

MATEMÁTICAS Y NARRATIVA

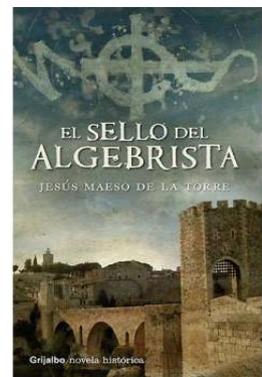
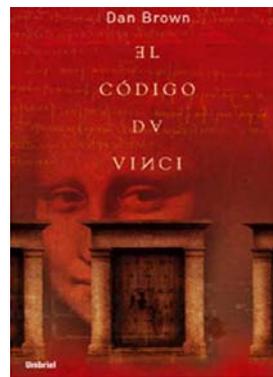
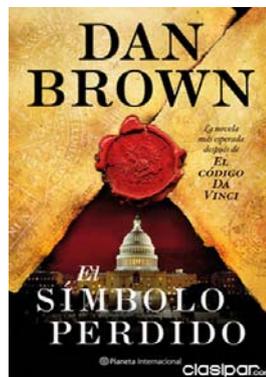
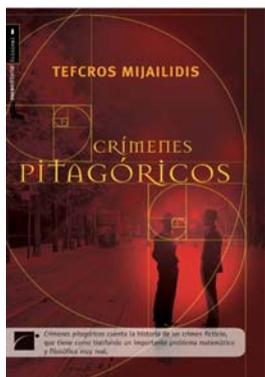
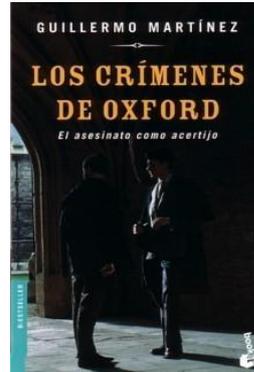
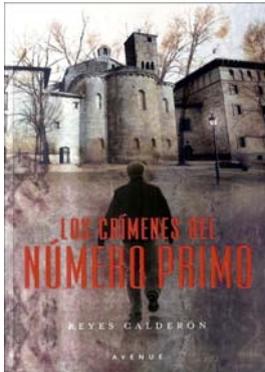
GONZALO TEMPERÁN BECERRA

ESTALMAT

Valencia, Marzo 2010

Introducción

Últimamente, en las novedades editoriales, suelen aparecer títulos y temáticas en donde abundan los conceptos y términos matemáticos.



Parece que estos están de moda y venden.

Aprovechemos este tirón para divulgar estos conceptos entre nuestros alumnos.

Aunque, también podría pasar algo como esto...

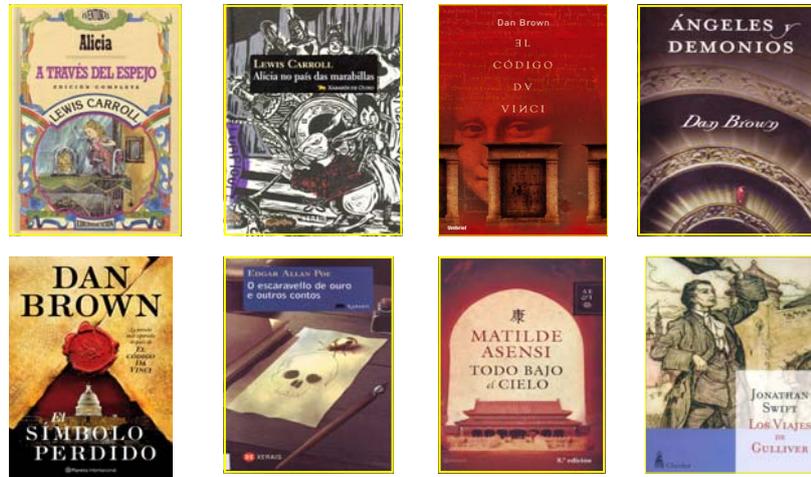


OBJETIVOS

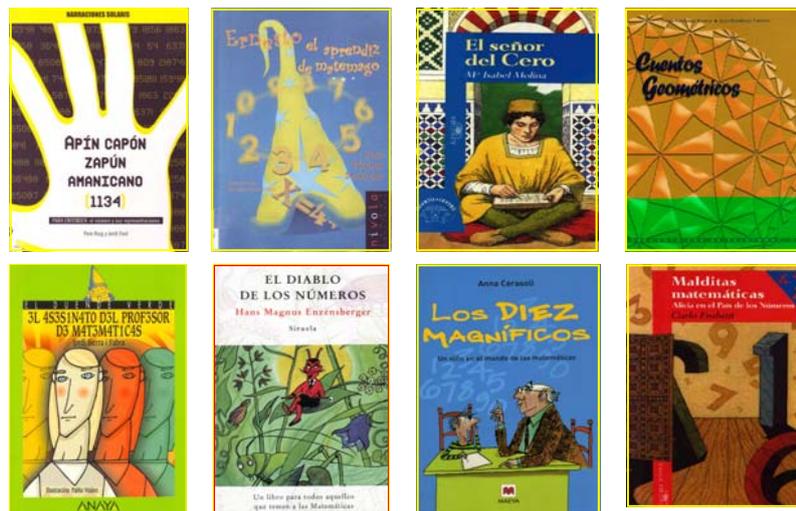
- Acercar al alumnado las obras de la literatura universal y española desde el punto de vista matemático.
- Mejorar la competencia lectora del alumnado.
- Divulgar los conceptos matemáticos que puedan aparecer en las obras de narrativa.
- Acercar los conceptos matemáticos de la vida cotidiana.
- Observar la gran variedad de conceptos y términos matemáticos utilizados en la literatura.
- Observar la importancia de la matemática en la cultura.

Entre los libros que podemos agrupar bajo el título de “Matemáticas y narrativa” podemos encontrar tres tipos: (no incluimos los libros de texto o de actividades matemáticas)

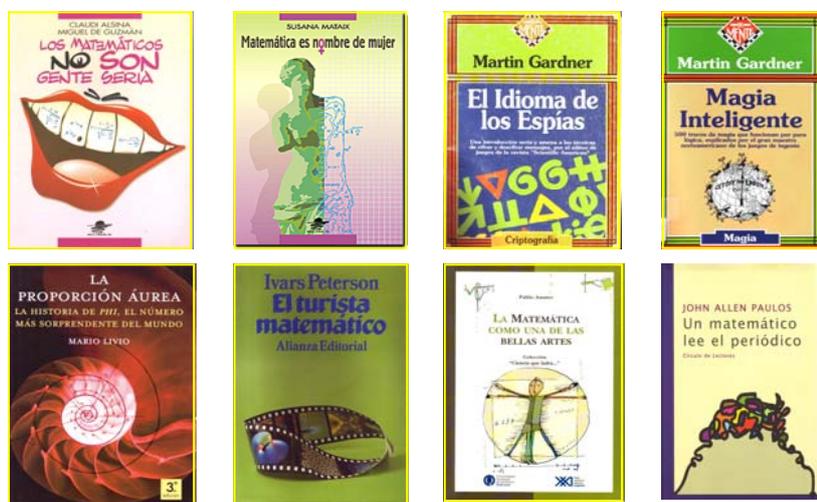
1. Narraciones con temática diversa en los que, en algún momento, se utilizan conceptos matemáticos.



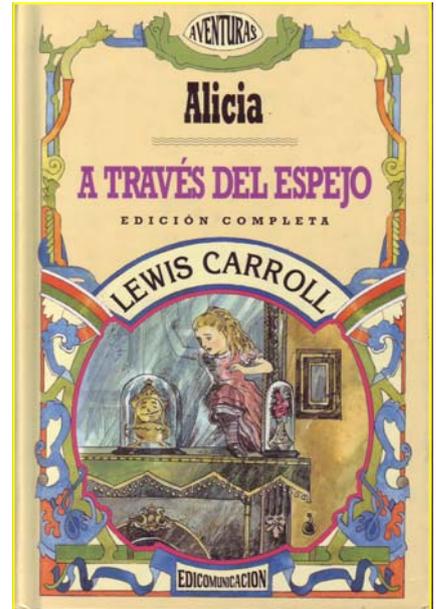
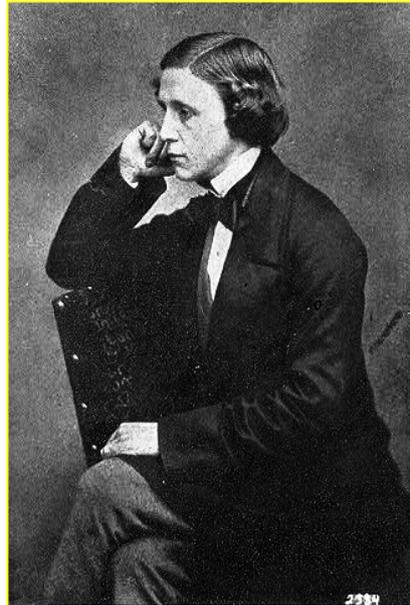
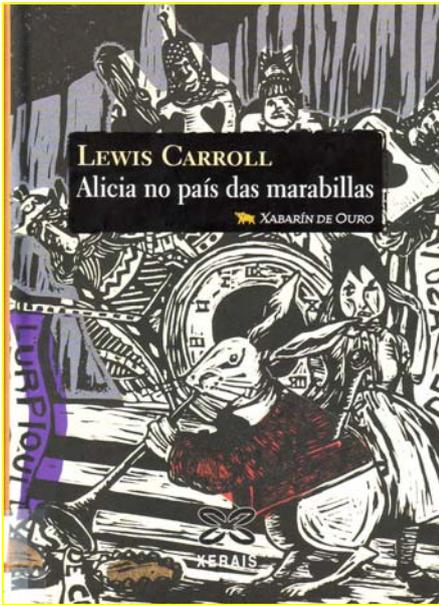
2. Narraciones con contenido matemático.



3. Ensayos para divulgar conceptos matemáticos



LEWIS CARROLL



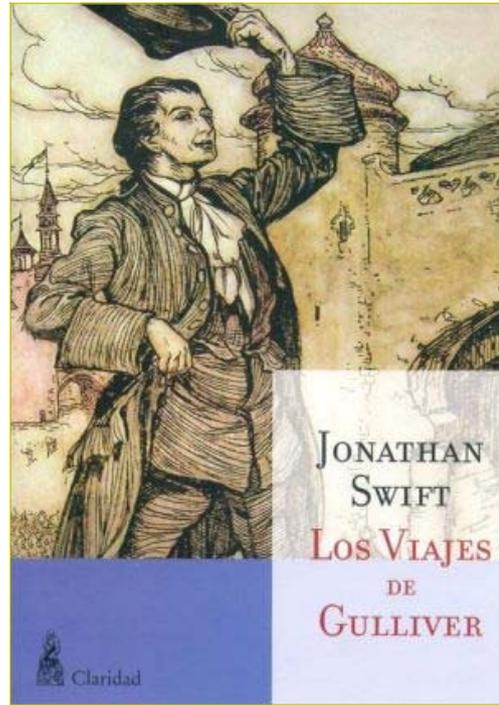
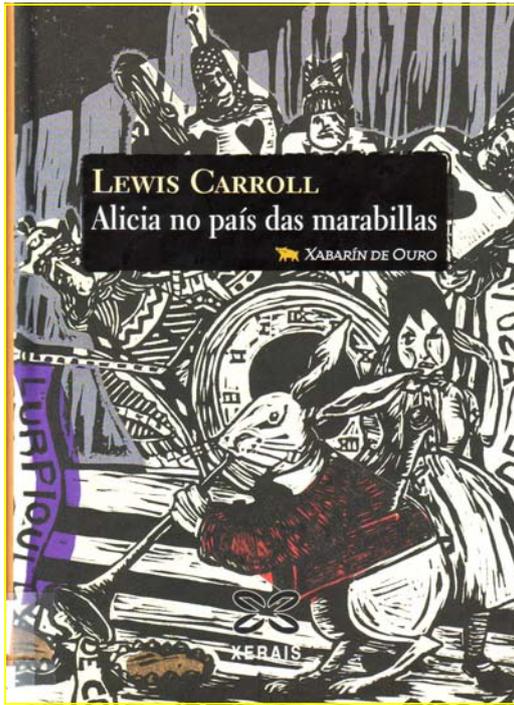
Lewis Carroll es el seudónimo, por el que es conocido en la historia de la literatura, Charles Lutwidge Dogson (Inglaterra, 1832-1898) sacerdote anglicano, lógico, matemático, fotógrafo y escritor.

Alicia en el país de las maravillas y Alicia a través del espejo son el ejemplo de dos obras de la literatura universal que describen unha historia creada a través de juegos de lógica, juegos de palabras... aunque las traducciones a otros idiomas pierde parte del doble sentido que tienen las frases originales.

Recordais la canción de la película de Disney:

¡Feliz, feliz no-cumpleaños!

¿QUE RELACIÓN ENCONTRAIS ENTRE ESTAS DOS OBRAS?



Alicia está sentada bajo un árbol, cuando aparece un conejo blanco, vestido con chaqueta y chaleco; que corre diciendo que llega tarde, mirando su reloj de bolsillo. Alicia va detrás de él y cae en un pozo durante mucho tiempo.

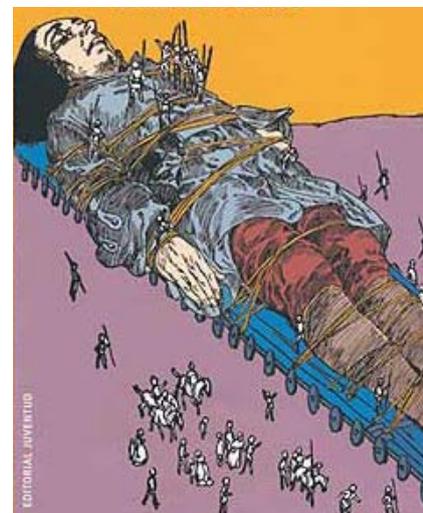
Alicia encuentra una pequeña botella, que dice "BÉBEME"; esta poción encoge a Alicia hasta medir 25 cm de altura. Después encuentra un pastel con el letrero "CÓMEME", convirtiéndola en una gigante.

Publicados en 1725, Los viajes de Gulliver relatan los cuatro viajes sucesivos de un cirujano y capitán de barco a Lilibut, un país de hombres diminutos, a Brodningnag, un país de gigantes, a la isla voladora de Laputa que gobierna sus territorios desde el aire, y finalmente al país de los Houyhnhnms, en donde los seres inteligentes no son los hombres, sino los caballos.

¿Puede existir un gigante semejante a un humano?

El gigante de Brodningnag es doce veces más alto que Gulliver. Tal y como lo describe Swift, el ser humano normal y el gigante tienen la misma constitución, es decir, son semejantes en cuerpo y forma.

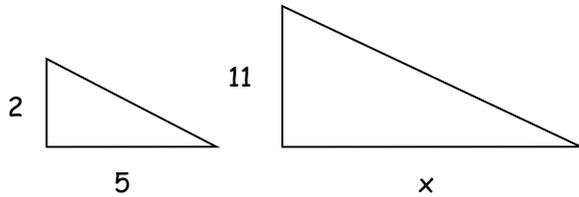
Actividad 1 y 2...



1. Proporcionalidad lineal

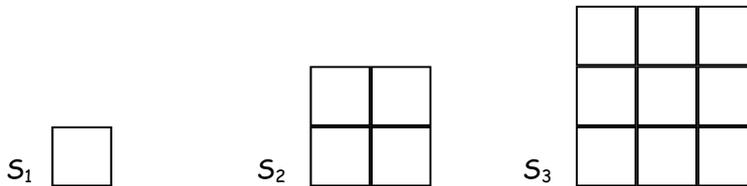
A. Supongamos que un ser humano medio tiene por altura: 1,70m y de tamaño del pie: 30 cm. ¿cuál puede ser el tamaño del pie de Shaquille O'Neal si mide 2,16 m? ¿Cuál es la razón de proporcionalidad lineal?

B. Calcula el lado x en estos triángulos semejantes:



2. Proporcionalidad en superficie

C. Sabiendo que un cuadrado tiene por lado $l = 1\text{cm}$, ¿cuál es la relación entre las áreas de las superficies S_1 y S_2 ? ¿Cuál es la relación entre las áreas de las superficies S_1 e S_3 ?



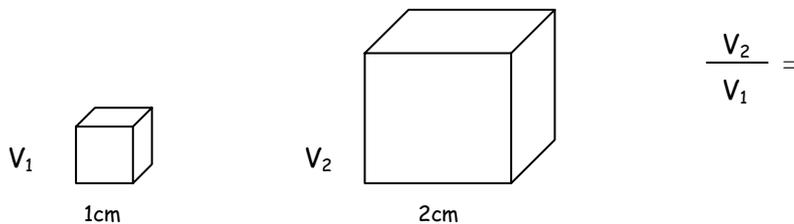
Calcula:

$$\frac{l_3}{l_1} = \quad \frac{l_2}{l_1} = \quad \frac{S_3}{S_1} = \quad \frac{S_2}{S_1} =$$

D. En una pizzería la pizza normal (15cm de diámetro) cuesta 8€, ¿cuánto debería costar la pizza familiar (30 cm de diámetro)?

3. Proporcionalidad en volumen

E. Sabiendo que el cubo pequeño tiene por arista $a = 1\text{cm}$, ¿cuál es la relación entre los volúmenes V_1 e V_2 ?



D. ¿Cuál será el peso de Shaquille O'Neal? (El peso es una magnitud relacionada con el volumen)

1. El gigante de Brodingnag es doce veces más alto que Gulliver. Tal y como lo describe Swift el ser humano normal y el gigante tienen la misma constitución, y son semejantes en cuerpo y forma, ¿Cuál es la constante de proporcionalidad entre el gigante y Gulliver?

$$\frac{l_x}{l_G} =$$

2. Como la resistencia de los huesos de las piernas es proporcional al área de su sección recta, la relación de resistencia es:

$$\frac{S_x}{S_G} =$$

3. Pero debemos tener en cuenta que el peso que las piernas soportan es proporcional al volumen; la relación de pesos es:

$$\frac{P_x}{P_G} = \quad \quad \quad \frac{V_x}{V_G} =$$

4. Suponiendo que Gulliver pesa 75kg y mide 1,70m, ¿Cuánto mide y pesa el gigante?

5. ¿Cuánto aumenta la resistencia de los huesos del gigante?

6. ¿Cuánto aumenta el peso del gigante?

7. ¿Qué opinas sobre la existencia del gigante?

Resumiendo:

- El gigante de Brodingnag es doce veces más alto que Gulliver. Tal y como lo describe Swift, el ser humano normal y el gigante tienen la misma constitución y son semejantes en cuerpo y forma:

$$\textit{Razón} = 12$$

- Como la resistencia de los huesos de las piernas es proporcional al área de su sección recta, la relación de resistencia es:

$$\textit{Razón de áreas} = 144$$

- Por lo tanto, las piernas del gigante son 144 veces más resistentes que las de Gulliver. Pero debemos tener en cuenta que el peso que las piernas soportan es proporcional al volumen, la relación de pesos es:

$$\textit{Razón de pesos} = 1728$$

- Mientras que la resistencia del gigante aumentó 144 veces; su peso, **sufrió un aumento de 1728 veces**, por lo tanto, su resistencia es doce veces menor que la de Gulliver, o lo que es lo mismo, el gigante, para soportar su propio cuerpo deberá hacer un esfuerzo análogo al que tendríamos que hacer nosotros caminando con once personas a cuestas. Para un gigante con la misma configuración que un hombre normal habría que emplear un material más resistente para formar sus huesos o de lo contrario acabaría aplastado por su propio peso.

(Los dinosaurios y los elefantes tienen una sección de huesos mayor).



Interés matemático

- El número y su representación.
- Sistemas de numeración.
- Sistema decimal.
- Sistema de numeración en base 5.
- Cambio de sistemas.

Andrés creía que conocía los números, de hecho creía que lo controlaba todo... hasta que, después de entrar en contacto con una extraña secta, para salvar la piel tuvo que ampliar su conocimiento sobre los números y distinguir entre lo accesorio (símbolos y palabras) y lo esencial.

La secta se llamaba la Cofadría del Grial y tenían un método para viajar en el tiempo. Andrés tiene 13 años y viaja a la Edad Media, a la Castilla de Alfonso X, en una zona, la Baronía de la Mano, en la que no utilizan la moneda real sino una moneda propia con un sistema de numeración diferente al actual. Para volver a la actualidad necesita decir 1134 pero con el sistema de la Baronía de la Mano, para eso tendrá que aprender un nuevo sistema numérico. Una de las frases de los habitantes de la Baronía podría ser: "Chaval, te salvaste por los pelos, esos **dano** toneles, te pasaron a menos de **ano** dedo de la cabeza".

El sistema numérico de la Baronía de la Mano es un sistema de numeración en base 5 en el que se emplean los dedos de la mano derecha para representar las unidades y la mano izquierda para representar las cifras de orden superior.

Por lo tanto, sólo están permitidas cinco cifras: 0, 1, 2, 3 e 4

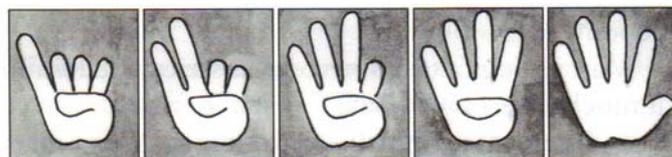
Después del 4 viene el 10 (lo mismo pasa en el sistema de numeración decimal: después del 9 viene el 10).

MANO DERECHA



Zano

0



Ano

dano

tano

cano

mano

1

2

3

4

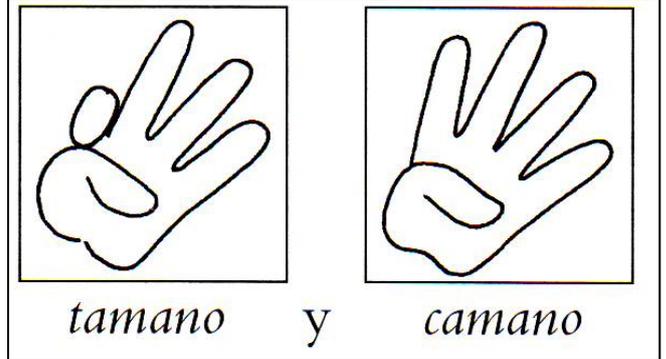
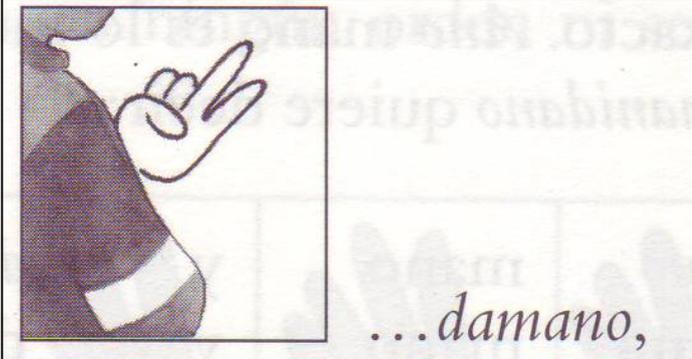
10

MANO IZQUIERDA

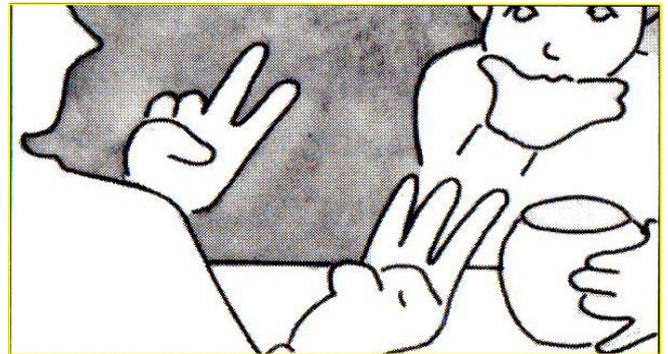
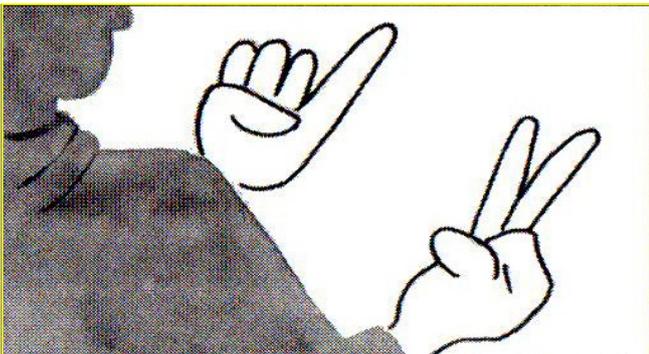
DANO + MANO = DAMANO

TANO + MANO = TAMANO

CANO + MANO = CAMANO



	AMANO	DAMANO	TAMANO	CAMANO
Manual	10	20	30	40
Decimal	5	10	15	20



ANO MANO + DANO DEDOS
AMANIDANO

DANO MANOS + TANO DEDOS
DAMANITANO

12	Manual	23
7	Decimal	13

Órdenes Superiores					
Decimal	1	5	25 = 5·5	125 = 5·5·5	625 = 5·5·5·5
Manual	1	10	100	1000	10000
	Ano	Amano	Apún	Apón	Apín

Terminaciones:	-pín	-pón	-pún	-mano	-no
	2	3	1	4	1

Paso de decimal a manual

Para pasar el número 1134 en forma decimal a manual (base 5) se divide sucesivamente por 5, tal y como muestra la siguiente imagen:

1134 dedos	5				
13	226 <i>manos</i>	5			
34	26	45 <i>pun</i>	5		
4 <i>dedos</i>	1 <i>mano</i>	0 <i>pun</i>	9 <i>pon</i>	5	
			4 <i>pon</i>	1 <i>pin</i>	

Por lo tanto, $1134_{(10)} = 14014_{(5)}$

Y el número en la Baronía de la Mano será:

Apín Capón Zapún Amanicano

Zano
Ano dano tano cano mano

0	1	2	3	4	10
---	---	---	---	---	----

...damano,
tamano y camano

DANO + MANO = DAMANO TANO + MANO = TAMANO
CANO + MANO = CAMANO

ANO MANO + DANO DEDOS DANO MANOS + TANO DEDOS
AMANIDANO **DAMANITANO**

	AMANO	DAMANO	TAMANO	CAMANO
M	10	20	30	40
D	5	10	15	20

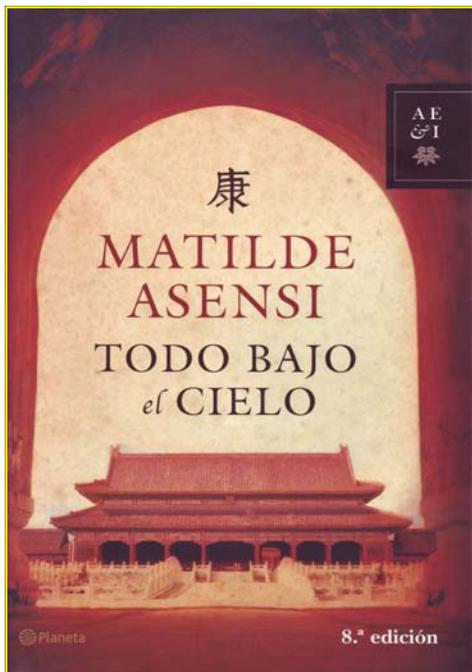
ORDES SUPERIORES

Decimal	1	5	25 =5·5	125= 5·5·5	625= 5·5·5·5
Manual	1	10	100	1000	10000
	ANO	AMANO	APÚN	APÓN	APÍN

Pasa de decimal a manual (base 5) dividiendo sucesivamente por 5 y expresa, en lenguaje de la Baronía de la Mano, las siguientes cantidades:

Manual

Tu edad:		
Los días de la semana: 7		
Los lados de un octógono: 8		
Una docena: 12		
¿Cuántos somos?: 25		
Los días de marzo: 31		
Las semanas de un año: 52		
Un siglo: 100		
Un milenio: 1000		
El año de nacimiento:		
El año actual: 2010		
La fecha de hoy: 6-3-2010		



Interés matemático

Técnicas de recuento
Permutaciones
Variaciones con repetición
Criptogramas
Hexagramas
Orientación
Puntos cardinales

Elvira, una pintora española afincada en el París de los años veinte, recibe la noticia de que su marido murió en su casa de Shanghai. Acompañada por su sobrina, parte desde Marsella en barco para recuperar el cadáver de Rémy. Al pisar por fin tierra firme después de una travesía interminable, comenzará para Elvira y Fernanda la mayor peripecia que jamás hubieran imaginado vivir. Sin tiempo para reaccionar, se verán perseguidas por los eunucos imperiales y los sicarios de la Banda Verde, que quieren robarles el "cofre de las cien joyas".

Huyen en un viaje apasionante por el corazón de China hasta Xi'an, donde, con la ayuda del anticuario Lao Jiang, la sabiduría oriental del maestro Jade Rojo y la inteligencia del pequeño Biao, podrán descifrar las claves y superar las arriesgadas pruebas para encontrar la tumba del Primer Emperador y la última pieza del secreto mejor guardado de la historia de la Humanidad.

Todo bajo el cielo

El grupo llega al Monasterio taoísta de Wudang en busca de una de las piezas

necesarias para descifrar el mapa donde se encuentra el tesoro y el mausoleo del Primer Emperador. El abad les propone que para conseguir esa pieza tendrán que ordenar los cuatro caracteres fundamentales del taoísmo de Wudang.

Estos son los cuatro ideogramas que representan a los cuatro caracteres taoístas:

Salud	Paz	Longevidad	Felicidad
K'ang	An	Shou	Fu



¿cuántas posibilidades hay?

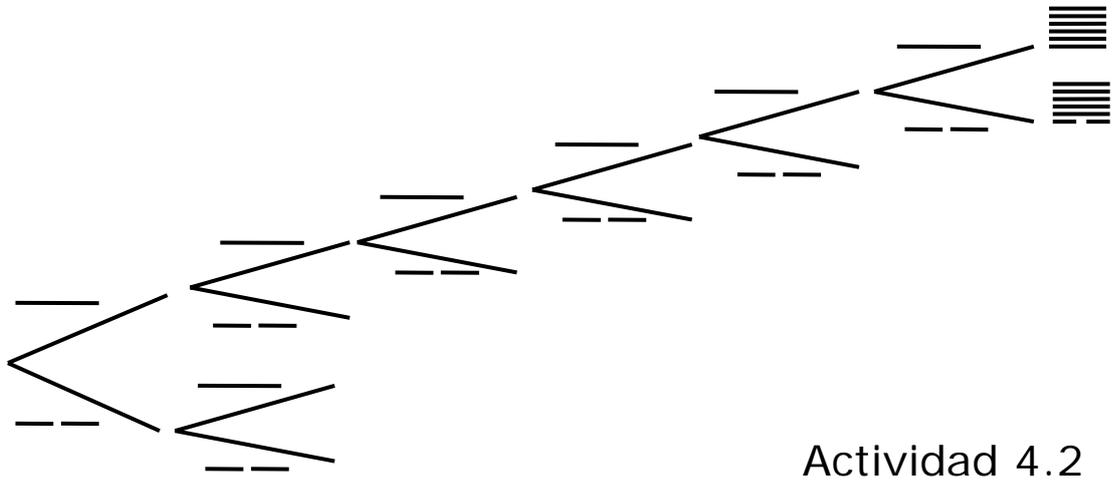
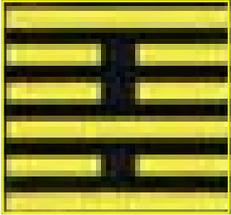
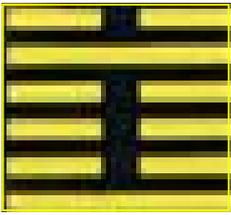
Actividad 4.1

Hexagramas de I Ching

Los hexagramas son seis líneas horizontales (enteras o partidas en dos) formando un cuadrado perfecto.

Se utilizan, entre otras cosas, para predecir el futuro y cada uno tiene un nombre y expresa diferentes cualidades.

Por ejemplo, el hexagrama Ming I, "El oscurecimiento de la luz", alude al Sol que se oculta bajo la Tierra, provocando la oscuridad total. Aunque después tienen interpretaciones a modo de horóscopo.



Actividad 4.2

CUADRADOS MÁGICOS

Cuando el grupo llegó a las puertas del Mausoleo, el mapa indicaba el sistema de apertura: "***candado especial que abre con magia***". Encontraron 81 cilindros de piedra numerados y en el suelo un tablero $9 \times 9 = 81$ cuadrados, con un agujero en el medio del tamaño de los cilindros de piedra. Era un **cuadrado mágico**, es decir, *un cuadrado donde los números colocados en su interior suman lo mismo, tanto en horizontal, como en vertical, como en diagonal.*

En China hay una tradición muy antigua que relaciona la magia con los números e los cuadrados mágicos son una expresión milenaria de esa relación.

Una antigua leyenda dice que el primer cuadrado mágico lo encontró el emperador Yu en el caparazón de una tortuga.

11	34	26	73	67	2	48	62	46
78	50	33	21	55	28	57	27	20
1	32	66	42	22	68	19	61	58
72	30	69	49	6	38	35	31	39
9	64	81	41	45	52	16	43	18
54	4	36	12	63	29	76	25	70
60	53	40	47	71	3	24	56	15
7	65	10	5	17	75	80	51	59
77	37	8	79	23	74	14	13	44

Cuadrado mágico
de orden 9

Cuadrado mágico
de orden 3

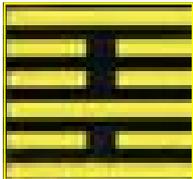
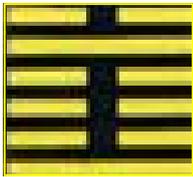
4	9	2
3	5	7
8	1	6

Actividad 4.3

1. ¿Cuántas posibilidades hay de ordenar cuatro elementos: A, B, C e D?
Construye un diagrama en árbol.

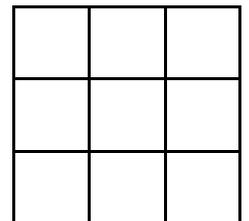


2. Los hexagramas son seis líneas horizontales (enteras o partidas en dos) formando un cuadrado perfecto.
Esboza un diagrama en árbol y halla cuántos hexagramas hay.



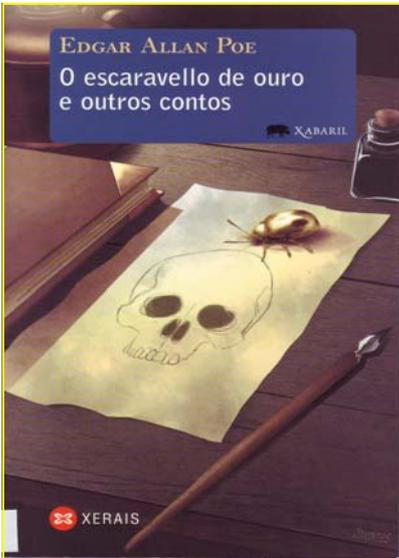
3. ¿Serás capaz de construir un cuadrado mágico 3x3?

¿Cuánto suman las filas o columnas de un cuadrado mágico 3x3?



¿Cuánto suman las filas o columnas de un cuadrado mágico 4x4?

Si las filas y columnas de un cuadrado mágico 9x9 suman 369, ¿cuál es la suma de los 81 primeros números?



Interés matemático

Criptografía
 Cifrados por sustitución
 Descifrado por análisis de frecuencias
 Tabulación
 Frecuencias absolutas e relativas
 Porcentajes

William Legrand, tras sufrir problemas económicos, se traslada a vivir a la isla Sullivan. Allí se dedica a la caza y a la pesca. Salía a excursiones acompañado de su sirviente negro, Júpiter.

El narrador anónimo de la historia entabla amistad con Legrand. Una tarde lo visitó y se enteró que Legrand había encontrado un escarabajo de oro y un pergamino que contenía un criptograma. Al parecer el pergamino había pertenecido a un pirata que había enterrado su tesoro. La trama de esta narración describe el proceso de descifrado del mensaje y la posterior búsqueda de tesoro.

El mensaje original del libro, que codifica un texto en lengua inglesa es:

53†††305))6*;4826)4†.)4†);806*;48†8
 ¶60))85;1†(;:†*8†83(88)5*†;46(;88*96
 ?;8)†(;485);5*†2:*†(;4956*2(5*—4)
 8¶8*;4069285);)6†8)4††;1(†9;48081;8:8†
 1;48†85;4)485†528806*81(†9;48;(88;4
 (†?34;48)4†;161;:188;†?;

Para empezar, recomendamos que se haga una lectura de la narración para conocer la trama y el método seguido para descifrar el mensaje.

A continuación tendremos que coger un texto escrito en la lengua en la que creemos que está escrito el mensaje, haremos un recuento de las letras que aparecen en el texto y completar la siguiente tabla:

Letra	Recuento	Frecuencia	Frecuencia	%
-------	----------	------------	------------	---

Una vez que se complete la tabla, pasaremos a hacer una clasificación de las letras por porcentaje de aparición en el idioma.

%	Letras
Más del 10%	
Entre el 6% y el 10%	
Entre el 2% y el 6%	
Menos del 2%	

Ahora hay que hacer lo mismo con los símbolos del mensaje; es decir, tendremos que hacer una tabla en la que figuren todos los símbolos:

Símbolo	Recuento	Frecuencia	Frecuencia	%
---------	----------	------------	------------	---

Luego hay que volver a hacer una clasificación de los símbolos del mensaje según el %.

%	Símbolos
Más del 10%	
Entre el 6% y el 10%	
Entre el 2% y el 6%	
Menos del 2%	

Comparando las letras y símbolos que tienen el mismo % y teniendo en cuenta el contexto podremos descodificar el mensaje.

DESCIFRADO POR ANÁLISIS DE FRECUENCIAS

Se trata de descifrar un criptograma utilizando la frecuencia con que las letras se utilizan en un idioma; siguiendo el desarrollo de la narración extraordinaria de Edgar Allan Poe, "El escarabajo de oro"; lectura muy recomendada antes de iniciar esta actividad.

Ante un criptograma como el siguiente, en el que suponemos que el texto original fue redactado en castellano:

mkhnmcñuñ h oc gwkzfn ñcthbw ñc ñj uwdh dhsfwmtw bñ uo ihuh
bñzhaw tmñcñ och zwkzh h eoctw bñ ñuthjjhf
ñj jw mncwfh eñfw ñj eozjmiw jw uhzn ñutw ñu ñj uoueñcuñ

Tenemos que conocer con que frecuencia se utilizan todas las letras en nuestro idioma; para ello podemos utilizar los datos del libro 'Estudio lexicométrico del diario "El País"', de Enrique Fontanillo, en el que se toman como muestra los ejemplares de dicho diario publicados durante una semana (52619 letras en total) y hacer una clasificación:

E - 16,78%	R - 4,94%	Y - 1,54%	J - 0,30%
A - 11,96%	U - 4,80%	Q - 1,53%	Ñ - 0,29%
O - 8,69%	I - 4,15%	B - 0,92%	Z - 0,15%
L - 8,37%	T - 3,31%	H - 0,89%	X - 0,06%
S - 7,88%	C - 2,92%	G - 0,73%	K - 0,00%
N - 7,01%	P - 2,776%	F - 0,52%	W - 0,00%
D - 6,87%	M - 2,12%	V - 0,39%	

Clasifica según la tabla anterior:

PORCENTAJES	LETRAS
Más del 10%	
Entre 6% y 10%	
Entre 2% y 6%	
Menos de 2%	

Ahora, tendremos que hacer una estadística con los símbolos del criptograma:

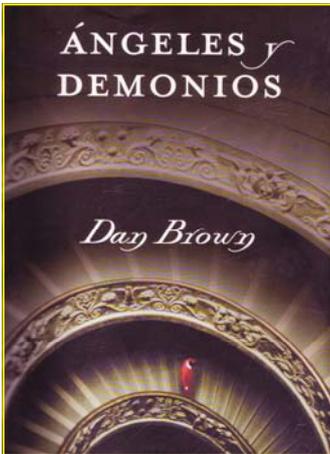
Letra o símbolo	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Porcentaje %
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
Ñ				
O				
P				
Q				
R				
S				
T				
U				
W				
X				
Y				
Z				

Completar la siguiente tabla con los porcentajes obtenidos anteriormente:

PORCENTAJES	SÍMBOLOS DEL CRIPTOGRAMA
Más del 10%	
Entre 6% y 10%	
Entre 2% y 6%	
Menos de 2%	

Y comparar ambas tablas, asociar letras con símbolos del criptograma y apoyándonos en el contexto se va descifrando en criptograma.

Ambigramas



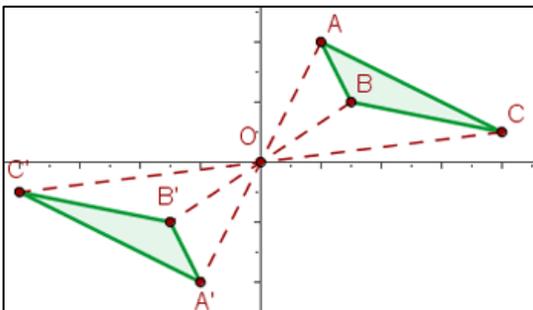
La novela *Ángeles y Demonios*, tiene varios ambigramas en su trama, y tiene su origen en los *Illuminati*, una sociedad secreta. Allí los ambigramas son cuatro elementos de la naturaleza: fuego, agua, aire y tierra.

Con esta novela se divulgaron los ambigramas.

Illuminati

earth
fire
air
water

Ambigramas son las palabras que se pueden leer igual tras realizar un giro de 180° .



Una simetría central, de centro el punto O, es un movimiento plano en el que a cada punto P del plano le corresponde otro punto P', siendo O el punto medio de los extremos P y P'.

Una simetría de centro O equivale a un giro de centro O y una amplitud de 180° .

Algunos ejemplos son:

ambigramas

manuela

En este enlace web puedes hacer el ambigrama de tu nombre:

<http://www.ambigram.com/matic>

LA SOLEDAD DE
LOS NÚMEROS
PRIMOS
PAOLO
GIORDANO



En primer curso de la universidad había estudiado ciertos números primos más especiales que el resto, y a los que los matemáticos llaman primos gemelos: son parejas de primos sucesivos, o mejor, casi sucesivos, ya que entre ellos siempre hay un número par que les impide ir realmente unidos, como el 11 y el 13, el 17 y el 19, el 41 y el 43. Si se tiene paciencia y se sigue contando, se descubre que dichas parejas aparecen cada vez con menos frecuencia.

Lo que encontramos son números primos aislados, como perdidos en ese espacio silencioso y rítmico hecho de cifras, y uno tiene la angustiada sensación de que las parejas halladas anteriormente no son sino hechos fortuitos, y que el verdadero destino de los números primos es quedarse solos. Pero cuando, ya cansados de contar, nos disponemos a dejarlo, topamos de pronto con otros dos gemelos estrechamente unidos. Es convencimiento general entre los matemáticos que, por muy atrás que quede la última pareja, siempre acabará apareciendo otra, aunque hasta ese momento nadie pueda predecir dónde.

Mattia pensaba que él y Alice eran eso, dos primos gemelos solos y perdidos, próximos pero nunca juntos. A ella no se lo había dicho. Cuando se imaginaba confiándole cosas así, la fina capa de sudor que cubría sus manos se evaporaba y durante los siguientes diez minutos era incapaz de tocar nada.