La Proporción desde el Arte: de Estalmat al Aula

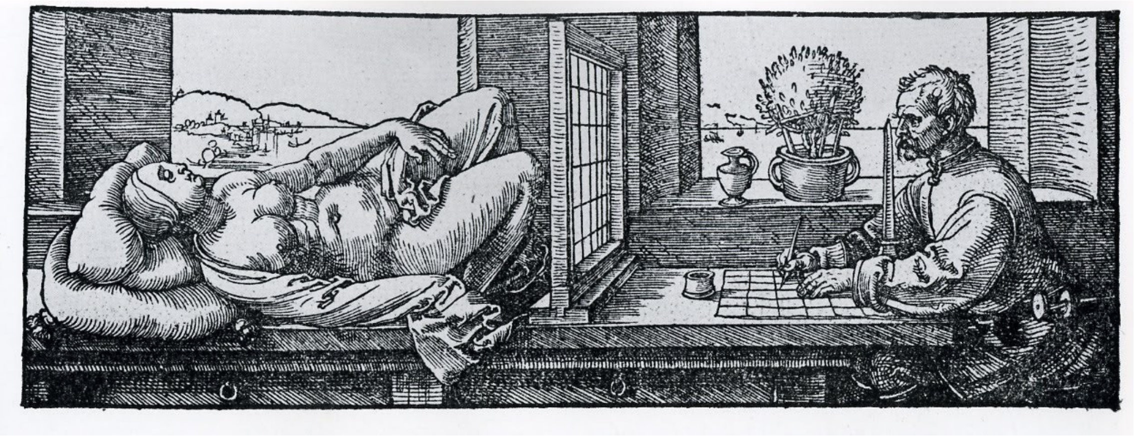
Carlos Segura, Irene Ferrando

Actividades Estalmat $\leftrightarrow$ Actividades Aula

A partir de las actividades Estalmat, desarrollaremos posibles extensiones al aula, contemplando tres niveles de competencia (A= bajo, B = medio, C = alto).

Dentro de estas extensiones se encuentra el uso del programa Geogebra, que también podría retroalimentar las sesiones Estalmat, completando el círculo.

Nuestro objetivo es enseñar competencias en el dominio de la Proporción a partir de los distintos usos y significados que los artistas le han ido dando a lo largo de la historia.

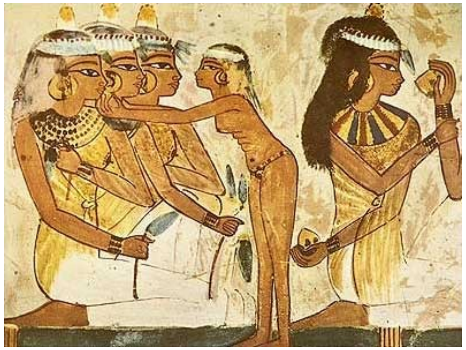


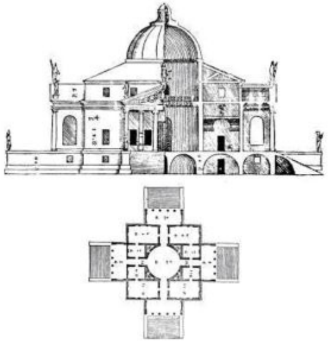
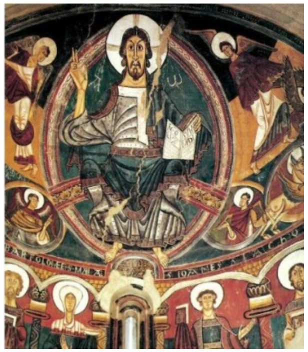
Motivaciones:

- El significado de Proporción entre magnitudes plantea dificultades entre los alumnos.
- Principio de variabilidad perceptual.
- Modelo funcional de aprendizaje (ICMI, PISA/OCDE)

Contextualizar de forma coherente todo el proceso de aprendizaje.

El estudio histórico-artístico del concepto de Proporción permite establecer una secuencia de aprendizaje: del razonamiento visual a las relaciones numéricas.



Competencias básicas

Competencia en comunicación lingüística : lectura de tratados de arte antiguos, etc.

Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico: manipular figuras, uso de la perspectiva, etc.

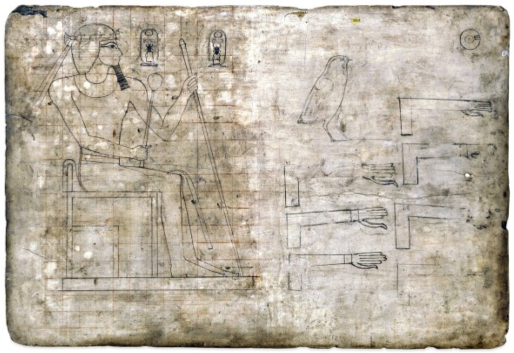
Tratamiento de la información: búsqueda de fuentes históricas que se indiquen.

Competencia cultural y artística

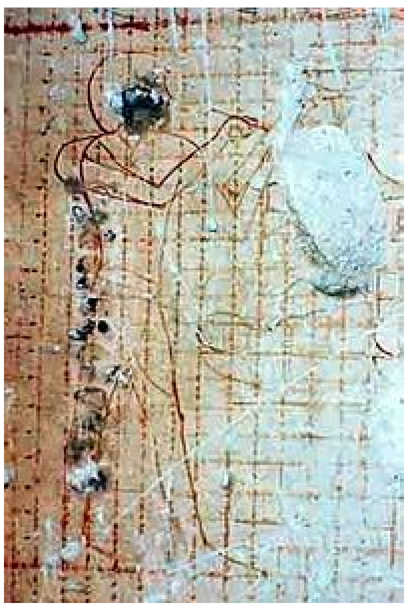
Competencia en aprender a aprender y en autonomía e iniciativa personal: explotadas por la modelización.

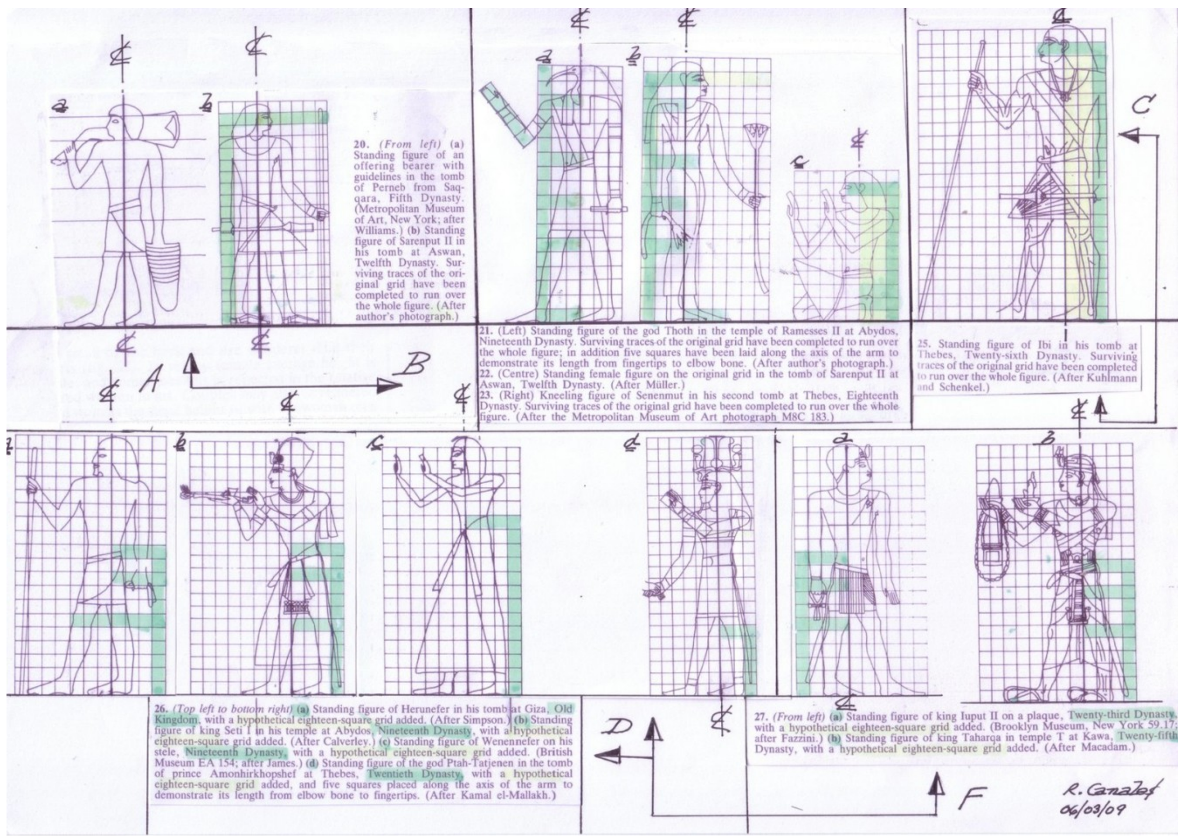
Competencia matemática.

Proporción en el arte egipcio: búsqueda de una total regularidad

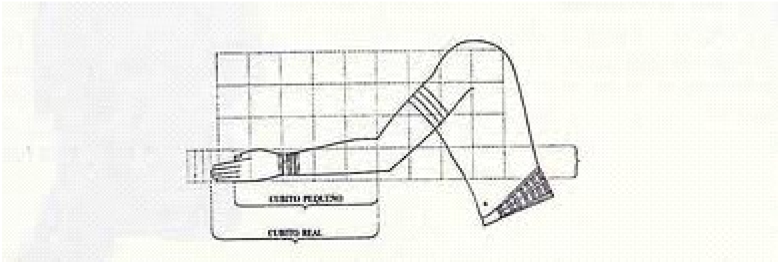


Hacia el 3200 aC, la representación de la figura humana empezó a realizarse según la llamada "*regla de proporción*", un estricto **sistema geométrico de cuadrículas** que aseguraba la <u>repetición exacta</u> de la forma ideal egipcia a cualquier escala y en cualquier posición.

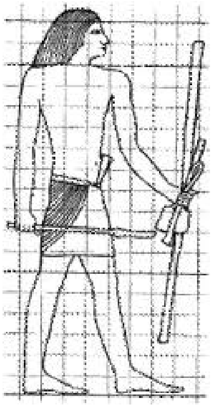




ACTIVIDAD ESTALMAT (1ER AÑO)



Nivel (B) Observa detenidamente la siguiente figura. Teniendo en cuenta que la medida del dedo al codo es de 45 cm intenta contestar las siguientes preguntas:



¿Cuánto mide cada celda de la cuadrícula?

Ahora fíjate en la figura del hombre entero, ¿cuánto mide?

¿Cuántos cuadros crees que necesitaríamos para representar a ese mismo hombre sentado en una silla de manera que las plantas del pie tocaran el suelo?

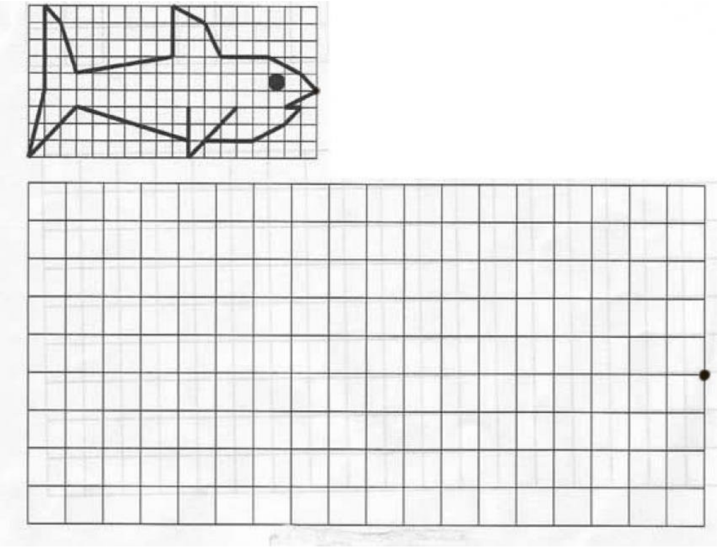
Nivel (C) Teniendo en cuenta que en los casos de dibujos cuidadosamente elaborados:

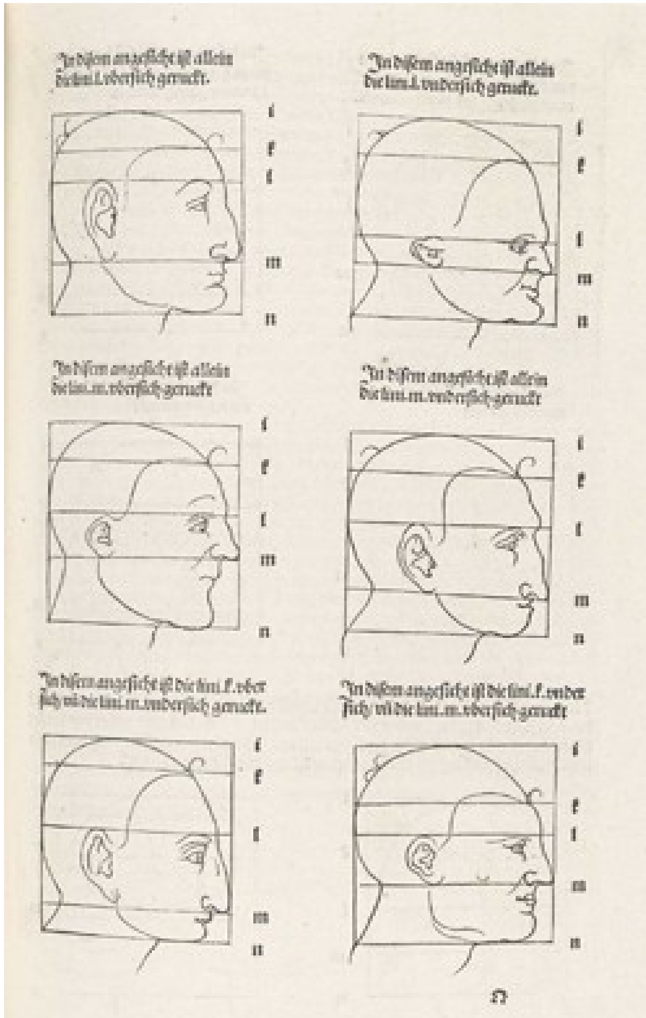
El nivel de la línea de la rodilla desde la planta del pie representaba un tercio de la altura de la línea frontal del cabello; que el nivel más bajo de las nalgas representaba la mitad de la altura de la línea del cabello; que la línea del codo representaba dos tercios de la altura del cabello, y que la distancia desde la línea del cabello hasta la unión del cuello con los hombros era un noveno de la altura de la línea del cabello.

¿Sabrías deducir porqué los egipcios representaban las figuras en una cuadrícula de 18 celdas?

EXTENSIÓN AL AULA (RECONOCIMIENTO PATRONES GEOMÉTRICOS)

Nivel (A) Tras observar detenidamente una figura dibujada con una cuadrícula responde a las siguientes preguntas:
¿Crees que la cuadrícula te sería útil para reproducir el dibujo?
¿Cómo lo harías?
Si en lugar de mantener el tamaño de los cuadros los reducen, ¿qué crees que ocurrirá? ¿Y si los amplias?

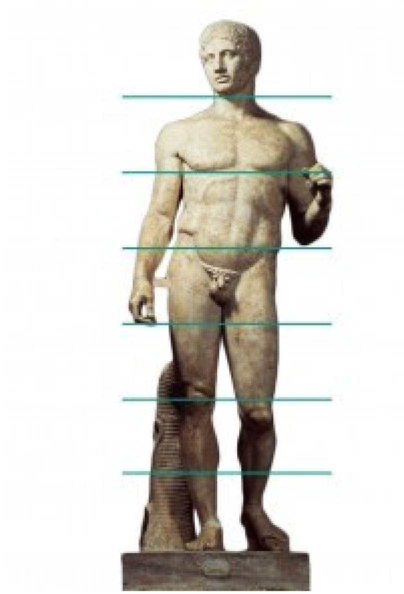




Propuesta de Durero para cambiar las proporciones de cualquier figura.

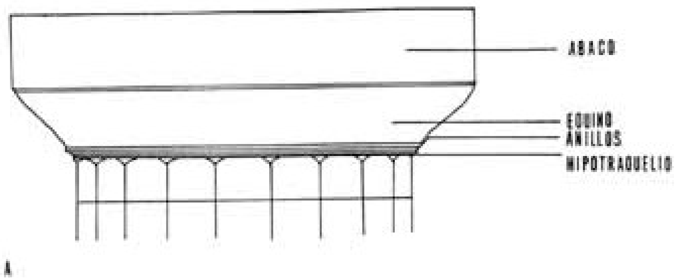
Actividades con “sistemas no proporcionales” para que los alumnos encuentren cómo el patrón se rompe y en función de qué.

Conducirles hacia la noción de que en la repetición exacta de una forma a distintos tamaños juegan un papel determinante el ancho y largo de las figuras. Búsqueda de relación intuitiva entre ambas.



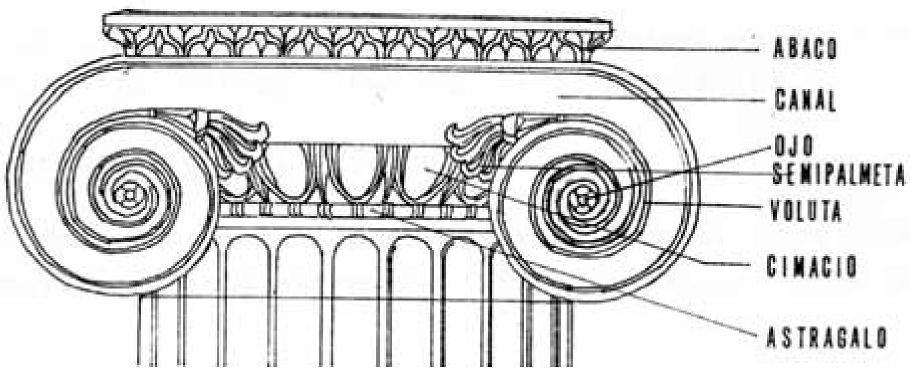
Proporción en el arte Griego: Belleza, canon y módulo

Orden dórico



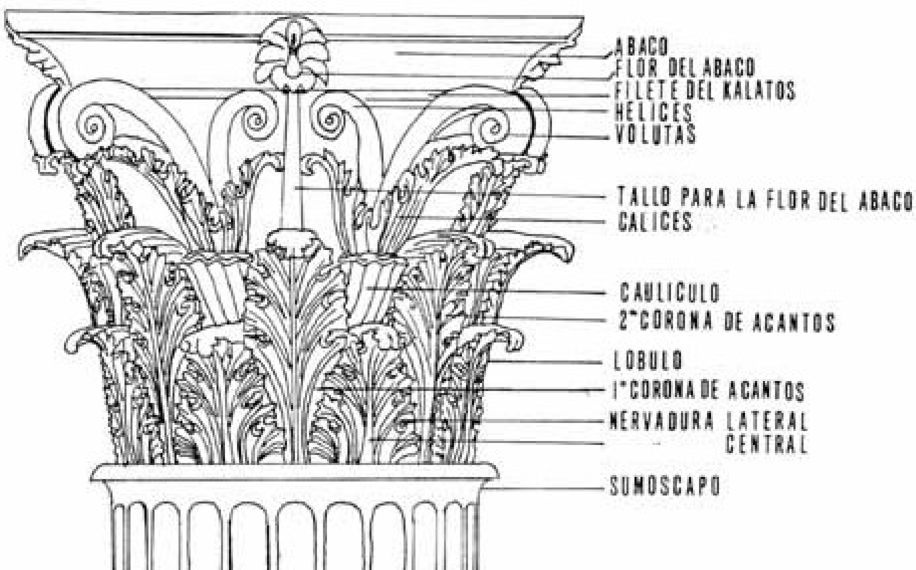
"Para medir se emplea el pie, éste era la sexta parte del cuerpo, transfirieron esta proporción a la columna, dando a ésta de altura seis veces el grueso de su imoscapo, incluso el capitel" (PITARCH, A.J., 1982, pp. 261).

Orden jónico

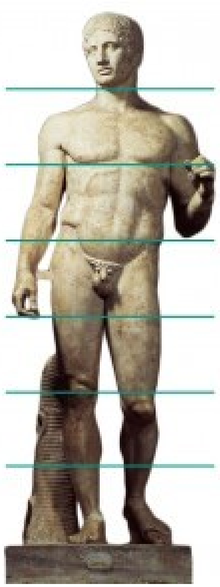


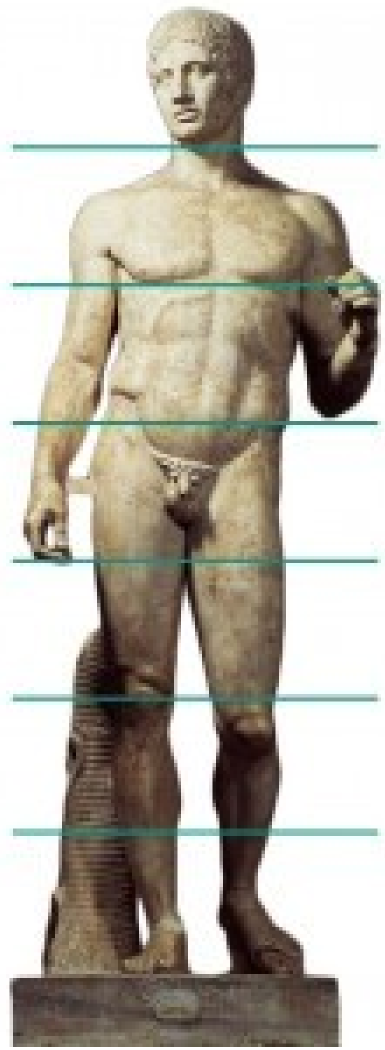
"La altura total del capitel jónico es un tercio del diámetro del imoscapo. Se divide el capitel en 9'5 partes, 6'5 partes para el cimacio, canal y ábaco, las 3 partes restantes están bajo el astrágalo. La volada del cimacio fuera del filo del ábaco, será cuanto es el ojo de la voluta" (Vitrubio Polión 1974, pp. 73-76).

Orden corintio



"La altura del capitel incluido el ábaco es el diámetro del imoscapo. La anchura del ábaco en diagonal es dos veces la altura del capitel y la altura del ábaco la séptima del capitel. La forma del ábaco resultaría al recortar concávamente desde los ángulos una novena parte de su longitud. El capitel en su parte más baja tendría un diámetro igual al sumoscapo, al que quedaría unido" (Vitrubio Polión 1974, pp. 84-85)

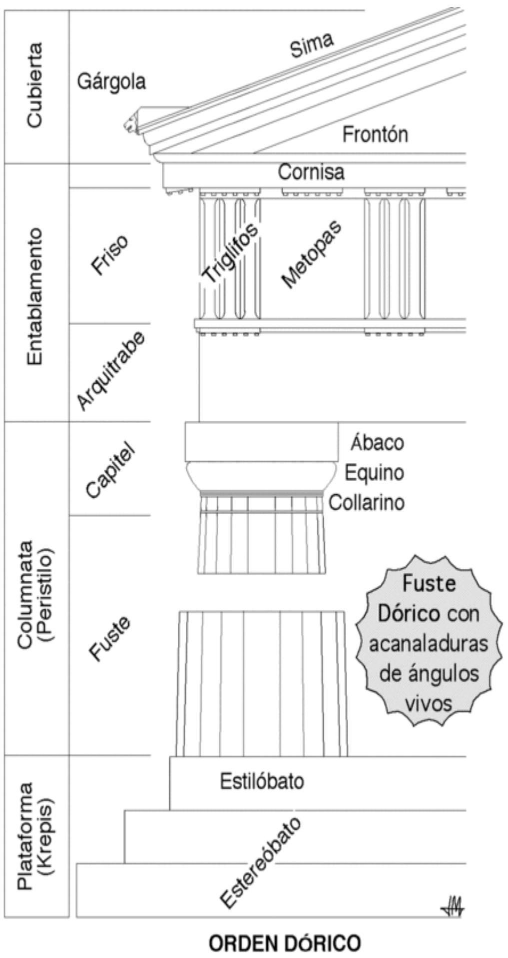




Conocer la proporción a partir del módulo permitió a los griegos poder realizar esculturas de forma “muy similar” aún con tamaños muy distintos. Porque... ¿tienen las mismas proporciones dos copias de Policleto, una con la cabeza de 15 cm y otra con la cabeza de 50 cm?

Orden Dórico

Orden completo 20 m	Entablamento 4 m	Cornisa	1 + ½ m
		Friso	1 + ½ m
		Arquitrabe	1 m
	Columna 16 m	Capitel	1 m
		Fuste	14 m
		Basa	1 m



Orden Jónico

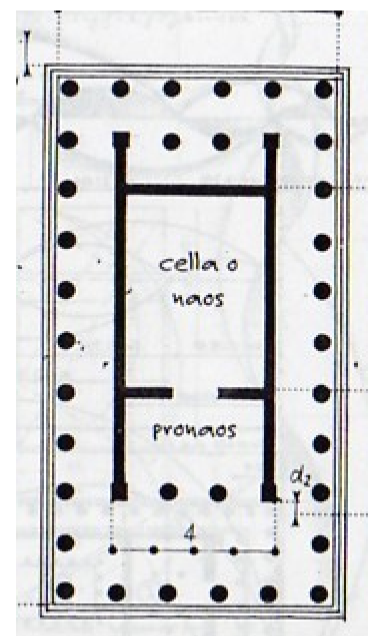
Orden completo 22 + ½ m	Entablamento 4 + ½ m	Cornisa	1 + ¾ m
		Friso	1 + ½ m
		Arquitrabe	1 + ¼ m
	Columna 18 m	Capitel	1 m
		Fuste	16 m
		Basa	1 m

EJERCICIO 1: Imagina que perteneces a un equipo de arqueología y descubres un manuscrito del siglo IV aC en el que aparece la siguiente planta del templo de Hera en Olimpia. Del templo sólo se conserva la plataforma, con dos escalones de 0'75 m de altura cada uno.

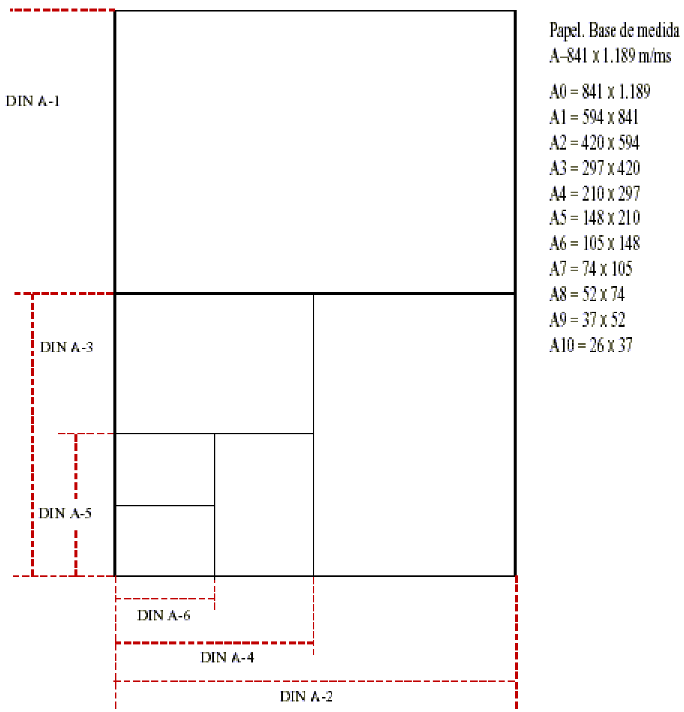
En dicha planta, no se especifica si el orden del templo es dórico o jónico, pero sí se observa que el diámetro de la columna es de 50 cm. Siguiendo el plano, y a partir de estimaciones, determina las dimensiones del templo (ancho, largo, alto) si:

a) Su orden es dórico.

b) Su orden es jónico.



Actividad Gnomon. Concepto de crecimiento.



Nivel A: Guiar hacia la noción de gnomon. Repartir hojas de tamaños DINA3, DINA4, DINA5, doblando las hojas comprobarán que son proporcionales todas entre sí y podrán establecer la proporción.

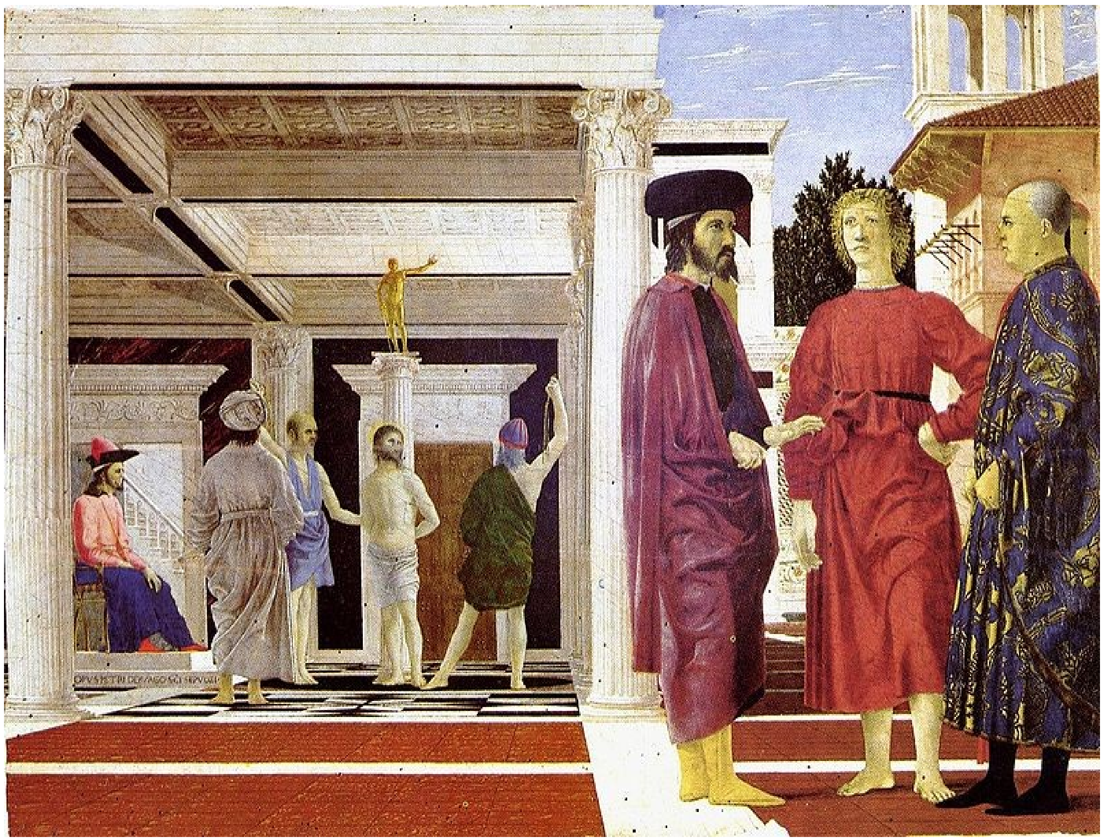
Nivel B: Si llamamos L al largo y A al ancho de una hoja DINA3 y la doblamos, ¿cómo podemos escribir que el resultado es proporcional a la hoja sin doblar?
¿Se te ocurre qué ancho puede cumplir esa relación? Haz pruebas experimentales.
¿Sigue ocurriendo lo mismo con las hojas DINA4? ¿Cuál será el largo de una DINA4 en relación a las dimensiones de una DINA3? ¿Y el ancho?

Nivel C: ¿Puedes poner en relación el largo y el ancho de una de estas hojas? ¿Qué relación tienen entre sí? ¿Serías capaz, a partir del largo L de una DINA1, de escribir una expresión que permita calcular el largo y el ancho de una DINA2, de una DINA3 y de las sucesivas hojas resultantes de doblar una DINA1 n veces?

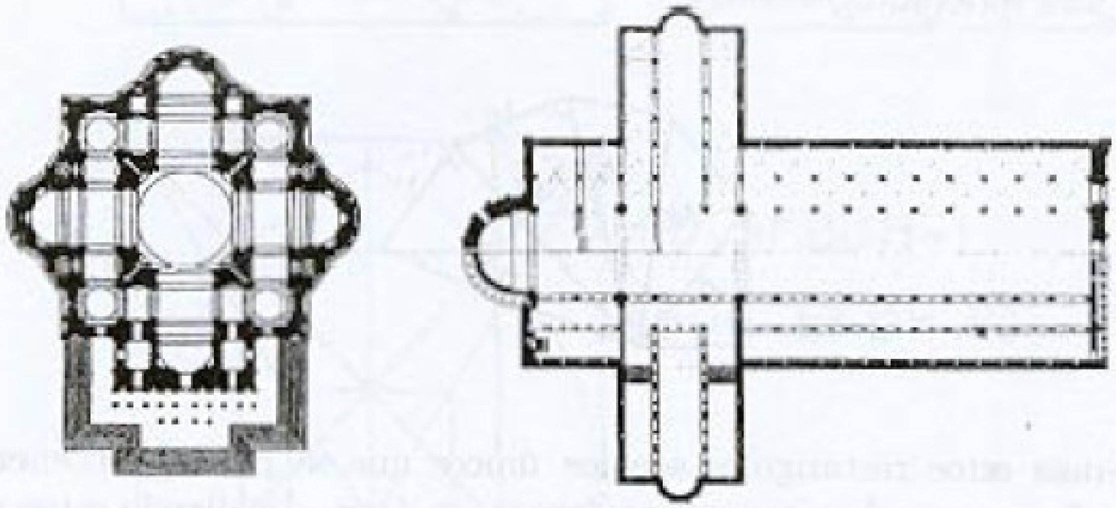
Herón de Alejandría definió un *gnomon* “como cualquier figura que, añadida a una figura original, produce una figura semejante a la original”.
A esto se le llamaba crecimiento gnomónico.

Se cuenta esta leyenda: *El pintor Apeles pintó una batalla en un lienzo de proporciones bellísimas sobre el que distribuyó las figuras usando otras proporciones dentro del lienzo. Alejandro Magno se emocionó al verlo, pero pidió otro más grande. Entonces Apeles añadió un cuadrado de lado el largo de su lienzo original y continuó la batalla en él, obteniendo otra escena de batalla que contenía a la anterior y, mejor todavía, con idénticas y tan celebradas proporciones.*

PROPORCIÓN EN EL ARTE MEDIEVAL Y RENACENTISTA: Razones numéricas



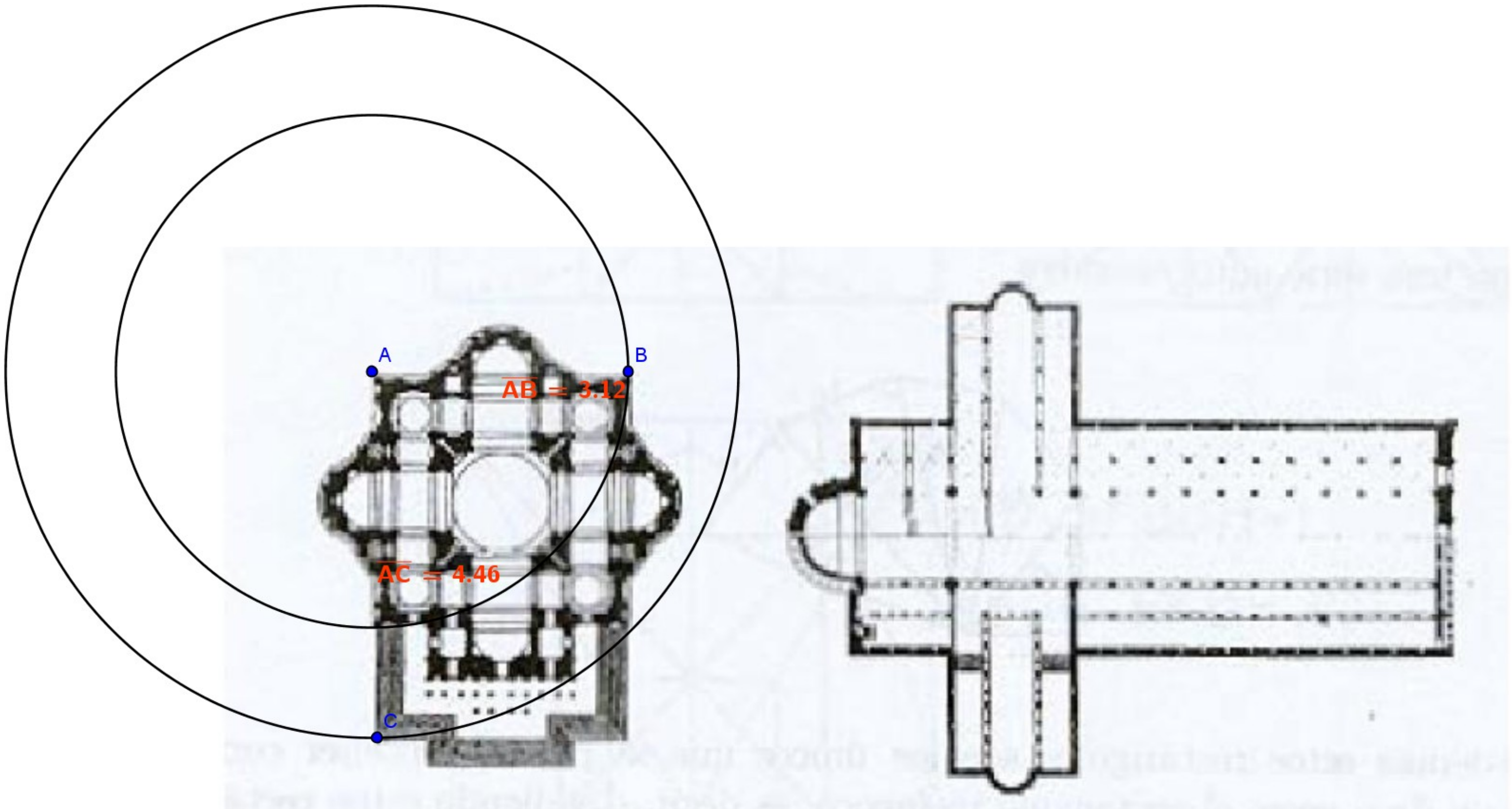
Estalmat: Actividad proporción raíz de dos



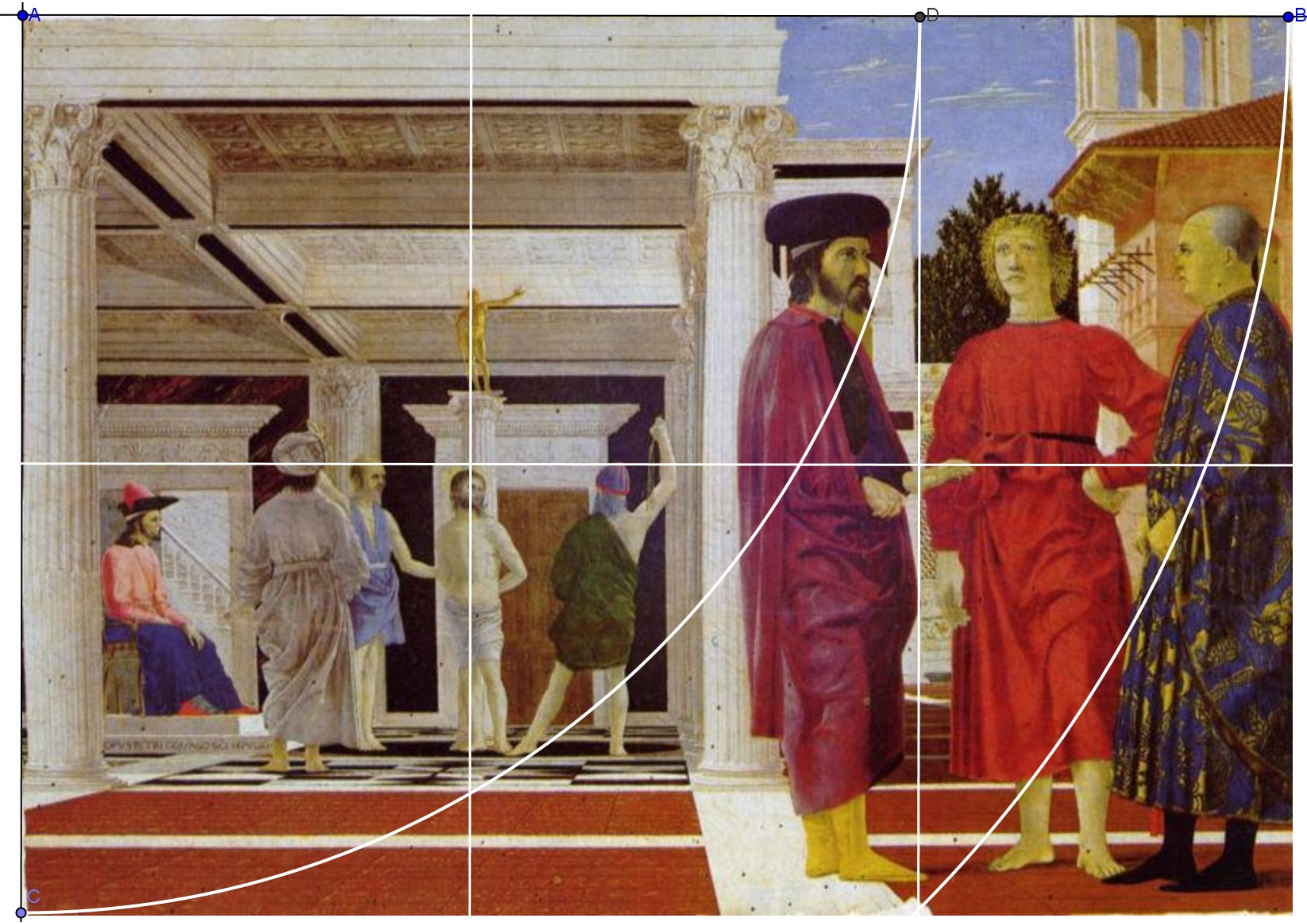
Planta de Miguel Angel. S. Pedro del Vaticano (1546)
Catedral de Pisa (s.XI-XII)

NIVEL A:
Encuentra en el cuadro de Piero della Francesca (La flagelación de Cristo) y en las plantas de estos dos edificios rectángulos con proporción raíz de dos.

Exploración con el Geogebra *(J. M. Dos Santos, Proporción, arte y matemáticas, Uno)*



Planta de Miguel Angel. S. Pedro del Vaticano (1546)
Catedral de Pisa (s.XI-XII)


A
D
B
C

ACTIVIDAD 2º ESTALMAT: RECTÁNGULOS RAÍZ DE UN ENTERO

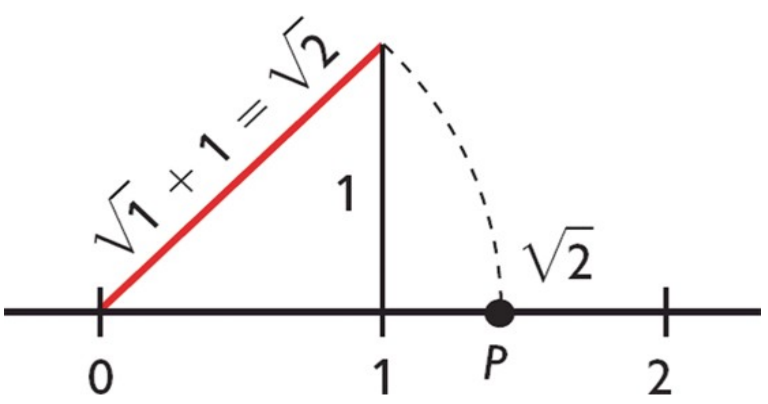
Nivel B/C: A partir de un cuadrado dado como módulo, construir plantas de edificios con habitaciones rectangulares de proporción raíz de 2 y de distintos tamaños proporcionales entre sí con valores fraccionarios.

Hemos visto la construcción con regla y compás del rectángulo de proporción raíz de 2. La clave está en la diagonal.

a) ¿Serías capaz de construir el rectángulo de proporción raíz de 3 y el de proporción raíz de 5?

b) ¿Se puede construir con el mismo procedimiento el rectángulo de proporción raíz de n?

c) Si dividimos el rectángulo de proporción raíz de n en n partes iguales, ¿qué proporción tiene cada una de ellas?



ACTIVIDAD 2º ESTALMAT: CRECIMIENTO GNOMÓNICO Y RECTÁNGULOS RAÍZ DE DOS

Estudiemos otro concepto clave de cómo entendían los griegos el concepto de proporción. Pero primero vamos a ver qué ocurre con un folio DIN A4.

- Mide el ancho y el largo del folio y calcula su razón de proporción. ¿Cuál es, aproximadamente?

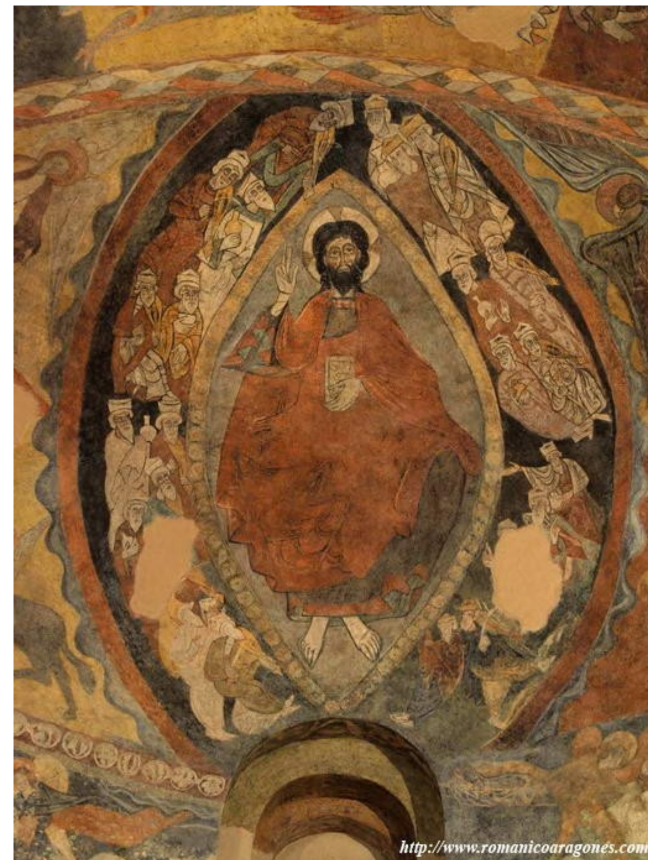
- Dobla el folio. Calcula ahora su razón de proporción. ¿Cuál es?

- Vuelve a doblarlo. Calcula su razón de proporción. ¿Cuál es?

- ¿Qué ocurrirá si seguimos doblando el folio indefinidamente?

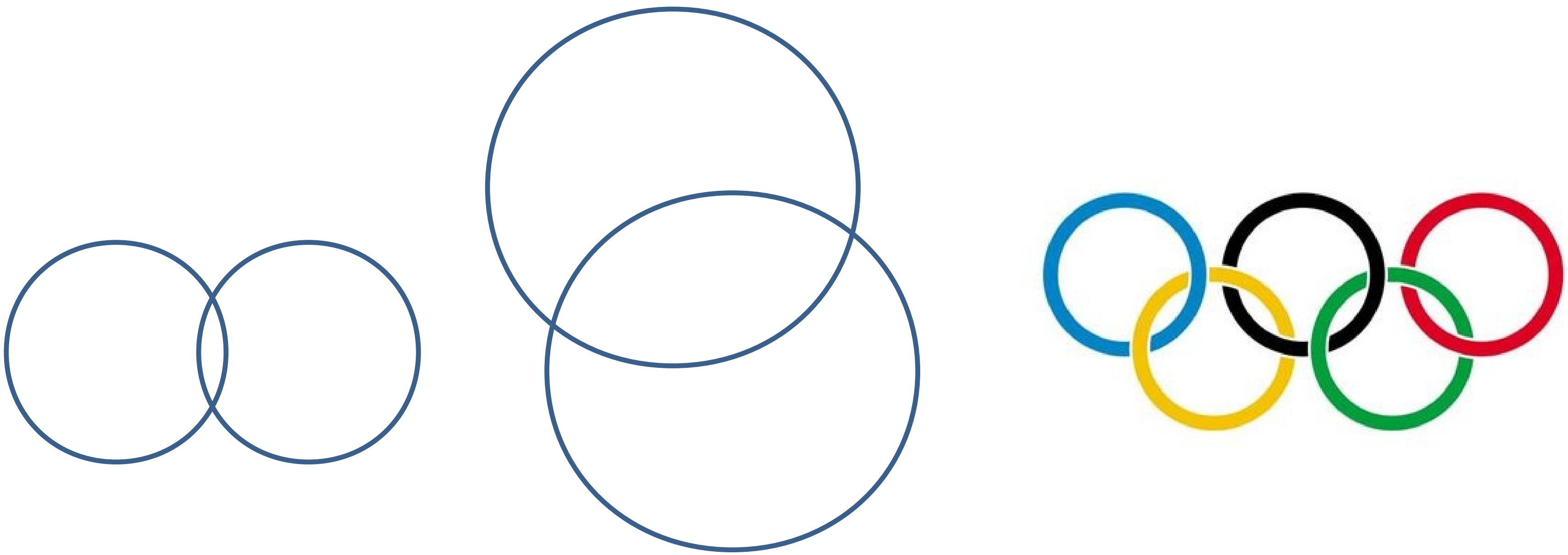
- A partir del largo de un folio DIN A4, serías capaz de calcular el largo y el ancho del rectángulo de papel resultante de doblarlo 2 veces, 3 veces... ¿y n veces?

Actividad proporción raíz de tres

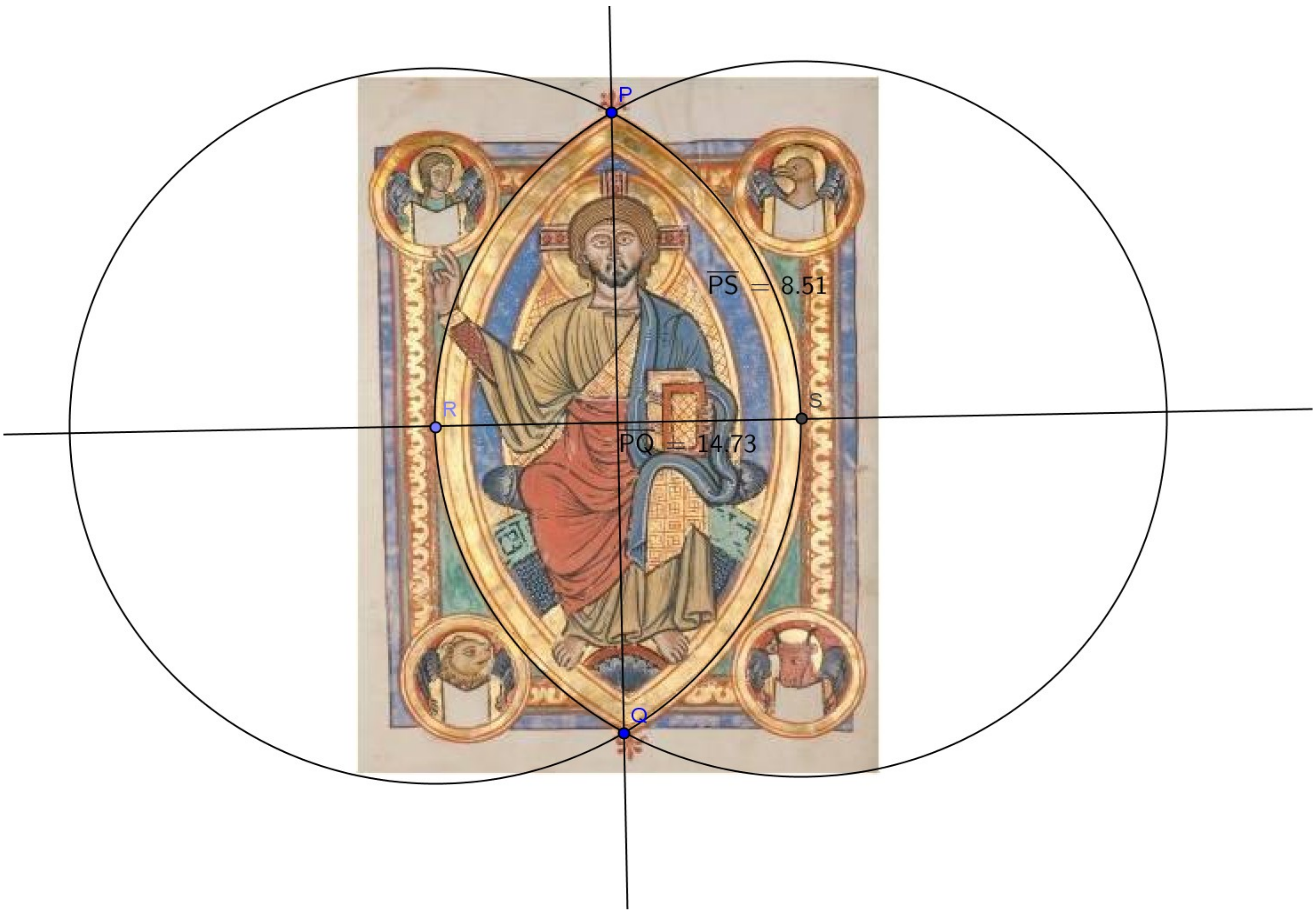


Cuestión planteada en Estalmat (extensible):

Niveles A, B, C. Tras observar las mandorlas (*vesica pisci*) anteriores,
¿serías capaz de construir una usando regla y compás?



Extensión al aula: Vesica Piscis con Geogebra

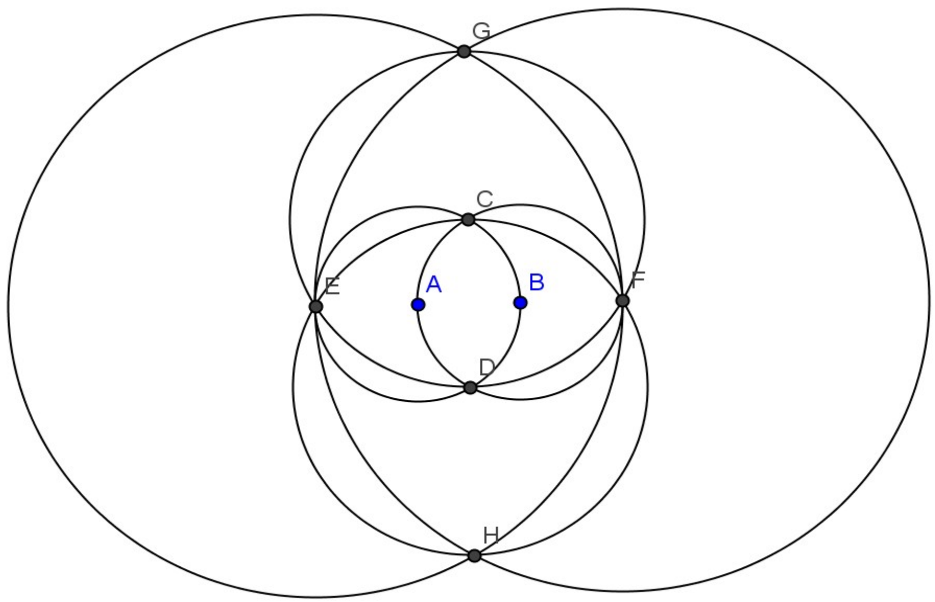


Actividad Estalmat, segundo curso *(C.V. Federico, N. A. Díaz, M.J. Arias Mercader, Enseñanza interdisciplinaria: geometría y arte.)*

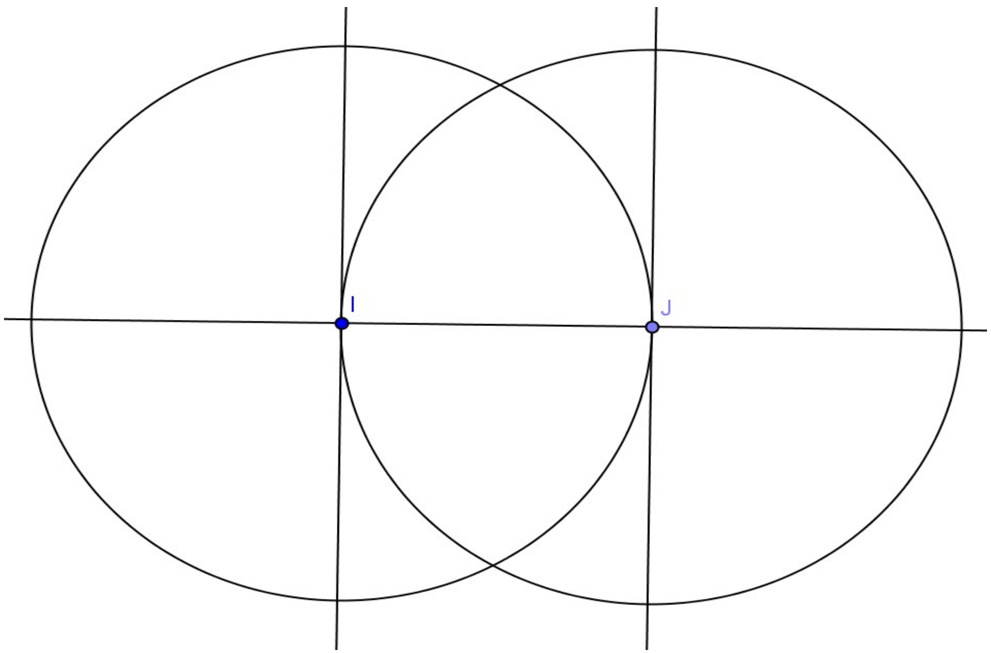
EJERCICIO: Hemos visto la construcción de la *vesica piscis*. Sabemos que la proporción entre el eje mayor y el menor de la curva es raíz de 3. Trabajemos un poco más con estas figuras.

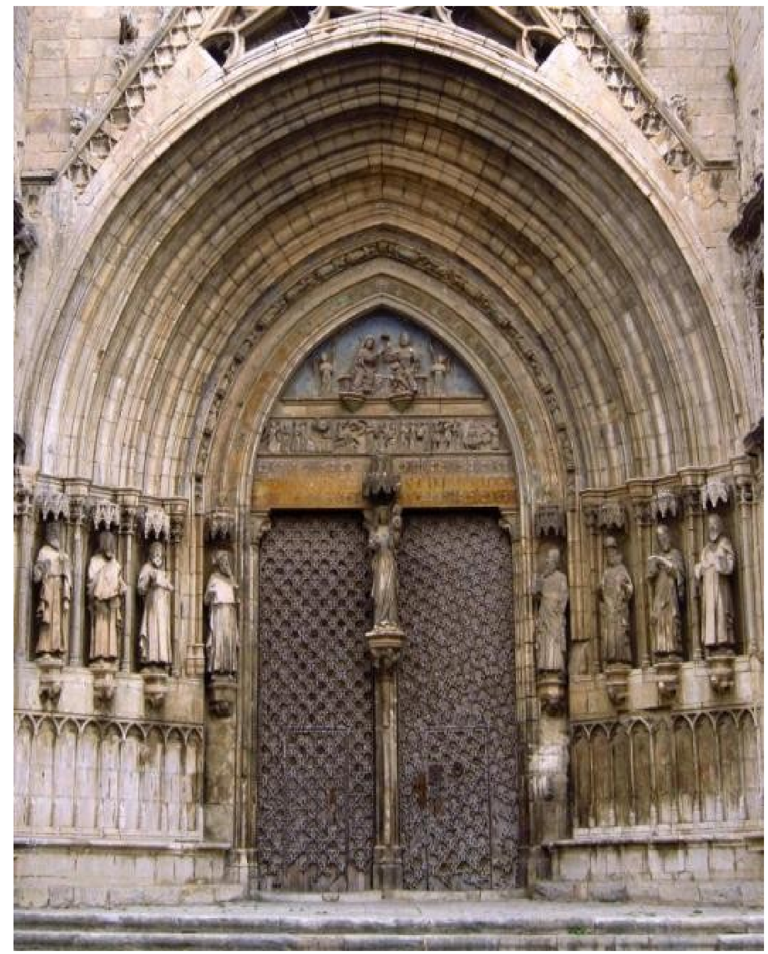
a) Conecta los lados AD, DF, FG. Hemos obtenido el soporte de una figura geométrica conocida. ¿Cuál es?

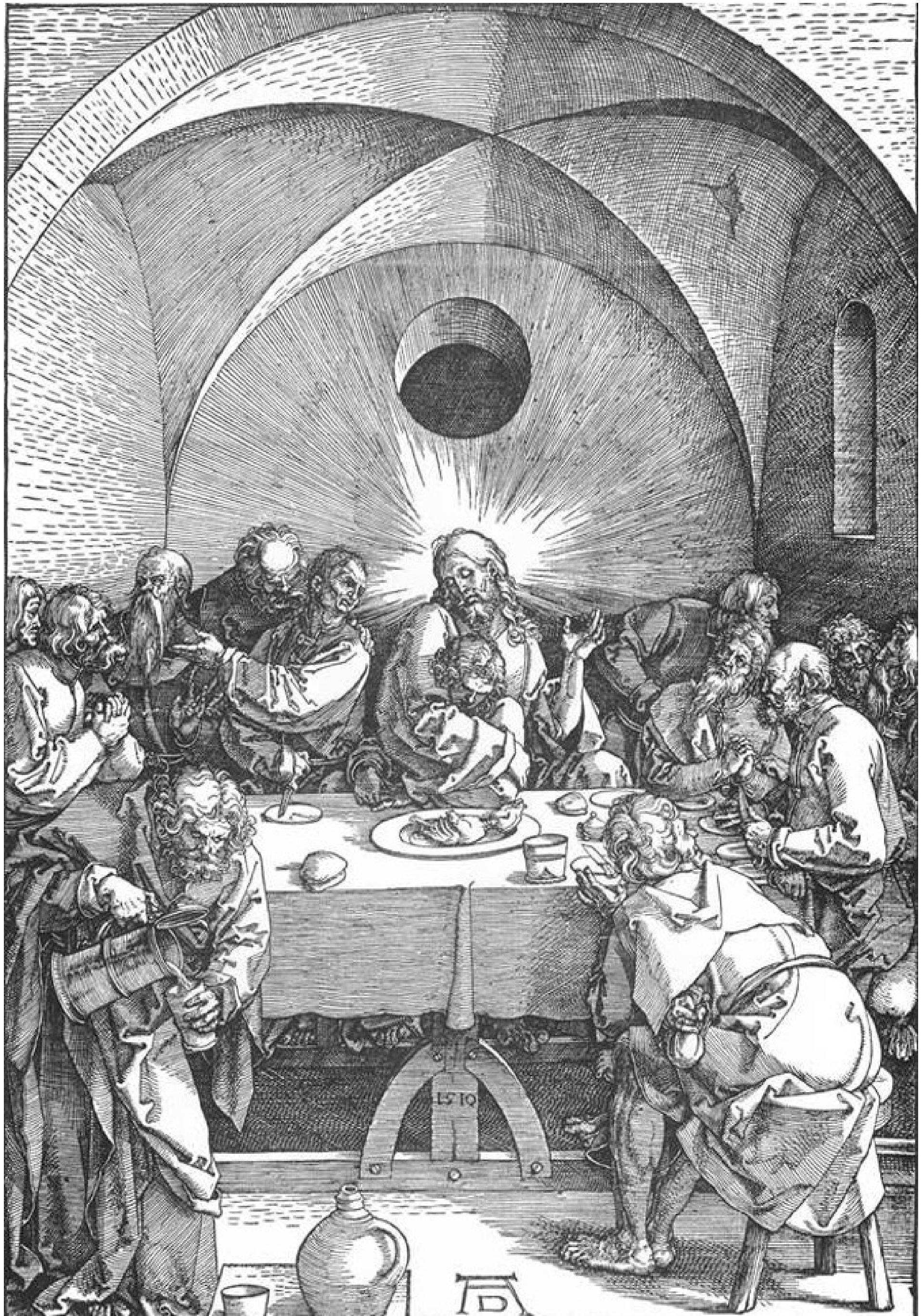
b) Encuentra la



Nivel (A) Fíjate en los arcos ojivales típicos de la arquitectura gótica…
¿se pueden relacionar de alguna manera con la mandorla?

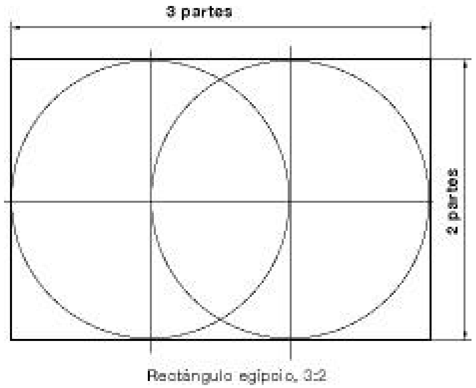




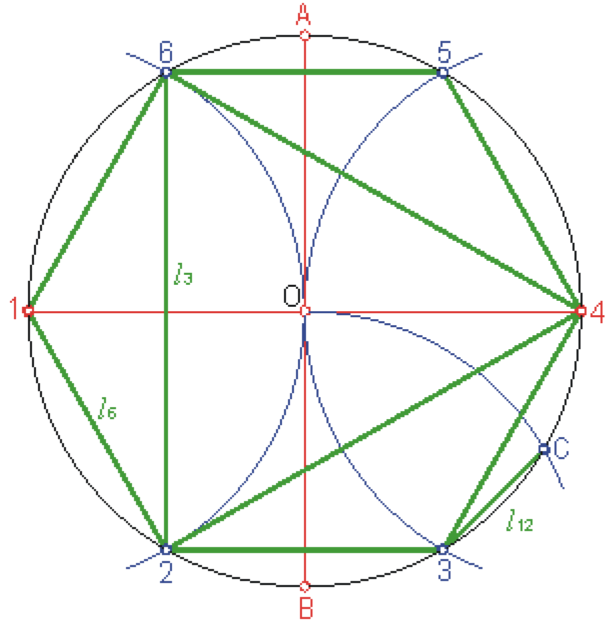


Durero. *La última cena*. 1510

Nivel A.
¿Dónde se emplea la *vesica piscis*?



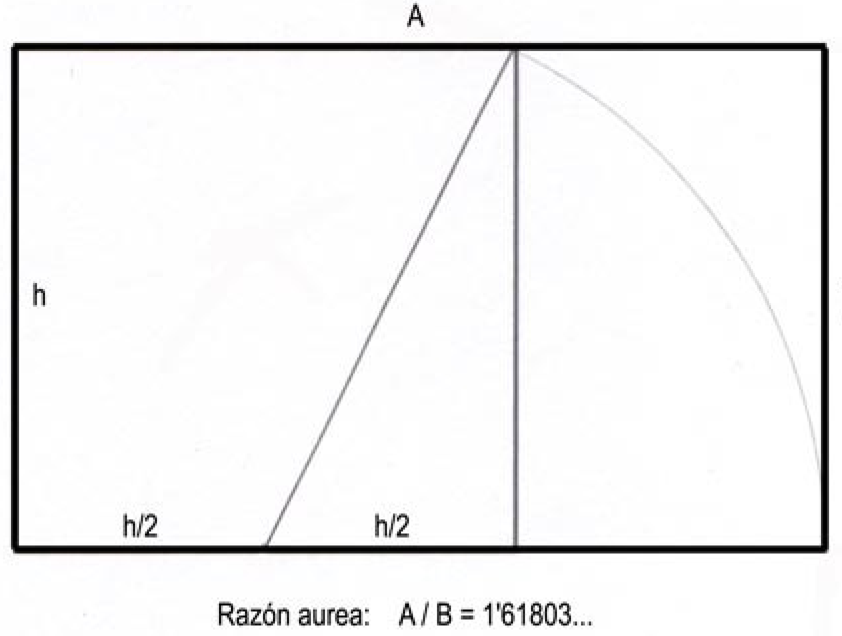
Nivel B. Observa el dibujo de la construcción de la *vesica piscis*, suponiendo que el radio de cada círculo es 1, ¿cuál es la longitud de la mandorla?

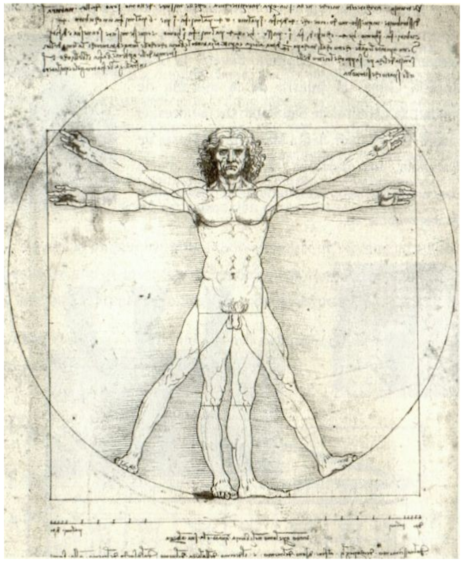


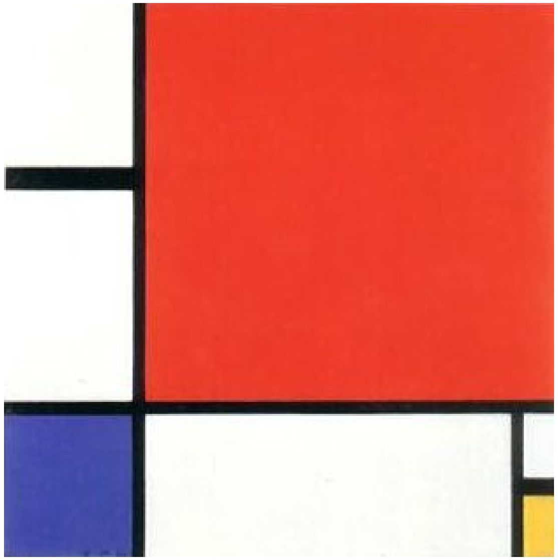
Nivel C. La proporción entre lado del triangulo y el lado del hexágono es raíz de 3. ¿Por qué?

<u>Actividad razón áurea</u>

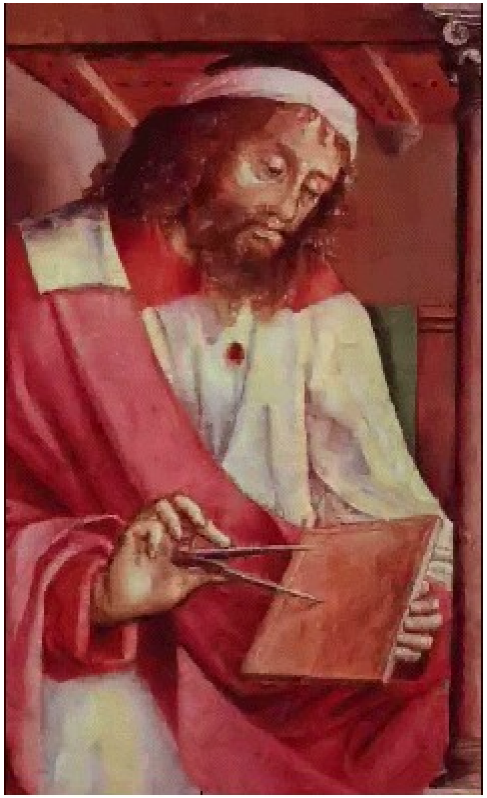
(F. Corbalán, La proporción áurea)





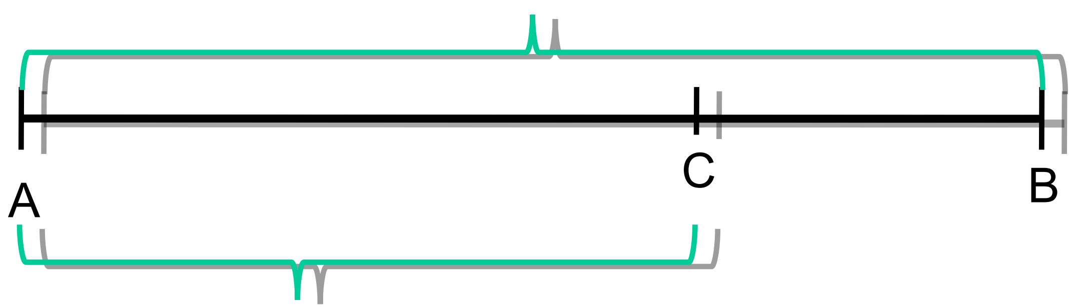


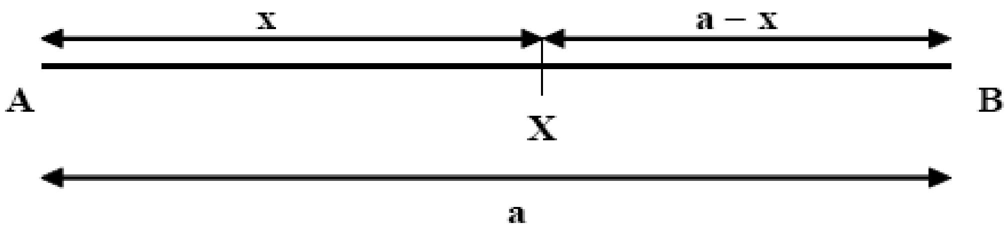
Nivel A. Obtengamos la razón de algunos objetos que nos resultarán muy familiares…



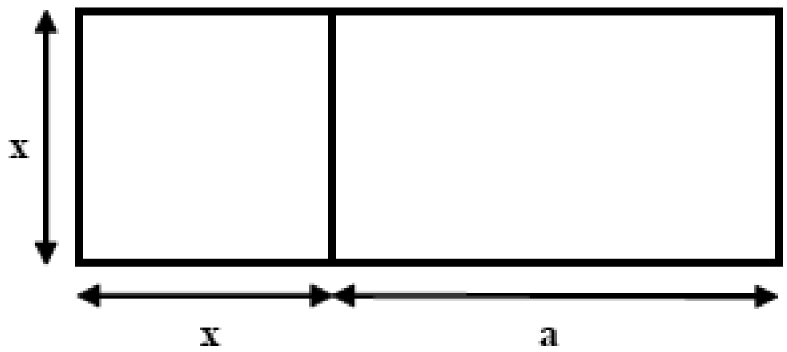
EUCLIDES

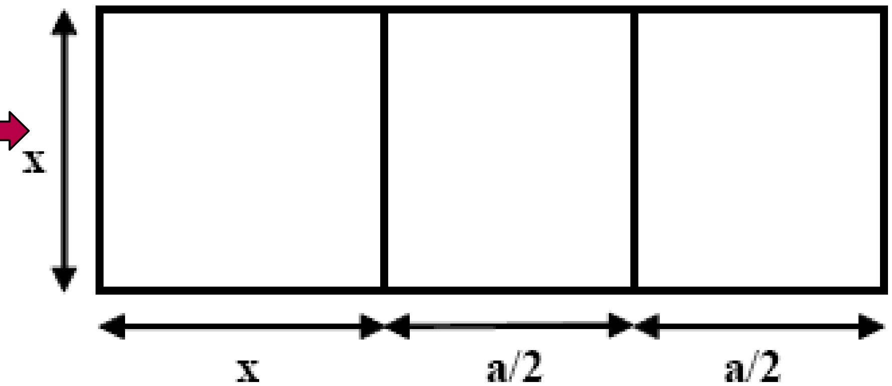
Dado un segmento AB de longitud 1
¿Cómo dividir AB en dos partes AC y CB de manera que la razón entre el total y lado mayor coincida con la razón entre el mayor y el pequeño?

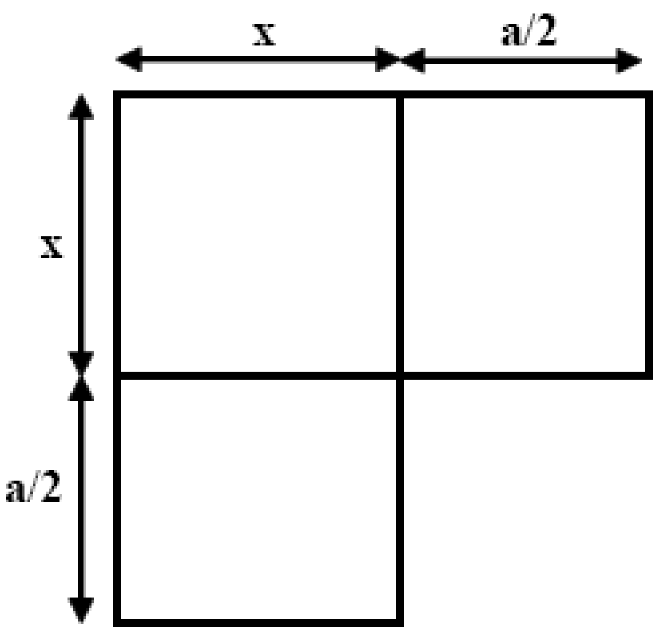




$$x(x+a) = a^2$$

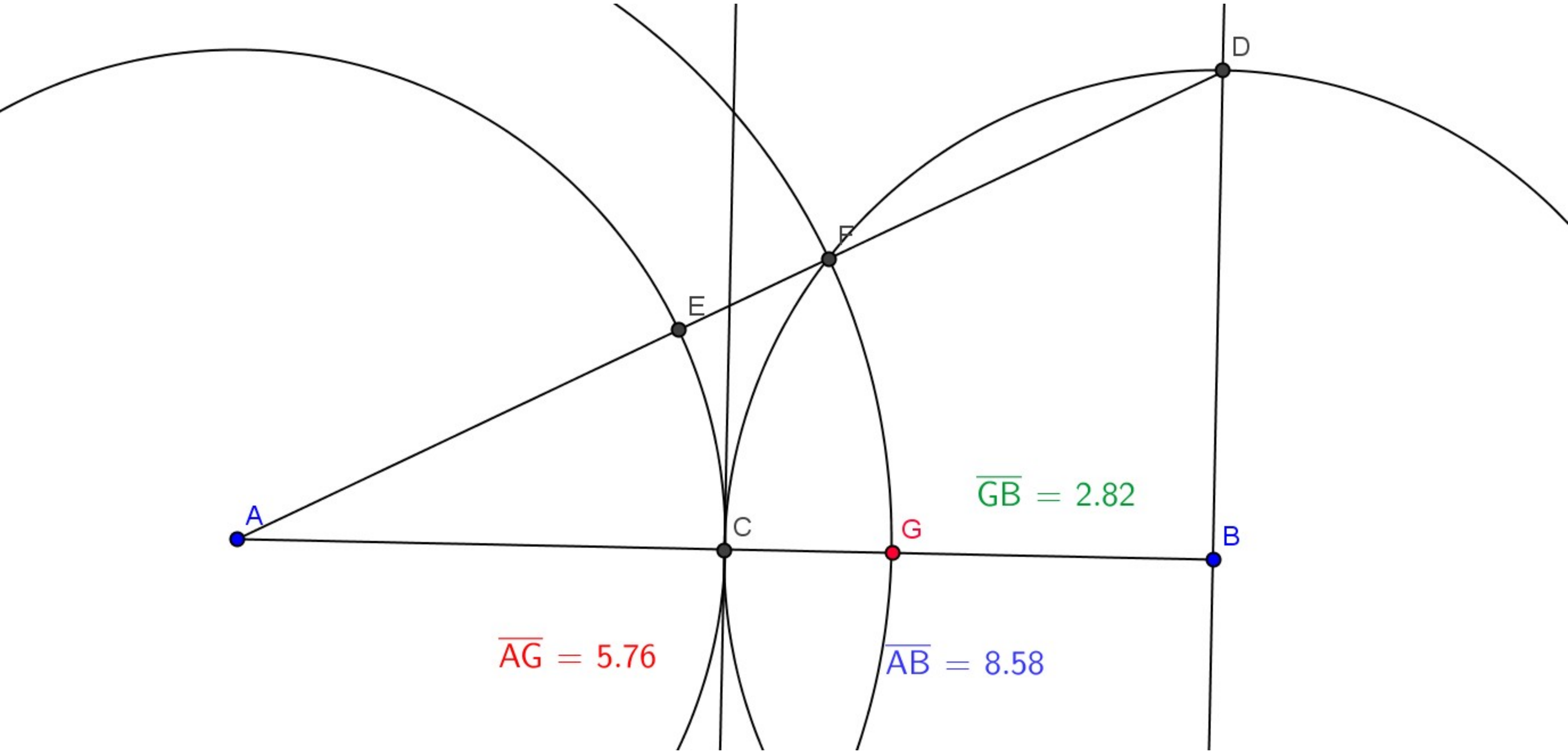




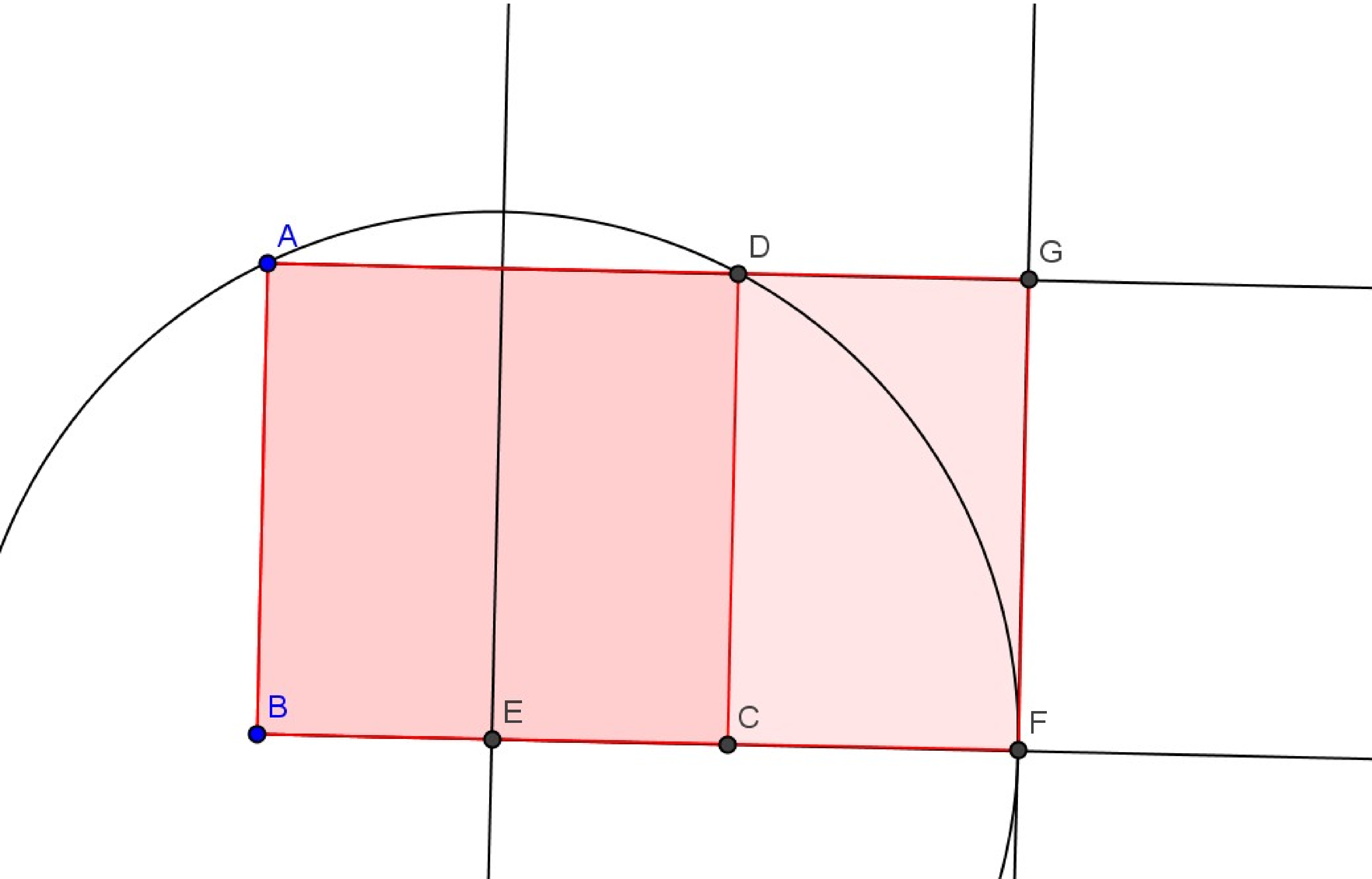


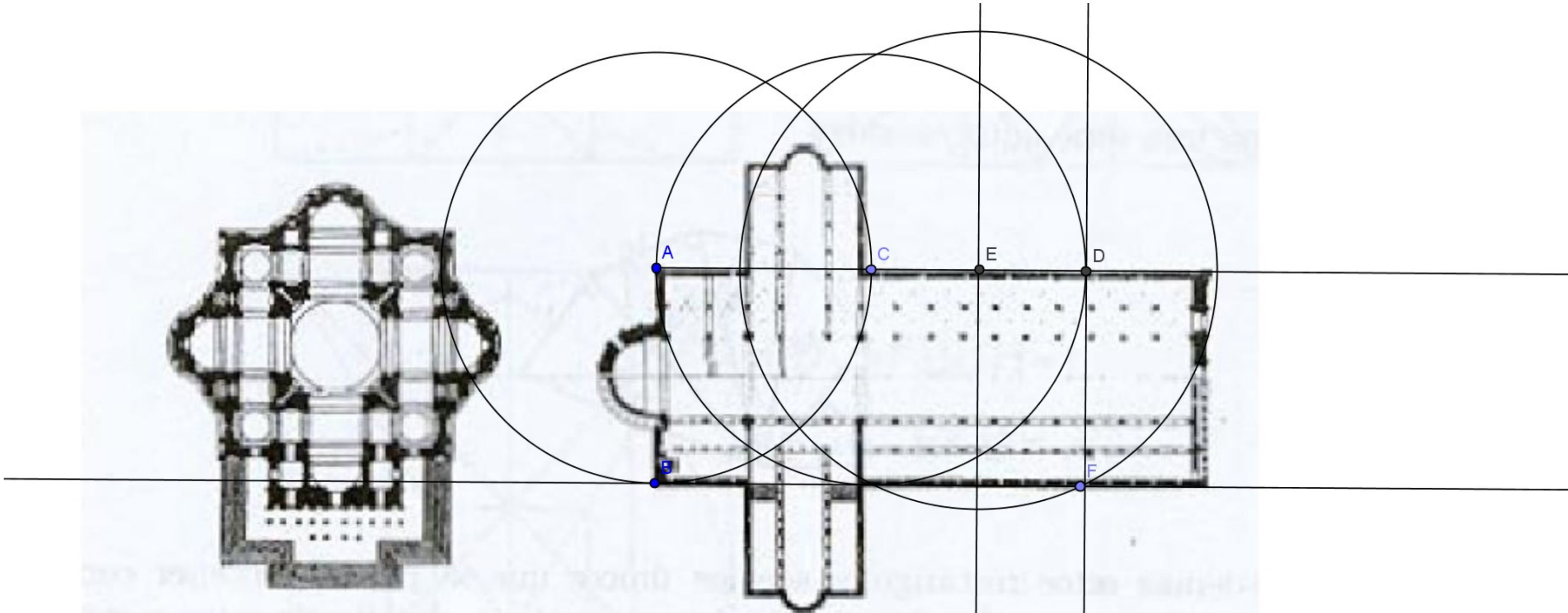
$$\left[x+\left(\frac{a}{2}\right)\right]^2 = a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Sección áurea de un segmento dado con Geogebra

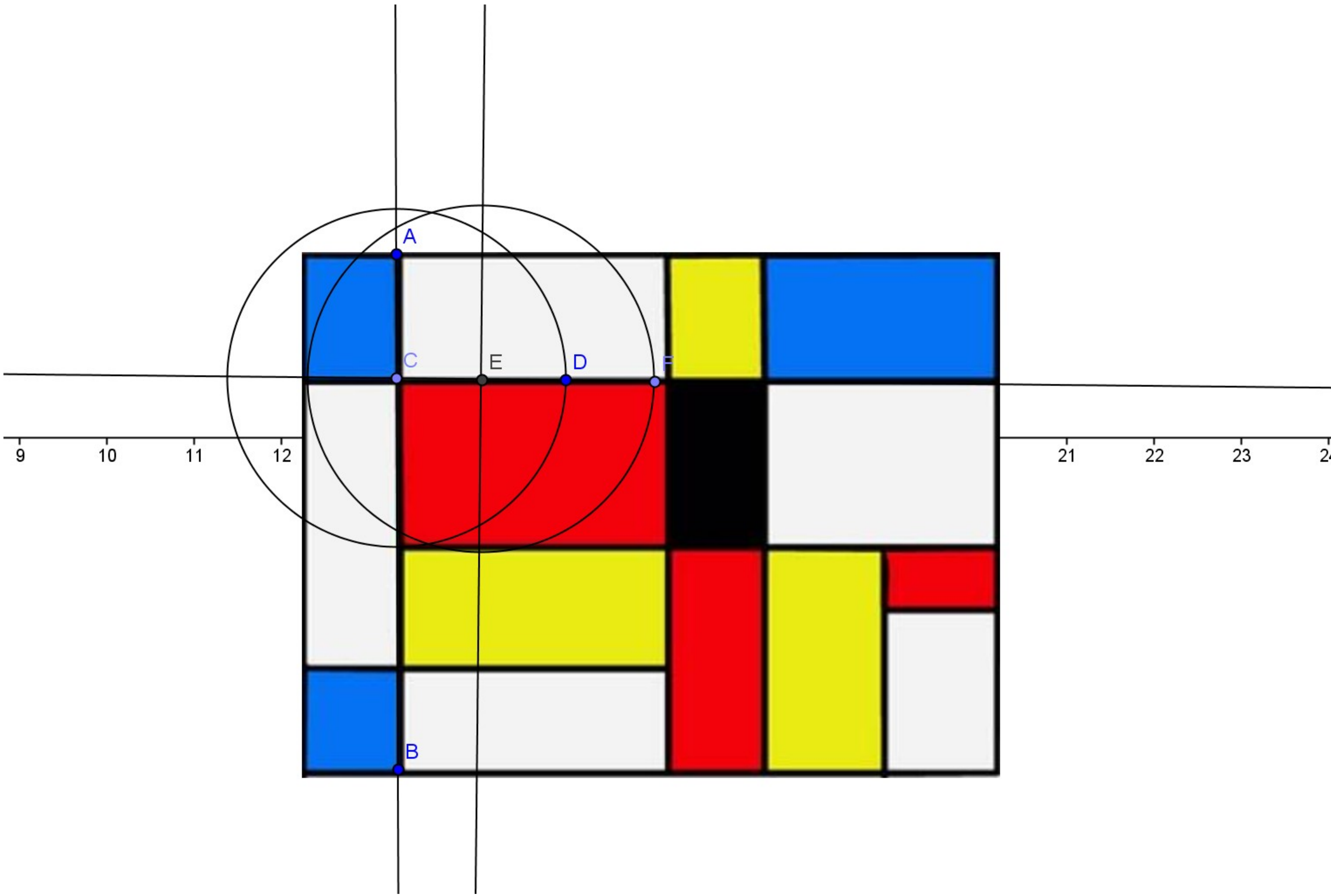


Rectángulo áureo a partir de un cuadrado

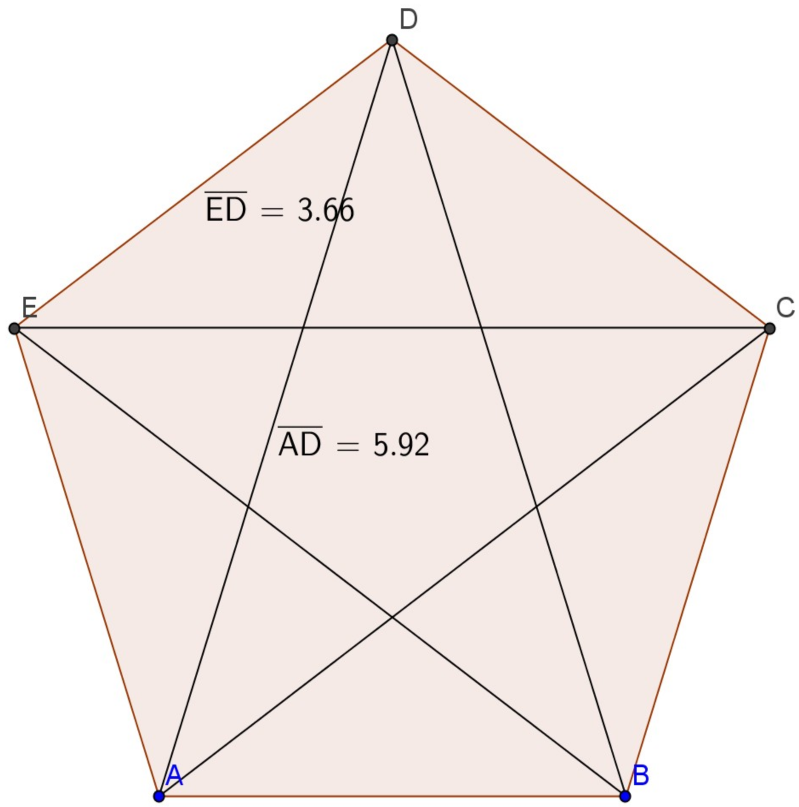




Planta de Miguel Angel. S. Pedro del Vaticano (1546)
Catedral de Pisa (s.XI-XII)


A
C
E
D
F
B
9
10
11
12
21
22
23

Pentágono y pentalfa, proporción áurea.



Nivel C
¿Por qué AD/ED tiene proporción áurea?
Intenta deducir de esta relación
la construcción de un pentágono regular.