II Seminario sobre actividades para estimular el talento precoz en Matemáticas

VI Reunión Nacional de Estalmat

Juegos de estrategia inusuales

Javier Gómez
Universidad Politécnica de Cataluña
Madrid, 14 de Marzo de 2009

Características y objetivos a conseguir (I)

Sesión para primer curso pero puede ser para segundo. No requiere apenas conocimientos.

Se tratan juegos poco conocidos.

Características y objetivos a conseguir (II)

Se presenta el concepto del juego de estrategia desde dos variantes inusuales:

(1) El resultado del juego no depende de la estrategia seguida

(2) No existe estrategia ganadora para ninguno de los dos jugadores

Juego 1: Círculos y cuadrados

En la hoja hay escritos unos cuantos círculos y cuadrados. Cada jugador, por turnos, debe seleccionar dos figuras cualesquiera: si son diferentes las borra y dibuja un nuevo cuadrado, si son iguales las borra y escribe un nuevo círculo. Si al final de la partida queda un círculo, gana el jugador que empezó. Si queda un cuadrado gana el otro jugador.

Círculos y Cuadrados: Solución

La paridad del número de cuadrados es invariante a lo largo del juego. Por tanto, el primer jugador ganará si el número inicial de cuadrados es par, de otro modo gana el segundo jugador

Características y objetivos a conseguir (I)

Primer problema: “fácil”, clásico, calentamiento

Enlaza con las sesiones de paridad e invariantes

Todas las estrategias presentan el mismo resultado al final, se juegue como se juegue

Características y objetivos a conseguir (II)

Demostración mediante invariantes.

Evitar razonamientos que asumen implícitamente un cierto comportamiento por parte de un jugador: común entre los alumnos

Juego 2: Quince

Este juego se juega con el siguiente tablero:

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Cada jugador, por turnos, marca una casilla libre. Gana el jugador que consiga sumar 15 con exactamente TRES de los números situados encima de sus casillas marcadas.

Características y objetivos a conseguir (I)

Metodología:

1 contra 1 → 2 contra 2 (cooperativo)

→ Ganador contra ganador (competitivo)

→ Media clase contra media clase

Características y objetivos a conseguir (II)

Marcar el 5 primero "ayuda"

¿Qué ocurre si no empezamos con el 5?

Empezar por un número impar es mejor que empezar por un número par

Quince: Solución

El juego es equivalente a jugar al 3 en raya en un cuadrado mágico dispuesto de la siguiente forma:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Características y objetivos a conseguir (III)

No hay estrategia ganadora

Se puede reducir a un juego conocido por todos: el 3 en raya

Poco conocido

Juego 3: La sopa de letras (I)

En este juego, se ponen las 9 cartas adjuntas sobre la mesa. Cada jugador, por turnos, coge una. Gana el jugador que consiga tres cartas que tengan una letra en común.

Juego 3: La sopa de letras (II)

CHAT	SOUP	SWAN
KNIT	GIRL	VOTE
FISH	HORN	ARMY

La sopa de letras: Solución

El patrón es similar al anterior. Esta vez el tablero de tres en raya está dispuesto de la siguiente forma:

KNIT	GIRL	FISH
VOTE	HORN	SOUP
CHAT	ARMY	SWAN

Características y objetivos a conseguir (I)

Puede servir para hacer que los alumnos realicen trabajos manuales cortando ellos mismos las tarjetas

Desarrollar la capacidad de generación del tablero de 3 en raya

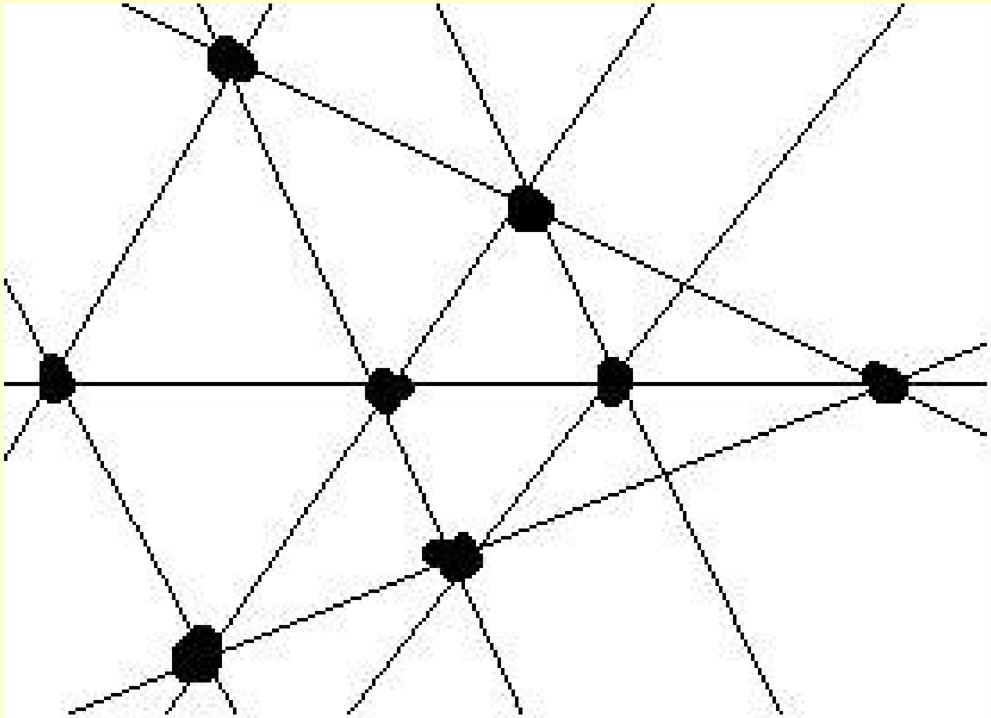
Características y objetivos a conseguir (II)

En particular:
Identificación del concepto “hacer una línea”
Identificación de la casilla central, lados y esquinas

Juego 4: Ciudades y carreteras (I)

Los habitantes de Papapaburgo están muy preocupados! Su país, dividido en 8 ciudades y 9 carreteras está siendo atacado por los malvados vecinos invasores (ver dibujo). Las ciudades están marcadas con los puntos y las carreteras son las rectas enteras, no los segmentos. El rey, viendo que la ciudad peligra, decide recurrir a tí para ayudarle.

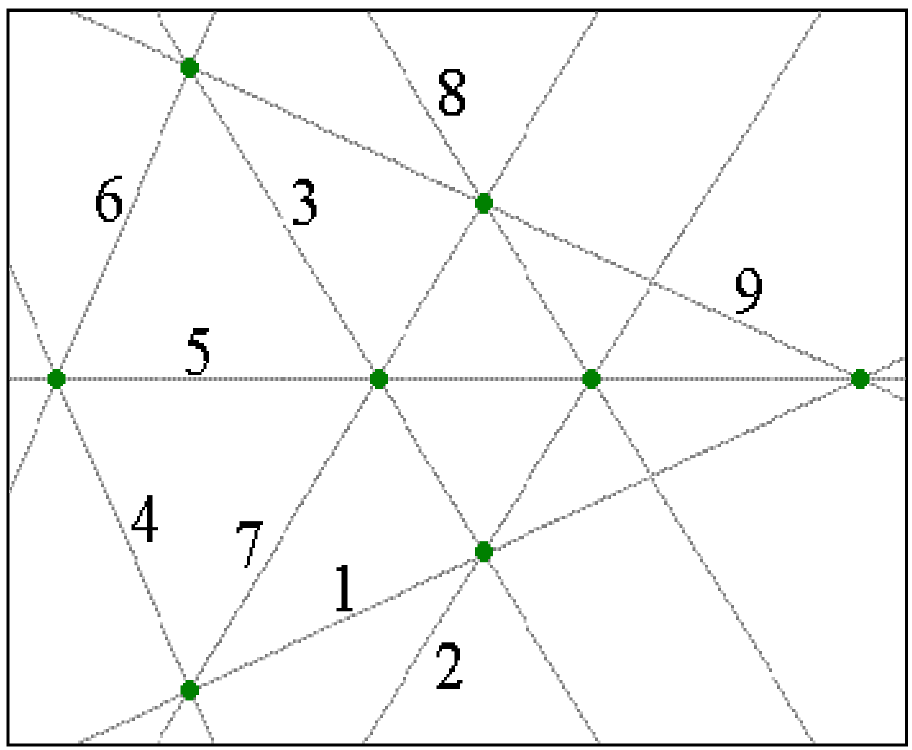
Juego 4: Ciudades y carreteras (II)



Juego 4: Ciudades y carreteras (III)

Por parejas, y por turnos, cada uno seleccionará una carretera para controlar. Si en algún momento el primer jugador (el rey) controla todas las carreteras que van a parar a una ciudad, el rey gana y los ciudadanos son felices. Si en algún momento los invasores controlan todas las carreteras que van a parar a una ciudad, el rey es destronado y el segundo jugador gana.

Ciudades y carreteras: Solución



1	2	3
4	5	6
7	8	9

Características y objetivos a conseguir

Problema geométrico, rápido de resolver

Objetivo: Afianzar la capacidad mencionada en el problema anterior

Línea = Controlar los caminos que llegan a 1 ciudad

Centro,esquinas,lados = Carreteras con 4,3,2 ciudades

Juego 5: El juego de Euclides

En una hoja se apuntan dos números. Cada jugador, por turnos, selecciona dos números que estén apuntados en la hoja y escribe su diferencia, siempre y cuando sea positiva y no haya sido apuntada ya en la hoja. Pierde el jugador que no pueda escribir ningún número. Por ejemplo: si los números iniciales son el 7 y el 4, el primer jugador sólo podrá escribir el 3. Después el segundo podrá escribir el 1. En el tercer turno, se podrán escribir el 2 y el 6, y así sucesivamente.

El juego de Euclides: Solución

El ganador depende de los números iniciales escogidos. Se escribirán tantos números como max(M,N)/mcd(M,N), donde M y N son los números iniciales.

El juego de Euclides: Demostración (I)

Sea a el menor número escrito: entonces $a|N$ y $a|M$

Si, por ejemplo, $N = na + b$, entonces podríamos formar las diferencias $N - a$, $N - 2a$, etc. y eventualmente conseguir en el tablero $b<a$, lo cual contradiría la minimalidad de a.

Entonces, para algún n y m, $N = na$ y $M = ma$.

El juego de Euclides: Demostración (II)

Entonces en el tablero tendremos $A = \{ia: i = 1,...,\max(n,m)\}$.

Como $a|N$ y $a|M$ tenemos que $a|\text{mcd}(N,M)$.

Por otro lado, la diferencia de dos números es divisible por su mcd. Entonces, cualquier número en el tablero es divisible por el $\text{mcd}(N,M)$. En particular, $\text{mcd}(M,N) \mid a$, lo cual implica $a = \text{mcd}(M,N)$.

Características y objetivos a conseguir

Problema difícil. Útil si nos quedamos sin material

Estrategia irrelevante

Enlaza con conceptos de divisibilidad / mcd de cara a futuras sesiones de aritmética