

### Primer grupo de problemas



¿Cuántos números capicúas de tres cifras son divisibles por 3?

Recuerda que un número capicúa es un número que se lee igual al derecho que al revés, por ejemplo 727.

**Atención!!!** La solución es un número de dos cifras.  
Debes pasar al problema 8 como número  $P$   
la suma de las cifras de la solución.



La representación en base 10 del número natural  $N$  consta de 2021 cifras, todas ellas iguales a 9.

$$N = \overbrace{99999\dots 99}^{2021}$$

¿Cuántos 9 aparecerán si escribimos el número  $N^2$ ?



Ana miente siempre los lunes, los martes y los miércoles y dice la verdad los otros días.

Rosa miente siempre los jueves, viernes y sábados y dice la verdad los otros días.

Un día tienen la siguiente conversación:

- Ana: *yo miento el sábado*
- Rosa: *yo mentiré mañana*

¿Qué día de la semana tuvo lugar esa conversación?



Hace falta conocer un número  $N$ , que viene del problema 6

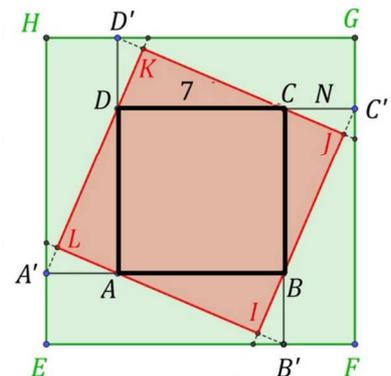
El lado del cuadrado  $ABCD$  mide 7 cm.

Prolongamos  $N$  cm cada lado como indica la figura y así se obtienen unos puntos  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  a partir de los cuales dibujamos otros dos cuadrados, el  $EFGH$  y el  $IJKL$  que está pintado de rojo.

La superficie del cuadrado  $IJKL$  es un poco mayor que la superficie pintada de verde.

¿Cuál es la diferencia?

**¡Atención!** Si la solución es un número entero, en el formulario de respuesta deberéis escribirlo como tal (sin ningún signo ni espacio en blanco); si es un número racional, lo escribiréis como una fracción irreducible (numerador separado del denominador con el signo /, sin ningún otro signo ni espacio en blanco); si no es un número racional, lo daréis redondeado al segundo decimal (con la parte entera separada de la parte decimal con la coma abajo, sin ningún otro signo ni espacio en blanco)





Carolina es una chica muy organizada. En una prueba ha de contestar 10 preguntas fáciles, 10 medianas y 10 difíciles en un total 75 minutos, y ella decide dedicar a cada pregunta difícil el doble de tiempo que a una mediana y a cada pregunta fácil la mitad de tiempo que a una mediana, y guardar 5 minutos al final para revisar que ha escrito bien todas las respuestas. ¿Cuánto tiempo dedicará en total a responder las preguntas fáciles?

Nota: se pregunta por el tiempo empleado hasta encontrar las respuestas, sin contar el que dedica a la revisión. Deberéis dar la respuesta en minutos y segundos.

**El número de minutos de la solución**  
pasa al problema 10 como número  $R$

---

## Segundo grupo de problemas



¿Cuántos números que son cuadrados perfectos dividen a  $20^{21}$ ?

**Pasa al problema 4 como número  $N$  el resultado de sumar 1 a la cifra de las unidades de la solución**



Escribimos los cuadrados de los números del 1 al 100 todos seguidos:

149162536.....

¿Qué cifra nos encontraremos en la posición 100?



Viene un número  $P$  del problema 1

Ana ten  $P$  dados de cor azul, 2 dados de cor verde e 2 dados de cor vermella. De cantas maneiras distintas pode colocalos nunha fila de xeito que non haxa dous dados seguidos da mesma cor?

de xeito --> de modo que



La suma del área y el perímetro de un cuadrado es 2021.

¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

**La cifra de las decenas de la respuesta**  
pasa como valor  $S$  al problema 10.

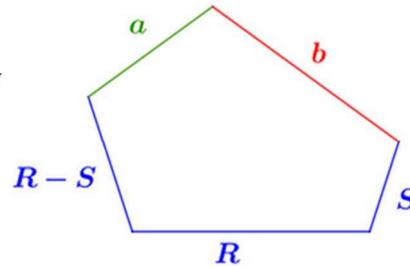
---

## Retos finales



Vienen: un número  $R$  del problema 5 y un número  $S$  del problema 9  
(revisad con atención a qué corresponde cada número)

Todos los ángulos del pentágono de la figura miden  $108^\circ$  y en ella se indican las longitudes de los lados, siendo  $R$  y  $S$  los dos números que pasan, respectivamente, de los problemas 5 y 9.  
Calcula la razón  $a/b$ .



Nota: si la respuesta es un número entero se indicará como tal, sin ningún signo ni espacio en blanco, y si es un número fraccionario se deberá escribir como una fracción irreducible (numerador separado del denominador con /, sin ningún otro signo ni espacio en blanco).



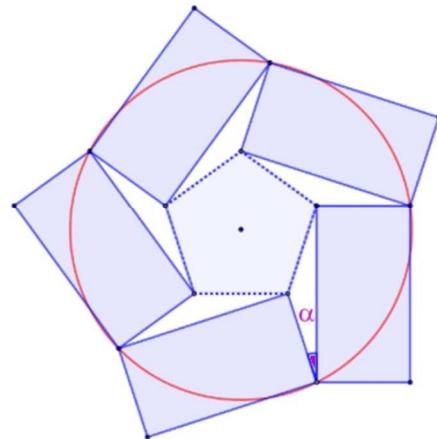
Formamos todos los números posibles de 10 cifras usando solamente las cifras 1 y 2.  
¿Cuántos de estos números tienen todas las cifras 1 consecutivas o todas las cifras 2 consecutivas o ambas cosas a la vez?

Nota:

- se entiende que se usan las cifras 1 y 2 en el conjunto de todos los números; también se cuentan los números en que aparece solamente una de estas cifras.
- como pasa en algunos enunciados hay que aclarar que el plural que se usa es una generalización; también se contempla la posibilidad de que en alguno de los números aparezca una sola cifra 1 o bien una sola cifra 2.



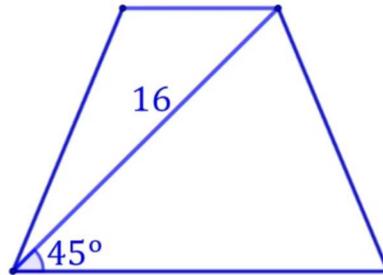
Se tiene un pentágono regular y se rodea con cinco rectángulos iguales como indica la figura.  
Calcula el ángulo  $\alpha$ .



## Problemas de propina

### Problema 1 "de propina"

La diagonal d'un trapezi isòsceles és de 16 cm i forma un angle de  $45^\circ$  amb la base. Quina és l'àrea del trapezi?



---

### Problema 2 "de propina"

En una estanteria hay 6 libros distintos de tamaño pequeño y 3 libros distintos de tamaño grande. Hay tres niños y cada uno elige o bien dos libros de tamaño pequeño o bien un libro de tamaño grande. ¿De cuántas maneras distintas lo pueden hacer?

---

### Problema 3 "de propina"

Si el lado del cuadrado de la figura es de 5 cm, calcula el área de la región que se ha coloreado, interior al cuadrado.

¡Atención! Deberás dar la respuesta como un número entero, el resultado de redondear el área a los milímetros cuadrados.

