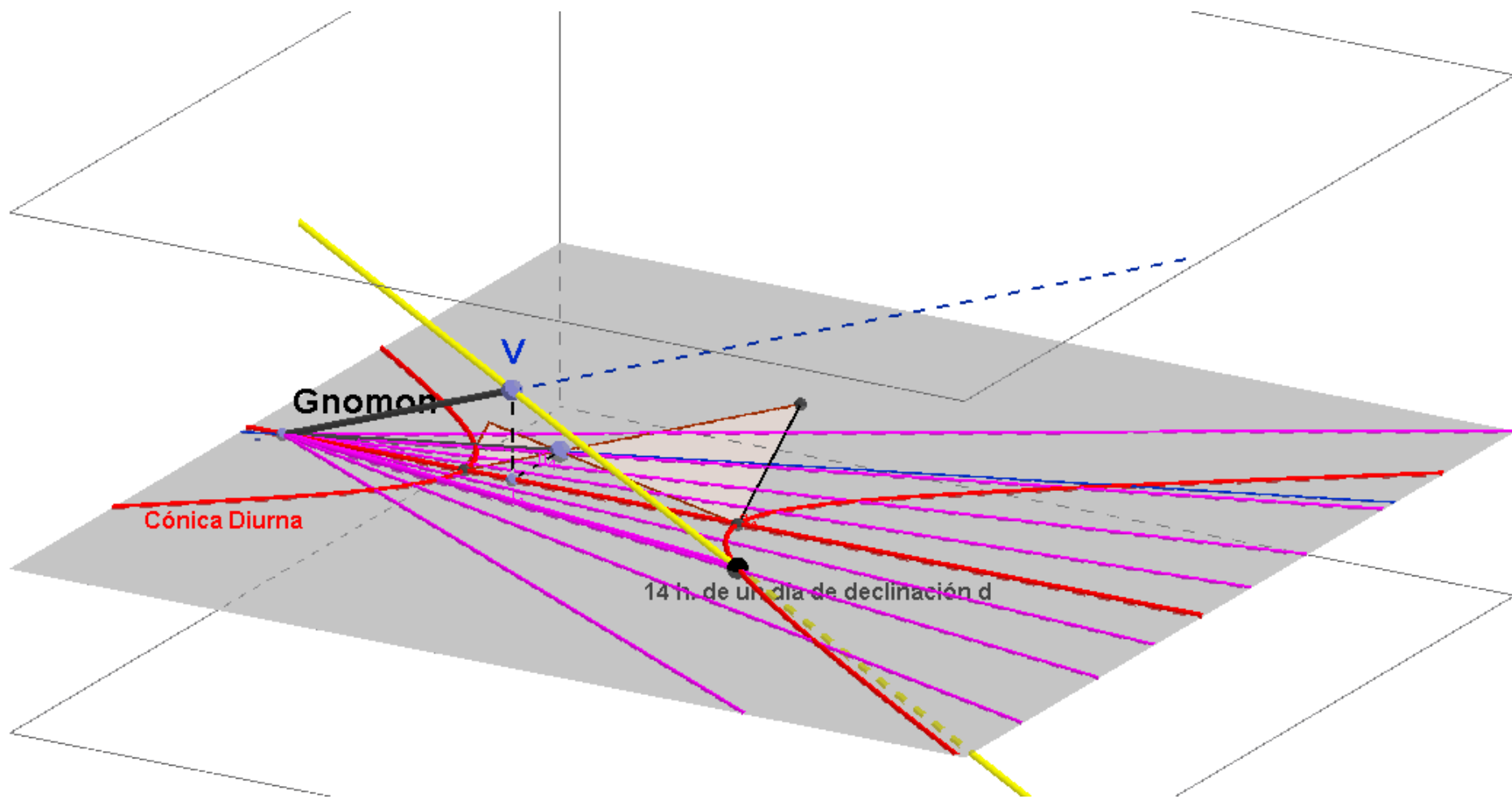


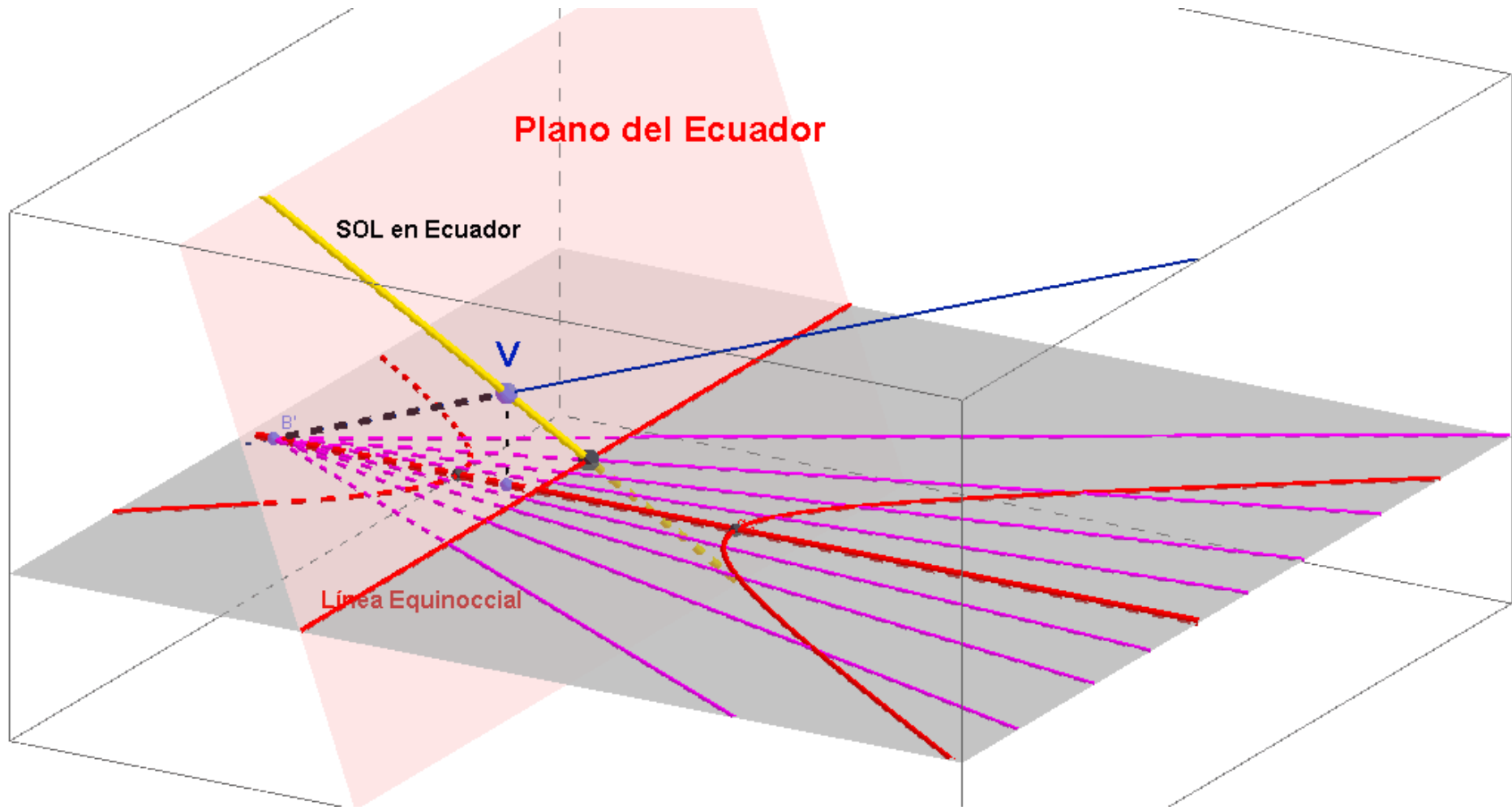
Cono-corto-8-3

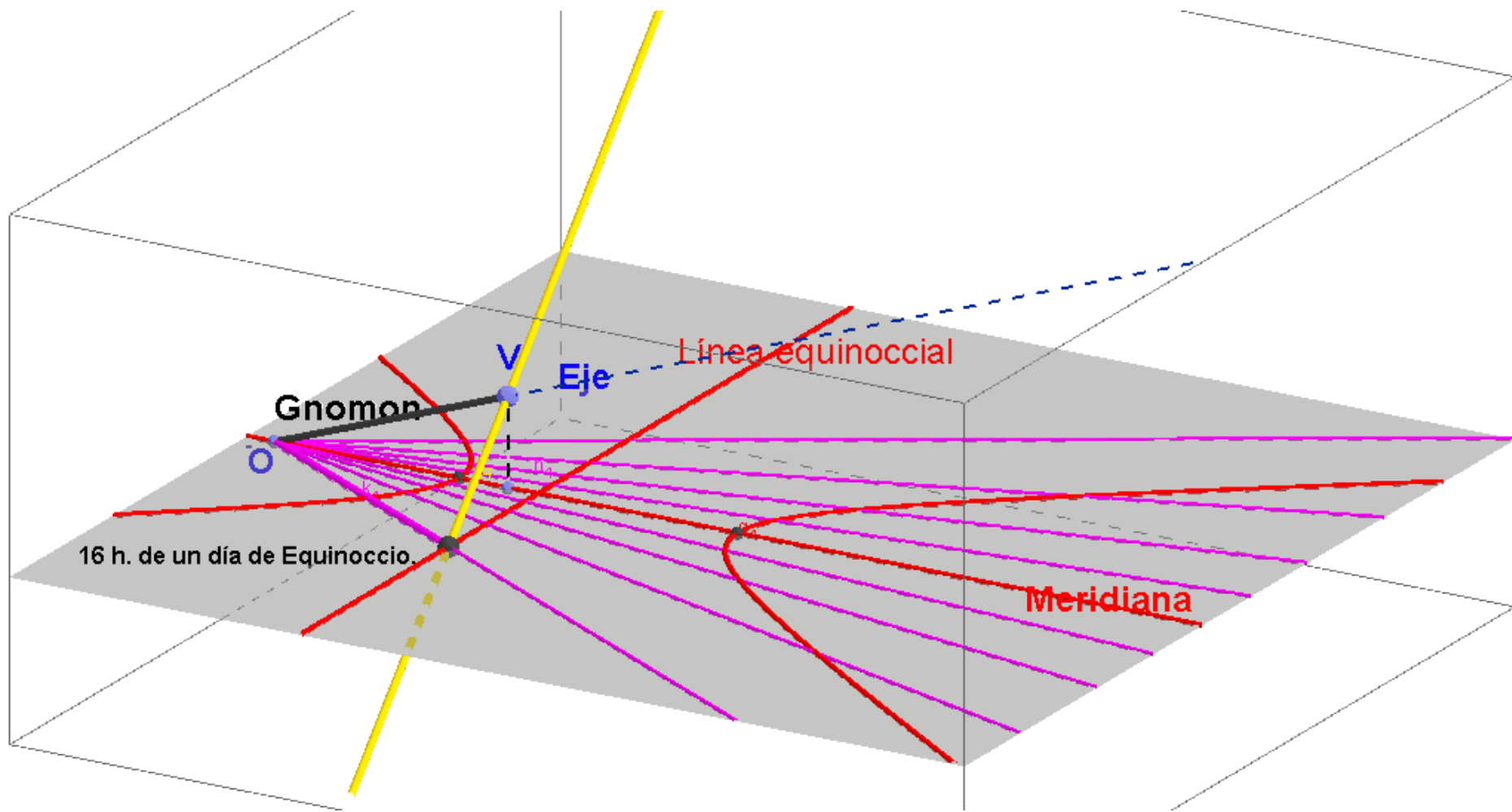


Cono-corto-8-3





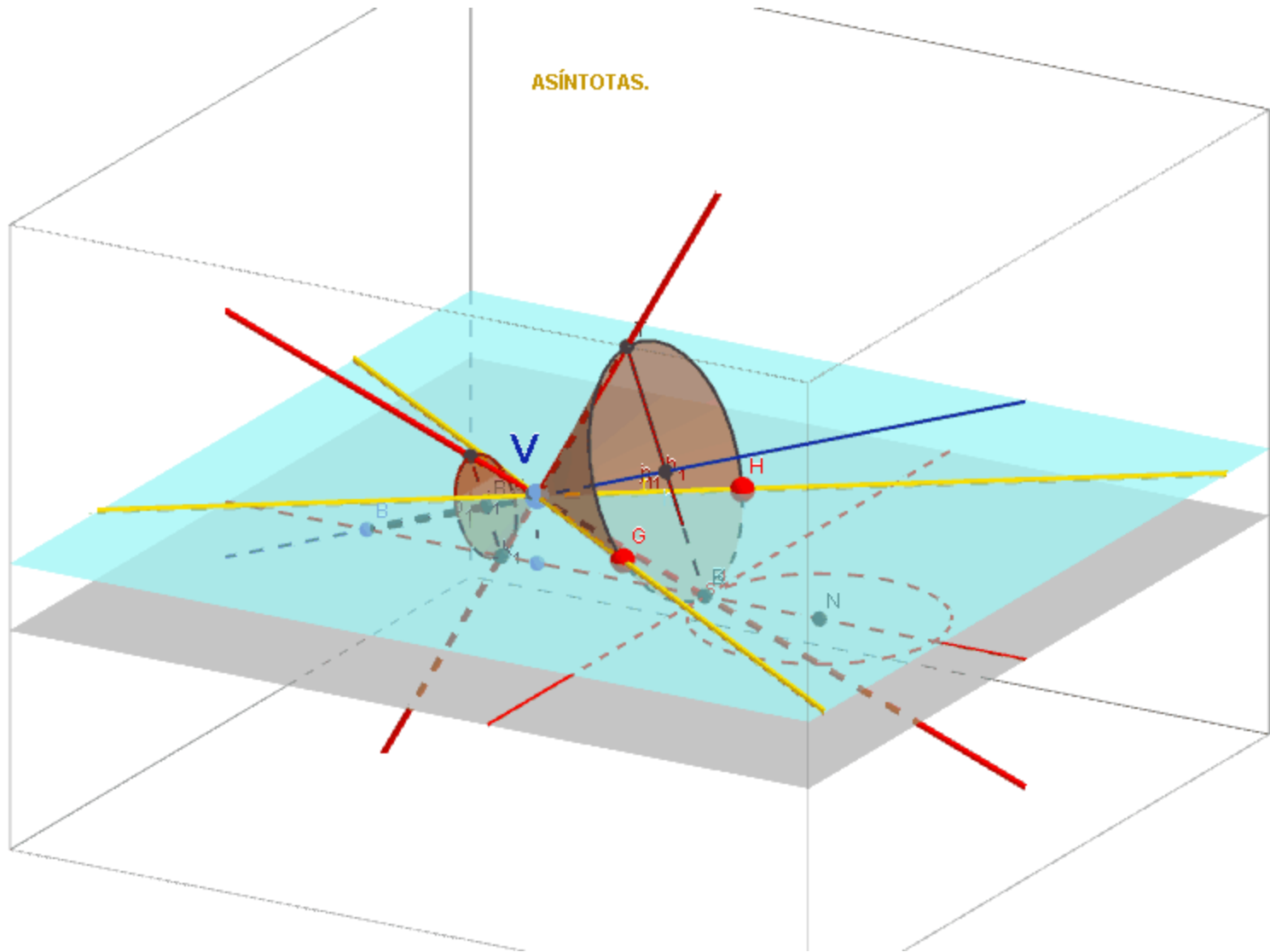




**ASÍNTOTAS**

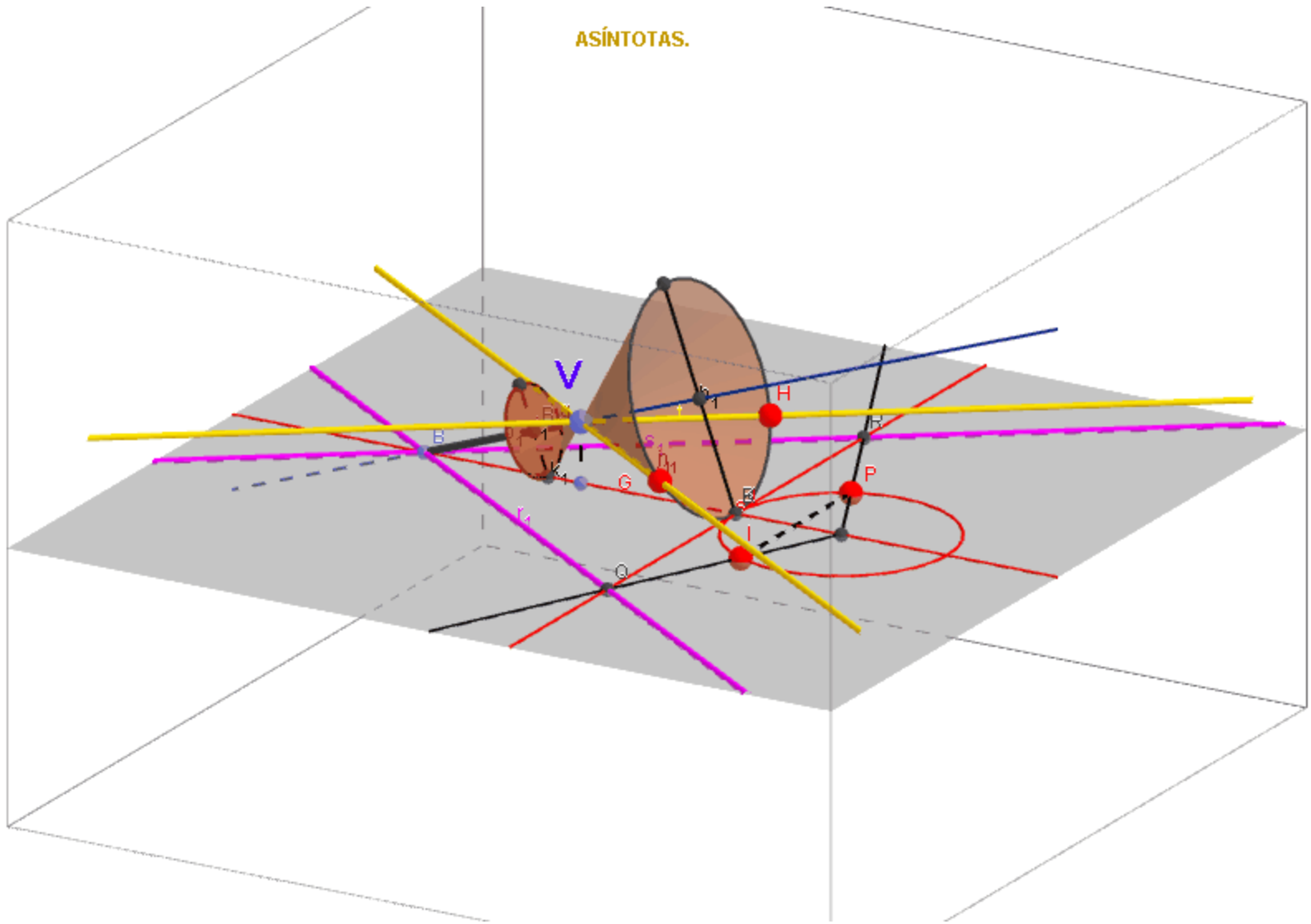
**LÍNEAS DE ORTO Y OCASO**



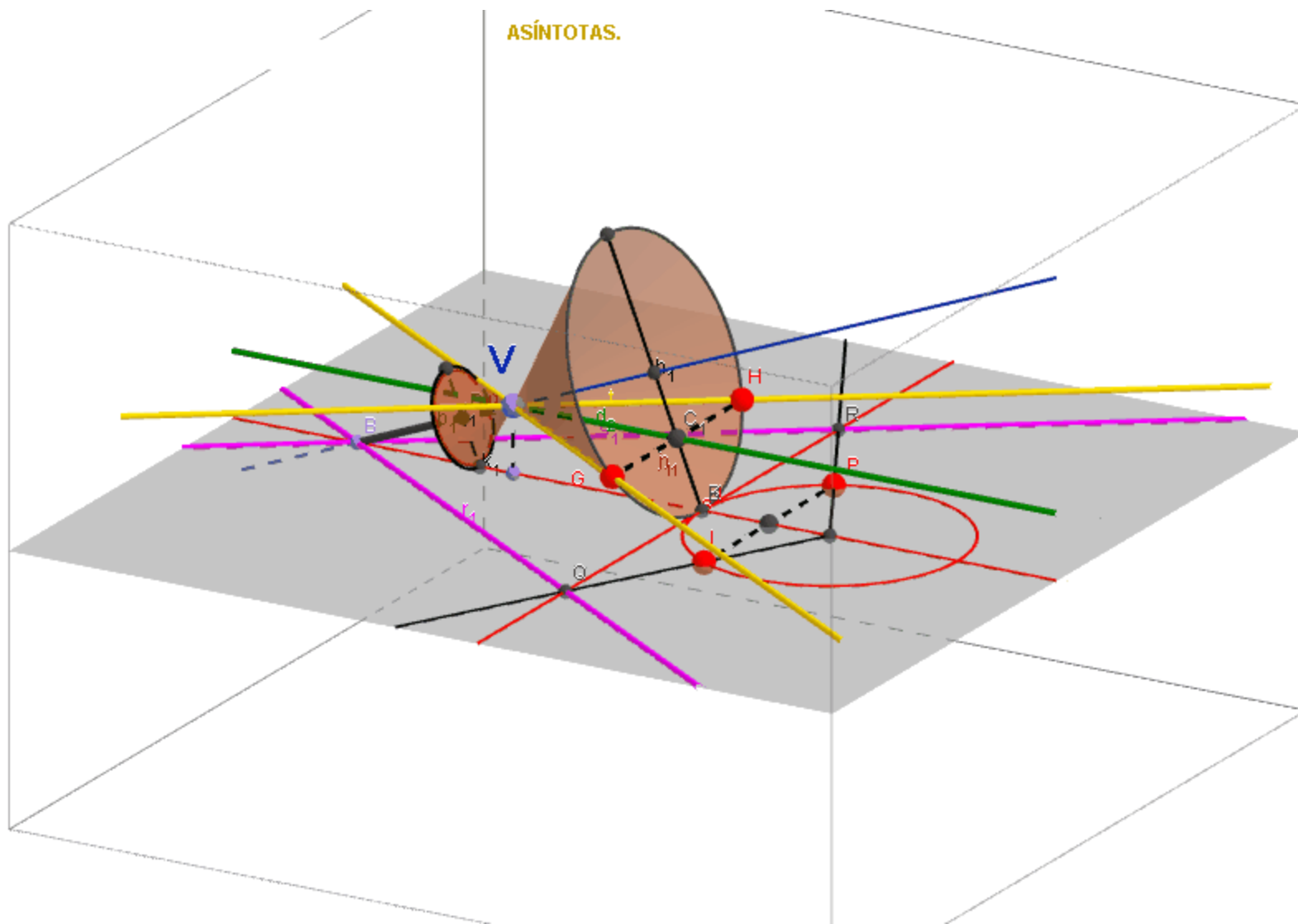


Cono-corto-2-0-As

ASÍNTOTAS.

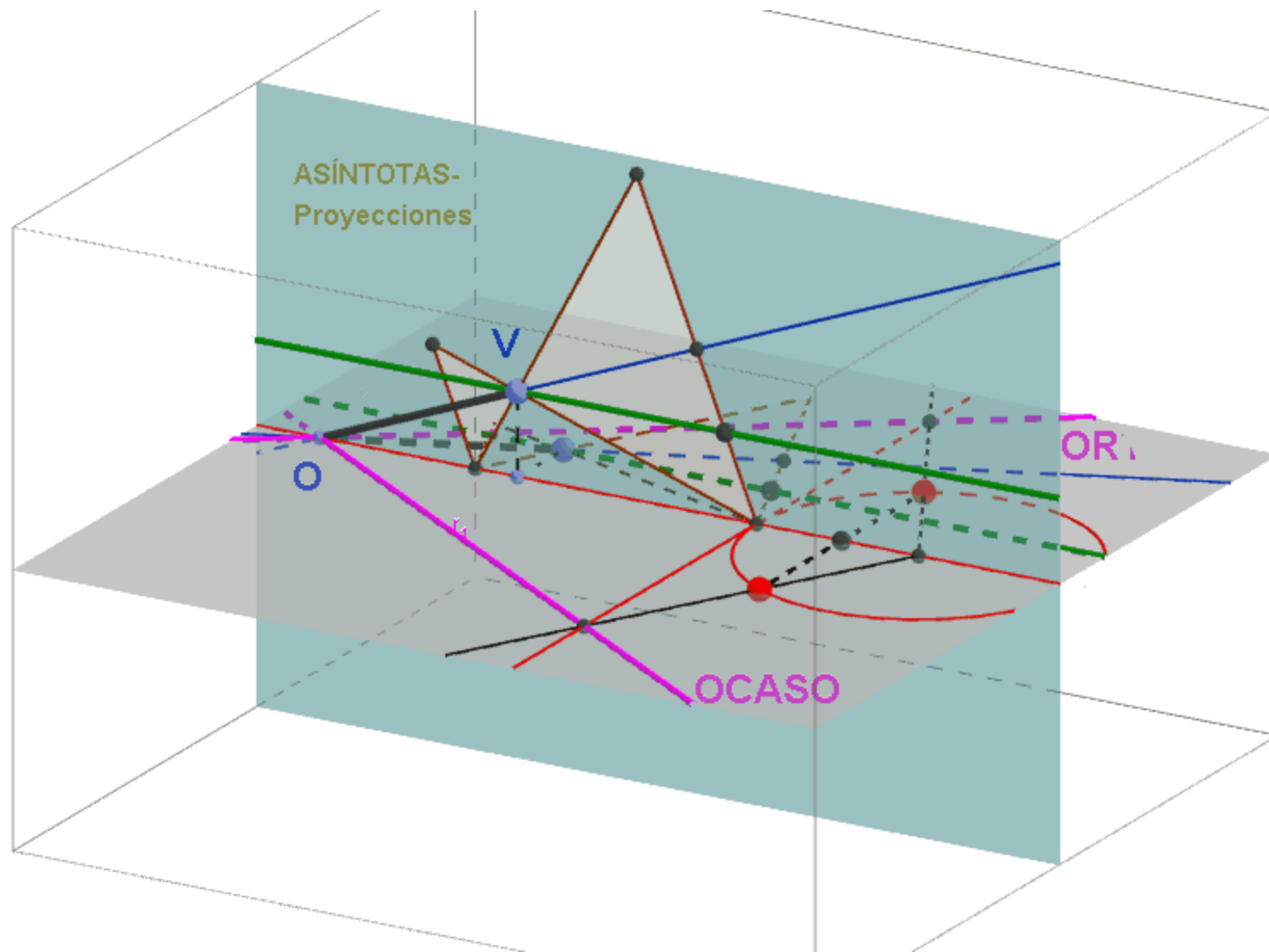


Cono-corto-2-1-As



Cono-corto-2-2-As



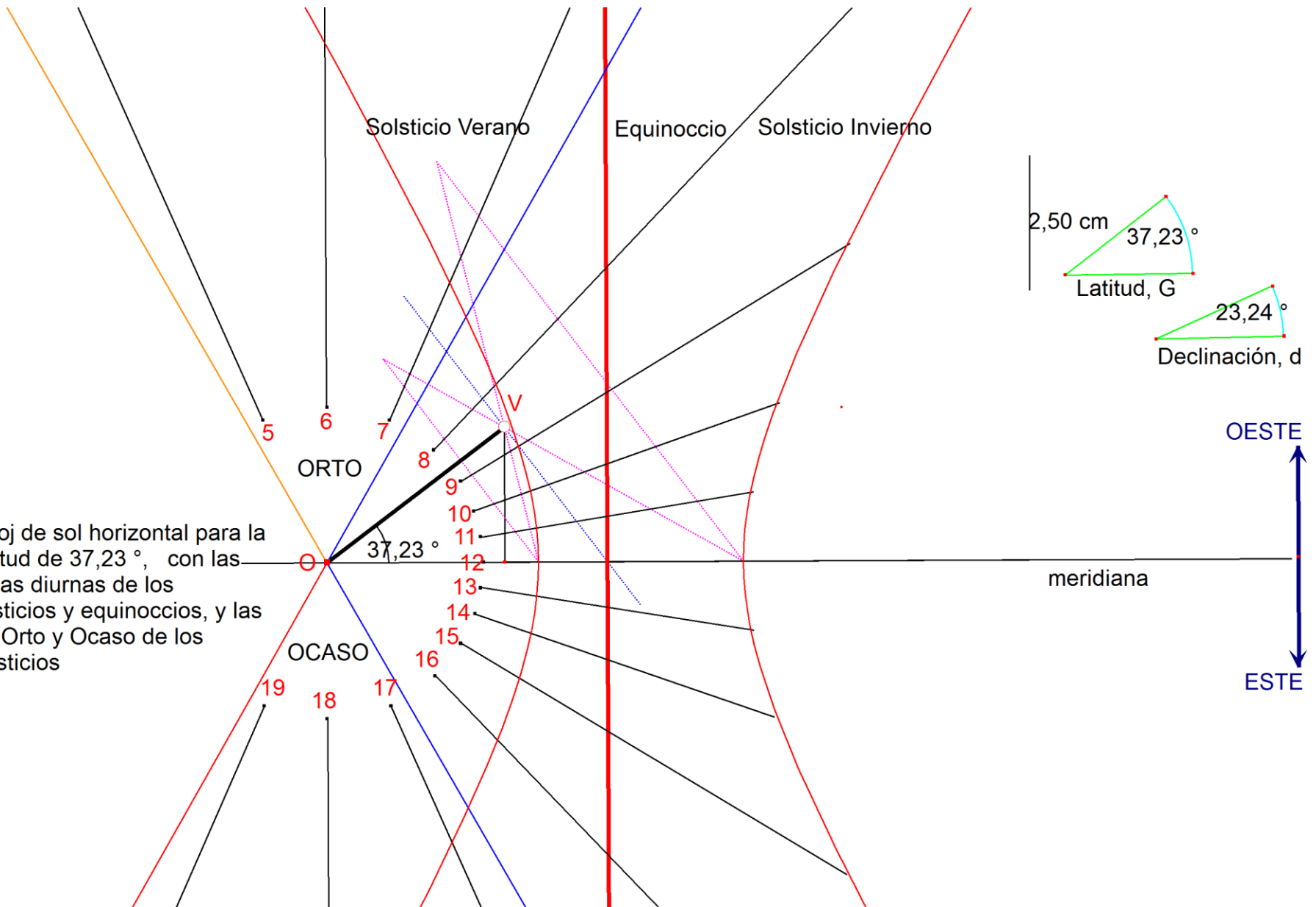


Cono-corto-2-4-As





# RELOJ DE SOL HORIZONTAL EN SEVILLA



Reloj de sol horizontal para la latitud de  $37,23^\circ$ , con las líneas diurnas de los solsticios y equinoccios, y las de Orto y Ocaso de los Solsticios