TERCER SEMINARIO PARA ESTIMULAR EL TALENTO PRECOZ EN MATEMÁTICAS
VALENCIA, 5, 6 Y 7 DE MARZO DE 2010

RESUMEN DE PRESENTACIONES

SCRATCH, UN ENTORNO AGRADABLE PARA LA PROGRAMACIÓN

Mireia López y Antoni Gomà Nasarre (ESTALMAT CATALUÑA)

La introducción de la informática en los centros escolares se hizo de la mano de actividades de programación: el BASIC, en secundaria, y el LOGO, fundamentalmente en primaria, permitieron constatar la capacidad de razonamiento y la creatividad de nuestro alumnado. Todos sabemos que la evolución de hardware y software ha dejado esta tarea muy en segundo plano (si no es que la ha arrinconado totalmente). En las primeras promociones de Estalmat-Catalunya se usaba la calculadora Wiris para unas sesiones de introducción a la programación. Para programar hay que investigar el procedimiento adecuado, hay que pensar como se traduce el procedimiento a comandos del lenguaje que se utilice, a menudo hay que actuar mediante ensayo-error,... todos ellos aspectos muy interesantes en las sesiones de trabajo de Estalmat. Pero el entorno citado es muy árido y el tema había quedado en hibernación.

Hasta que conocimos Scratch, un entorno de programación heredero conceptualmente de LOGO, pero enmarcado en un interfaz visual que hace agradable el trabajo y que permite avanzar muy rápido hasta la idea de la programación orientada a objetos.

Por ello tenemos previsto dar a concocer este recurso para los alumnos de primer año. En nuestra presentación en la reunión de Estalmat en Valencia explicaremos algunas ideas del funcionamento de Scratch (las que se expondrán en una primera sesión con alumnos) y de la resolución de algunos ejemplos (que enmarcaremos en sesiones como Representaciones gráficas, De camino hacia el álgebra o Demostraciones visuales)

No será posible valorar completamente el trabajo con los alumnos de Estalmat (no se habrán desarrollado las sesiones) pero sí podremos comentar las opiniones de un grupo de profesores participantes en un curso de postgrado y una experiencia de clase en tercero de ESO.

LAS MATES DEL CALENDARIO

Ladislao Navarro Peinado Antonio J. Pérez Jiménez (Estalmat Andalucía Occidental)

Tras consideraciones astronómicas, históricas y socio-culturales en torno a la instauración del calendario gregoriano abordaremos, como parte central, la construcción de un calendario perpetuo utilizando el algoritmo Doomsday de Jonh H. Conway, estudiando previamente el Almanaque de San Román. La matemática implicada es muy simple y nos va a permitir repasar de una manera útil la aritmética modular.

POLIEDROS REGULARES

José Manuel Arranz San José (Estalmat Castilla y León)

Tema para segundo curso del Proyecto Estalmat. Previamente los alumnos han tenido una sesión de poliedros con material manipulativo, tipo polydron. También es conveniente estén familiarizados con software de Geometría Dinámica en el plano así como con construcción de polígonos regulares y la división de un segmento en proporción áurea.

El objetivo de esta(s) sesión(es) es manipular los poliedros regulares para descubrir algunas propiedades así como la construcción de otros poliedros semirregulares y estrellados.

Se utiliza el software de Geometría Dinámica Cabri 3D, que permite construir y manipular objetos tridimensionales con la misma naturalidad que otros programas GD lo hacen en el plano.

Aunque los poliedros regulares son una de las herramientas básicas y por tanto su construcción es inmediata, puede resultar interesante una primera construcción manual, partiendo de los polígonos que configuran cada vértice.

Se proponen ahora diversas manipulaciones y estudios partiendo de los conocidos sólidos platónicos.

1.- Cálculo de área y volumen. Números irracionales vinculados.

1.- Cortes por diversos planos. Secciones.

2.- Desarrollos planos de poliedros regulares o de alguno de sus truncamientos.

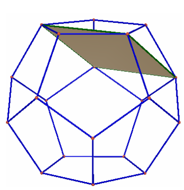
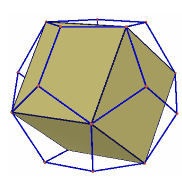
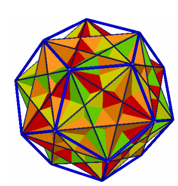
3.- Dualidad de poliedros regulares.

4.- Inscribir unos poliedros en otros. ¿Se puede inscribir cualquiera de los 5 poliedros en los 4 restantes? Construcción de Omnipoliedro.

5.- Construcción por truncamiento de alguno de los poliedros arquimedianos. Tipos de truncamiento.

6.- Construcción de poliedros regulares estrellados.

Alguna de las manipulaciones anteriores implican la utilización de simetrías y rotaciones en el espacio, ayudando a la percepción del mismo.

Cubo inscrito en un dodecaedro La imagen de la derecha muestra el resultado de girar el cubo alrededor de un eje de rotación del dodecaedro.

MATEMÁTICAS Y NARRATIVA
Gonzalo Temperán Becerra (Estalmat Galicia)

Últimamente, los títulos o la temática de la narrativa nacional o internacional están sembrados de conceptos matemáticos; así que podemos aprovechar esta circunstancia para acercar estos conceptos a los alumnos. Comenzaré la ponencia mostrando los tipos de libros con los que podemos encontrarnos para cumplir ese objetivo y pasar luego a exponer algunos títulos y actividades que podemos ofrecer:

- ***Alicia en el país de las maravillas y Los viajes de Gulliver*** (proporcionalidad, ¿Puede existir un gigante semejante a nosotros?)
- ***Drácula*** (Progresiones; ¿Pueden existir los vampiros?)
- ***Apín capón zapún amanicano*** (el número y su representación, el sistema de numeración de base 5, cambio de base)
- ***Todo bajo el cielo*** (Técnicas de recuento, diagramas en árbol, criptogramas, hexagramas, orientación, cuadrados mágicos)
- ***El escarabajo de oro*** (criptografía, descifrado por análisis de frecuencias, tabulación estadística, frecuencias absolutas y relativas, porcentajes)
- ***Ángeles y demonios*** (simetría central, ambigramas)
- ***El símbolo perdido*** (criptografía, cuadrados mágicos)
- ***La soledad de los números primos*** (primos gemelos)

GEOMETRÍA Y CALADOS CANARIOS.
FERNANDA FALCÓN (ESTALMAT CANARIAS)

Con esta sesión se pretenden dos objetivos, el primero es hacer ver a los alumnos la cotidianeidad de los conceptos matemáticos. Para ello desarrollamos el tema de las isometrías e isomorfismos a través de los calados canarios.

Y EL segundo es realizar una actividad conjunta en las clases para todos los alumnos/as de ESTALMAT en Canarias. EN RAZÖN DE nuestra insularidad, en pocas ocasiones podemos hacer actividades conjuntas y queríamos ampliar esa forma de actuar vía Internet. Para ello hemos planteado todo el desarrollo del tema usando la plataforma moodle, donde cada uno de los alumnos sigue los contenidos, realiza las actividades y participa en los foros a su ritmo y en contacto con todos los demás compañeros de ESTALMAT.

JUEGOS BASADOS EN SISTEMAS DE NUMERACIÓN
Jesús García Gual (Estalmat Madrid)

¿Qué se esconde en la igualdad 999 +1 = 1000?

Un sistema de numeración puede funcionar como una romana de dos brazos, colocando en un platillo el peso y en el otro las pesas. La eficacia de la balanza dependerá de reducir el número de piezas y de la facilidad de realizar la pesada.

Los dos hechos básicos de un sistema posicional de base es que se multiplica por 10 añadiendo un 0 a la derecha y que el siguiente de un número formado por “nueves” es un 1 seguido de ceros.

No necesitamos más para diseñar máquinas automáticas que pesan, adivinan, calculan e incluso ordenan.

TEORÍA DE CONJUNTOS

María José Señas (Estalmat Cantabria)

Partiendo de la definición de conjuntos por extensión, comprensión y diagramas de Venn, trabajamos primero las relaciones entre elementos y conjuntos, pasando posteriormente a trabajar las relaciones entre conjuntos. Esta primera parte de la unidad sirve de toma de contacto con la simbología propia del tema: $\in, \notin, \subset, \not\subset$, { / }, a la vez que se les hace ver la importancia de utilizar el símbolo adecuado y en la posición correcta.

Una segunda parte se centra en las operaciones entre conjuntos: A U B, $A \cap B$, A^C y A-B, en la que realizan demostraciones primero apoyadas en diagramas de Venn para pasar después a utilizar el lenguaje propio de las proposiciones matemáticas.

Finalizamos la unidad con paradojas conjuntistas: la paradoja del barbero, el cocodrilo y el niño, la paradoja del Quijote y la paradoja de Platón y Sócrates. Los alumnos deben justificar las paradojas de forma simbólica una vez que han sido capaces de explicarlas verbalmente.

Visualización en alumnos de ESTALMAT: una experiencia docente e investigadora

Rafael Ramírez Uclés y Pablo Flores Martínez

(Estalmat Andalucía Oriental)

Te pediría por favor que la comunicación no fuese el viernes (creo que viajaré desde Granada al mediodía porque trabajo por la mañana y llegaríabastante justo).

En estudios realizados con alumnos competentes, el talento matemático se asocia estrechamente con el comportamiento analítico y lógico (son diestros en cálculo mental, en secuencias lógicas, razonamiento algebraico, etc.). En estos estudios se habla fundamentalmente de capacidad innata y precocidad.

Reconociendo la importancia de estas cualidades matemáticas, hace tiempo que se está realzando el importante papel que juega la visualización en el razonamiento matemático. El mismo Miguel de Guzmán mostraba su importancia en el razonamiento en análisis matemático. Guzmán (1996, *El rincón de la pizarra*) decía que al ser nuestra percepción prioritariamente visual no es de extrañar que el apoyo en lo visual esté presente en las tareas de matematización.

Partiendo de esta hipótesis, nos planteamos que en el programa ESTALMAT deberíamos hacer hincapié en la visualización, proponiendo sesiones de trabajo especialmente dedicadas a desarrollarla en los alumnos. Para ello tomamos en consideración las teorías de Gardner sobre las inteligencias múltiples, que nos permite argumentar que la visualización se puede desarrollar.

Para confirmar esta hipótesis, nos propusimos analizar las capacidades visualizadoras de los alumnos con talento matemático y la forma en que se pueden desarrollar. Conociendo el nivel en el que la visualización es una componente del talento matemático y el papel que desempeña el tipo de instrucción para contribuir a su desarrollo, nos puede ayudar a elaborar unas buenas prácticas docentes que contribuyan al programa de atención a la diversidad que supone ESTALMAT.

Tras una fundamentación sobre los dos constructos talento matemático y visualización, realizamos una revisión bibliográfica sobre las investigaciones realizadas en este campo, detectando que existen pocos estudios que evidencien el uso de la visualización en los niños con talento. Los conocidos trabajos de Kruteskii (1976) concluían que en los niños con talento matemático prevalece el uso de estrategias algebraicas sobre las visualizadores para la resolución de problemas. Posteriormente la visualización ha adquirido mucha presencia en educación matemática (Presmeg, Bishop, etc.), mostrando que se requieren nuevos estudios al respecto.

Animados por ellos, nos planteamos los objetivos formativos e investigadores señalados. En esta comunicación describimos la experiencia docente e investigadora que estamos llevando a cabo con alumnos de ESTALMAT desde el curso 2007. Para ello describimos los términos que afectan a la experiencia y las bases teóricas e investigadoras necesarias para medir las tareas que hemos propuesto y analizamos en sus respuestas algunas de las dimensiones de la visualización que manifiestan, valiéndonos de análisis teóricos de autores que han trabajado este tema: Del Grande (1990, *Spatial sense)*, Gutiérrez (1996, *Visualization in3-Dimensional Geometry: In search of the framework),* etc. La comunicación está estructurada en tres partes: presentación del área problemática, descripción de la experiencia y expectativas de la investigación.

MISCELÁNEA DE ACTIVIDADES DE ESTALMAT CV (Alejandro Miralles)

La Comunitat Valenciana lleva tres años con el proyecto Estalmat. En todas las comunidades en que se lleva a cabo, existen materias y metodologías comunes, así como otras que marcan ciertas diferencias entre las sedes y que nos pueden servir de gran ayuda. Nuestra intención en esta presentación es mostrar algunas de las sesiones o metodologías que han partido por iniciativa propia de diversos profesores de Estalmat CV, centrándonos principalmente en las de segundo curso:

1. **Juegos Topológicos, Elena Thibaut (una sesión para segundo)**

   En esta sesión se comienza trabajando con la **característica de Euler**, centrándose en los poliedros regulares y en la botella de Klein (construida en acetato transparente).
   A continuación se trabaja con la cinta de Moebius para estudiar el concepto de **orientabilidad topológica** de una superficie, con cintas de acetato transparente y alfileres, comparando este caso con lo que ocurre en una esfera y un cilindro.
   Se estudia el concepto de superficie cerrada (mediante la idea de existencia de bordes o no), y se analiza qué ocurre con la botella de Klein al cortarla longitudinalmente.

Por último, se estudian grafos planares y su relación, en particular, con la botella de Klein.

2. **El Teorema de la Alfombra, Antonio Ledesma (una sesión para segundo)**

El Teorema de la Alfombra parte de una idea muy sencilla que puede resolver problemas de áreas aparentemente mucho más difíciles y complejos:

Teorema de la Alfombra 1: Si colocamos una alfombra sobre otra de igual área, las superficies que no se superponen en cada alfombra son iguales.

En esta sesión, se enuncia el teorema después de resolver algunos problemas que guardan una fuerte conexión con él y a continuación se resuelven problemas más difíciles aplicando este resultado. Una segunda versión del teorema es la siguiente:

Teorema de la Alfombra 2: Si dos alfombras cubren cierto piso y se mueven llevando una sobre parte de la otra, la superficie superpuesta es igual a la suma de las superficies que no cubre ninguna de las dos alfombras.

Lo cual permite resolver problemas aún más sofisticados.

3. **Falacias y Paradojas, Alejandro Miralles (una sesión para segundo)**

Comenzamos mostrando algunas **falacias** sencillas (tanto geométricas como algebraicas) para dar paso a algunas **paradojas semánticas**.
A continuación, nos adentramos en la idea intuitiva de **conjunto** e intentamos abstraernos para que piensen en conjuntos más complicados: Por ejemplo, el conjunto cuyos elementos son las mesas del aula, o el conjunto cuyos elementos son todo lo que no son mesas del aula. Esto permite intuir que existen conjuntos que son elementos de sí mismos y otros que no lo son.
A continuación planteamos si a todos les resulta válido el **axioma de abstracción** (dada una propiedad cualquiera, existe el conjunto cuyos elementos cumplen esa propiedad). Construyen diversos conjuntos a partir de distintas propiedades y se plantean si los conjuntos construidos son elementos de sí mismos. Esto les llevará a una contradicción al plantear la propiedad *P: No pertenecer a sí mismo* e intentar aplicar el Axioma de Abstracción, llevándonos a la **paradoja de Russell**.
Por último, se explican dos versiones más sencillas de la paradoja (*Cuadros que nunca existirán* y *La paradoja del barbero*), para terminar comentando la existencia de paradojas muy profundas en matemáticas, como es la **paradoja de Banach-Tarski**, que muestra que es posible una partición de una esfera de radio 1 en ocho partes para recomponerla en dos esferas de radio 1.

4. **Criptografía y Códigos, Ramón Esteban y Amparo Cortés (dos sesiones para segundo)**

Al enviar un mensaje por un canal de comunicación, puede haber ruido (sonido, destellos, manchas, etc.) que hace que el receptor pueda interpretar el mensaje de manera distinta a como quería enviarlo el emisor. Los **códigos** permiten recuperar los mensajes originales. La **criptografía** es el conjunto de técnicas que permiten cifrar y descifrar mensajes secretos. En esta sesión se explica, entre otras cosas, el cifrado afín, el criptosistema de César y de Vigenère, así como los criptosistemas de clave pública.

5. **Matemáticas y Arte, Carlos Segura e Irene Ferrando (una sesión para segundo)**

   Se comienza planteando si es cierta la invarianza por homotecias y semejanzas de las **proporciones** y la aditividad de éstas. A continuación se plantea la construcción con regla y compás de rectángulos con proporciones $\sqrt{n}$, con n natural, y se buscan relaciones de este tipo en las plantas de la basílica de San Pedro y en la Catedral de Pisa. La construcción de los rectángulos de proporción $\sqrt{3}$ da lugar al estudio geométrico de la ***Vesica Piscis***.

   Por último, se estudia la **proporción áurea** en el pentágono y en diferentes obras. Durante toda la sesión, se muestran muchísimas imágenes de diferentes obras de la arquitectura, escultura y pintura que guardan una gran relación con todos los conceptos tratados.