Teoría de Grafos y Geometría Computacional. Algoritmos interactivos en la web.

Estructura de las sesiones.

1. Motivación.
2. Definición.
3. Matemáticos relacionados con la materia.
4. Otras definiciones y propiedades.
5. Aplicaciones y curiosidades.
6. Ejercicios prácticos.
7. Applets.

Diagramas de Voronoi y Triangulaciones de Delaunay.

¿Qué tienen en común estas fotos?

George Feodosevich Voronoi. 1868 - 1908.

Construir un diagrama de Voronoi es...

dividir el espacio en tantas regiones como puntos u objetos tengamos de tal forma que a cada punto le asignemos la región formada por todo lo que está más cerca de él que de nadie.

Propiedades.

Aplicaciones y curiosidades.

Algoritmos.

Triangulaciones de Delaunay.

Una triangulación de Delaunay es una red de triángulos que cumple la condición de Delaunay.

Propiedades.

a) La triangulación forma la envolvente convexa del conjunto de puntos.

b) El ángulo mínimo de todos los triángulos está maximizado.

Algoritmos.

Aplicaciones y Curiosidades.

Teoría de Grafos.

Nacimiento de la Teoría de Grafos.

Euler. Königsberg. 1736.

Leonhard Euler. 1707-1783.

Caminos Eulerianos. Caminos Hamiltonianos.

¿Qué es un grafo?

Aplicaciones.

Cálculo del camino más corto.

Seis grados de separación.

Mª del Pilar Sabariego Arenas.

8-4-2016.

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE ECONOMÍA Y COMPETITIVIDAD
FECYT
FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA
ESTALMAT
CANTABRIA

Teoría de Grafos y Geometría Computacional.
Algoritmos interactivos en la web.

Estructura de las sesiones.

1. Motivación.
2. Definición.
3. Matemáticos relacionados con la materia.
4. Otras definiciones y propiedades.
5. Aplicaciones y curiosidades.
6. Ejercicios prácticos.
7. Applets.

Diagramas de Voronoi y Triangulaciones de Delaunay.

¿Qué tienen en común estas fotos?

George Feodosevich Voronoi. 1868 - 1908.

Construir un diagrama de Voronoi es...

dividir el espacio en tantas regiones como puntos u objetos tengamos de tal forma que a cada punto le asignemos la región formada por todo lo que está más cerca de él que de nadie.

Propiedades.

Aplicaciones y curiosidades.

Algoritmos.

Triangulaciones de Delaunay.

Una triangulación de Delaunay es una red de triángulos que cumple la condición de Delaunay.

Propiedades.

Algoritmos.

Aplicaciones y Curiosidades.

Teoría de Grafos.

Nacimiento de la Teoría de Grafos.

Euler.
Königsberg.
1736.

Leonhard Euler. 1707-1783.

Caminos Eulerianos.
Caminos Hamiltonianos.

¿Qué es un grafo?

Aplicaciones.

Cálculo del camino más corto.

Seis grados de separación.

Mª del Pilar Sabariego Arenas.
8-4-2016.

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE ECONOMÍA Y COMPETITIVIDAD
FECYT
FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA
ESTALMAT
CANTABRIA

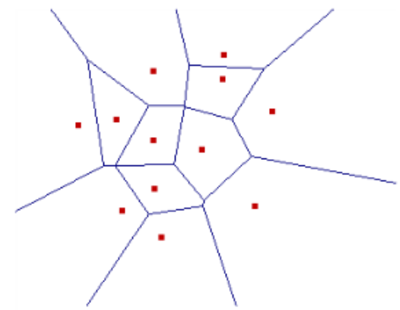
Estructura de las sesiones.

1. Motivación.
2. Definición.
3. Matemáticos relacionados con la materia.
4. Otras definiciones y propiedades.
5. Aplicaciones y curiosidades.
6. Ejercicios prácticos.
7. Applets.

Diagramas de Voronoi y Triangulaciones de Delaunay.

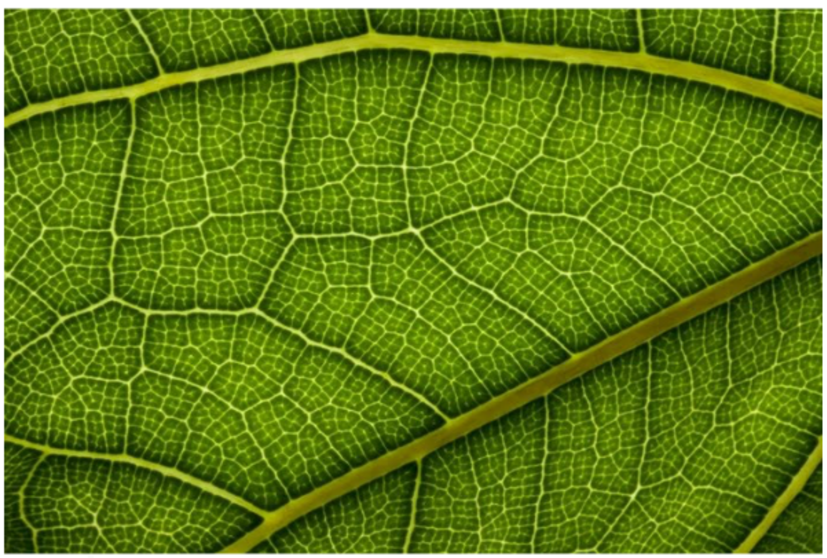
os en la we

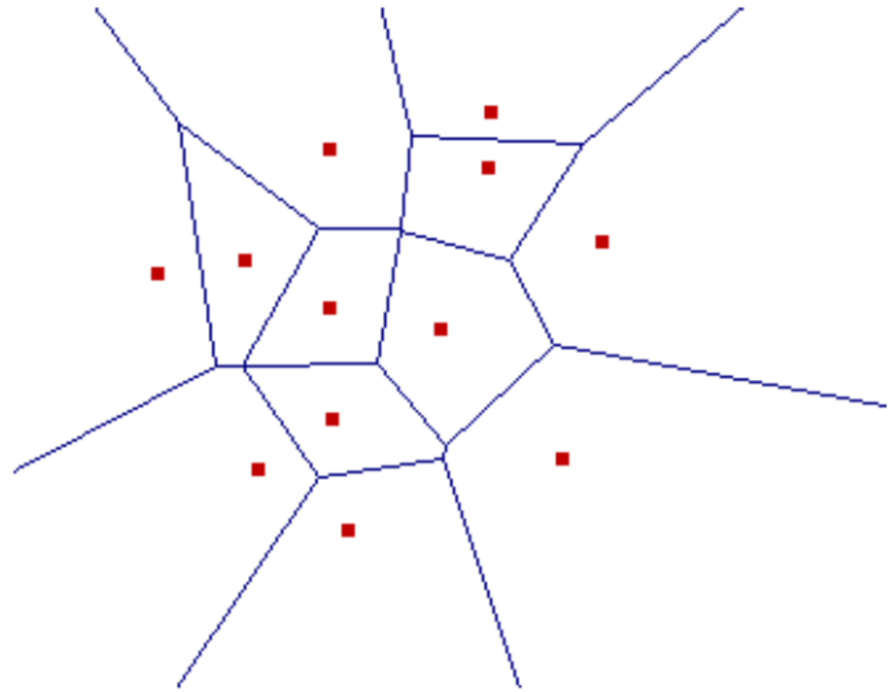
¿Qué tienen en común estas fotos?



Gueorgui Feodosievich Voronoi.
1868 - 1908.

¿Qué tienen en común estas fotos?

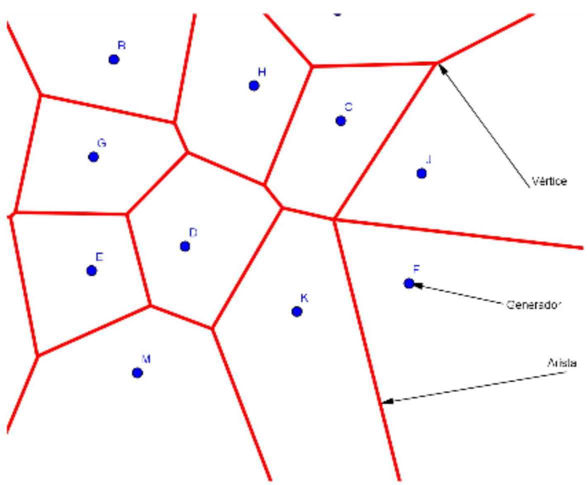




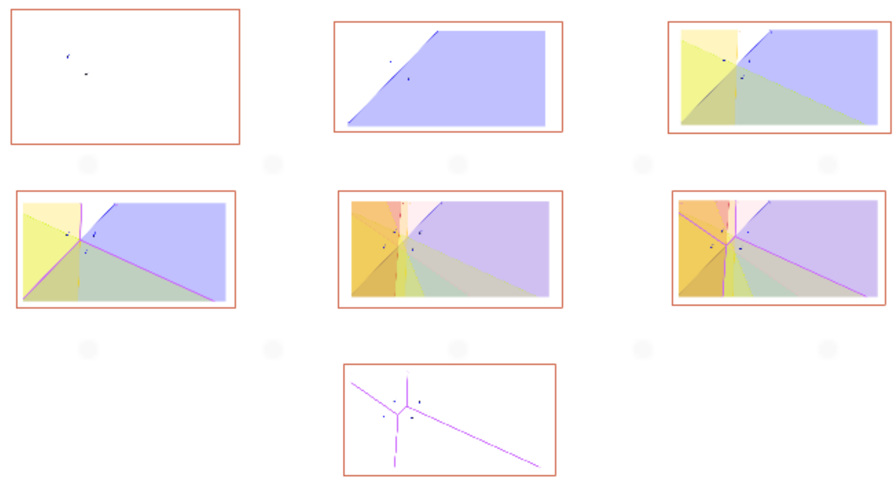
Gueorgui Feodosievich Voronoi.
1868 - 1908.

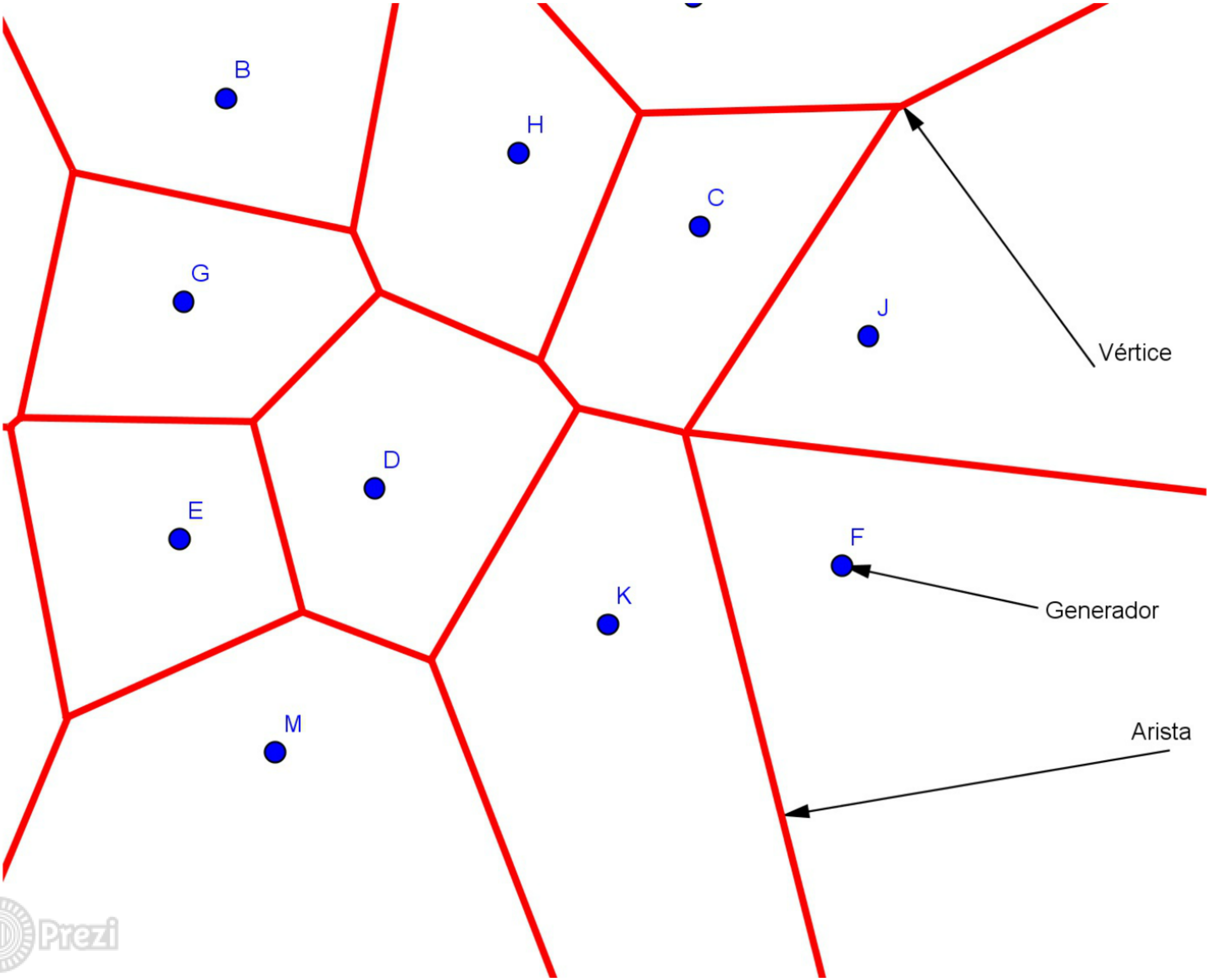
Construir un diagrama de Voronoi es…

dividir el espacio en tantas regiones como puntos u objetos tengamos de tal forma que a cada punto le asignemos la región formada por todo lo que está más cerca de él que de nadie.



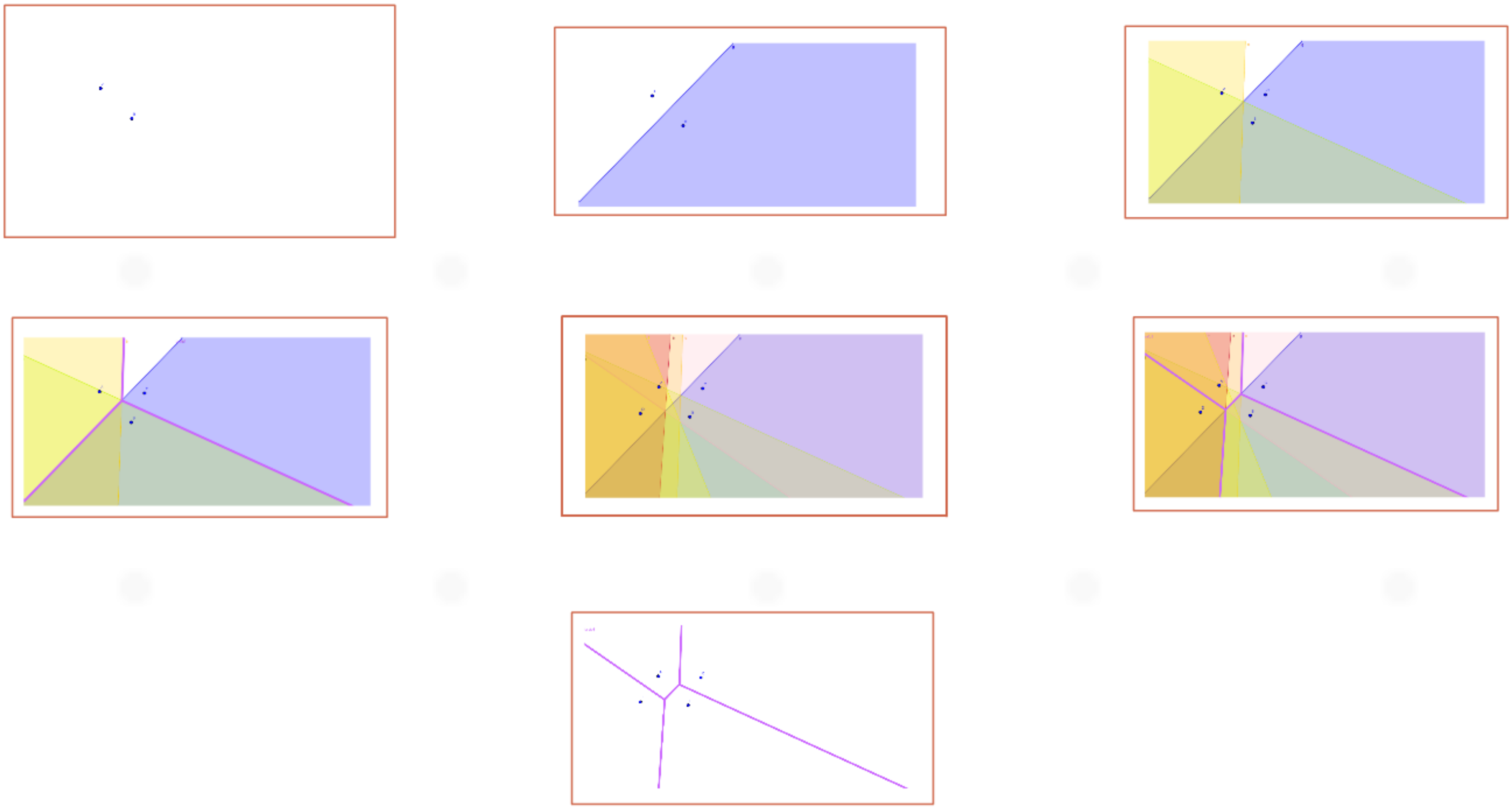
Las intersecciones de semiplanos forman regiones de Voronoi.



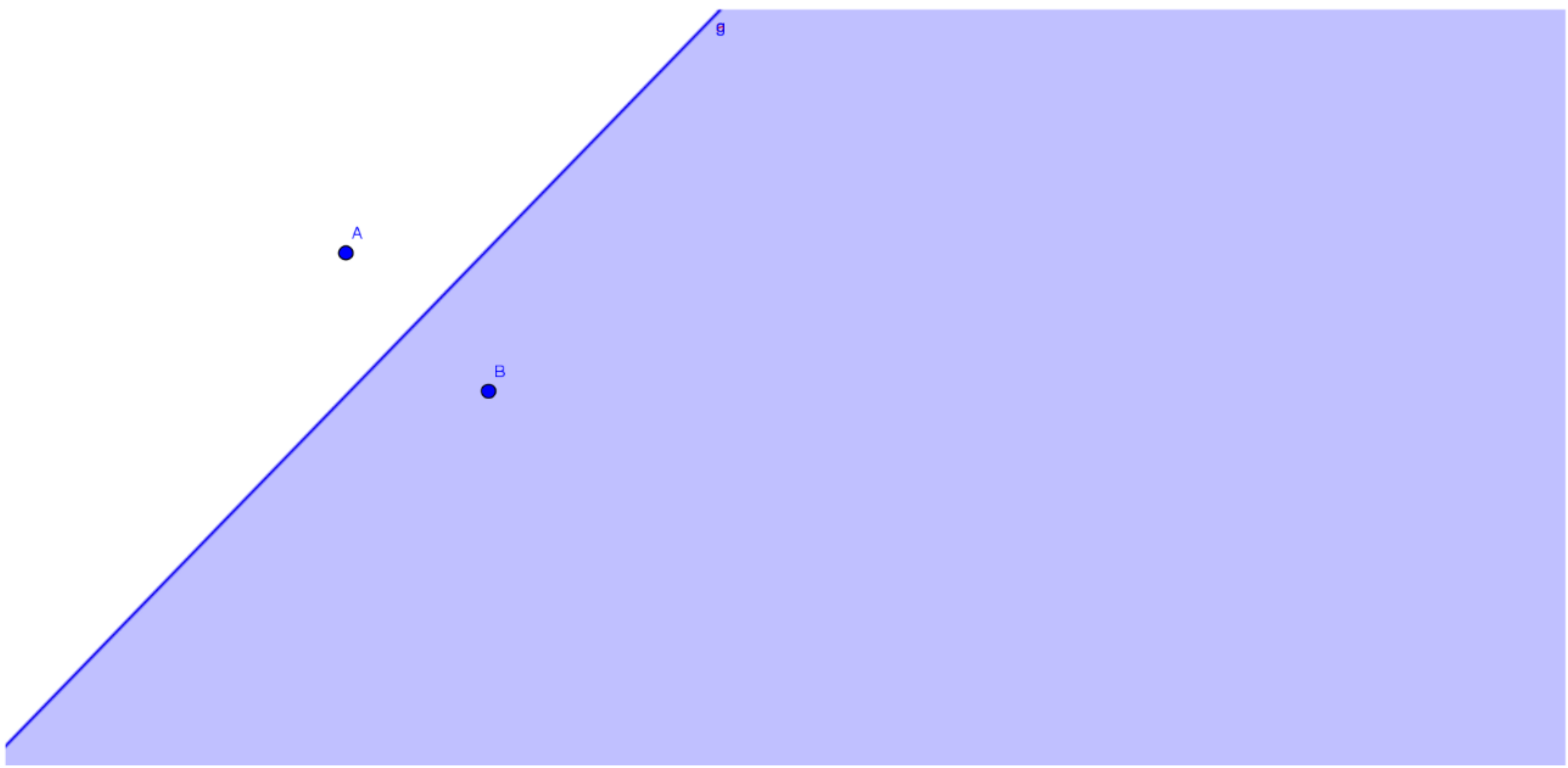

B
H
C
G
J
Vértice
D
E
F
K
Generador
M
Arista

a más cerca de él que de nadie.

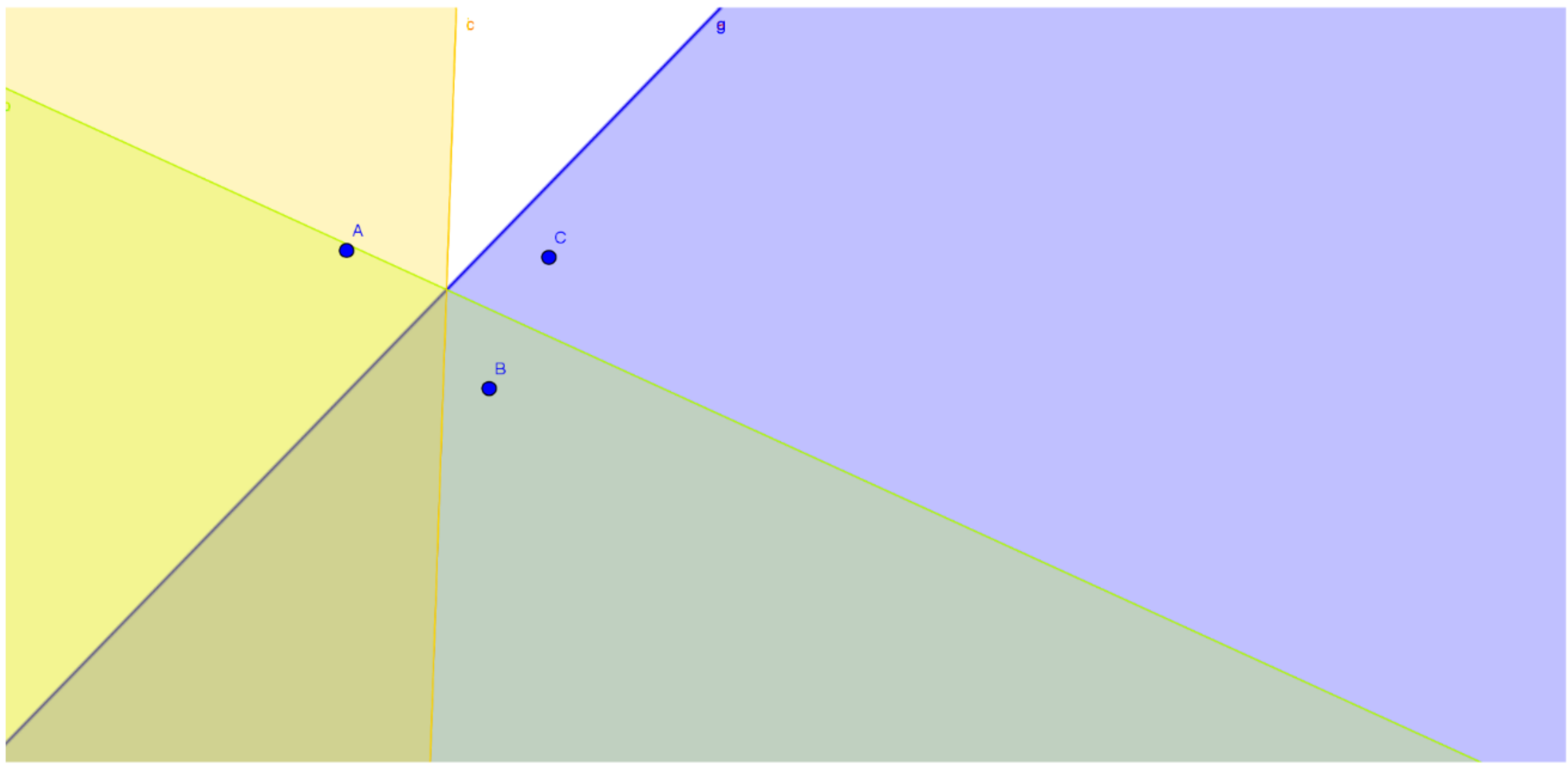
Las intersecciones de semiplanos forman regiones de Voronoi.

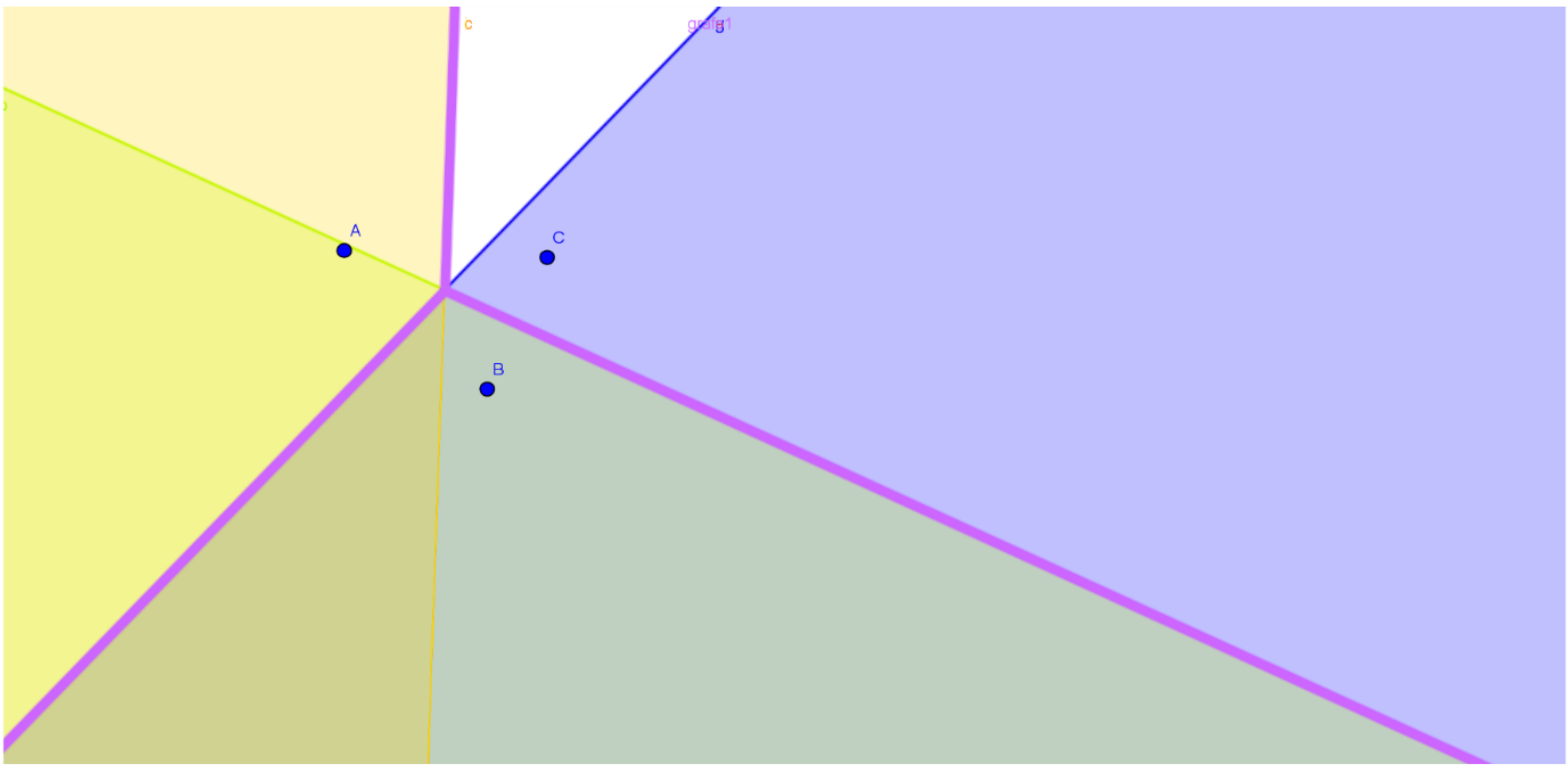



A
B

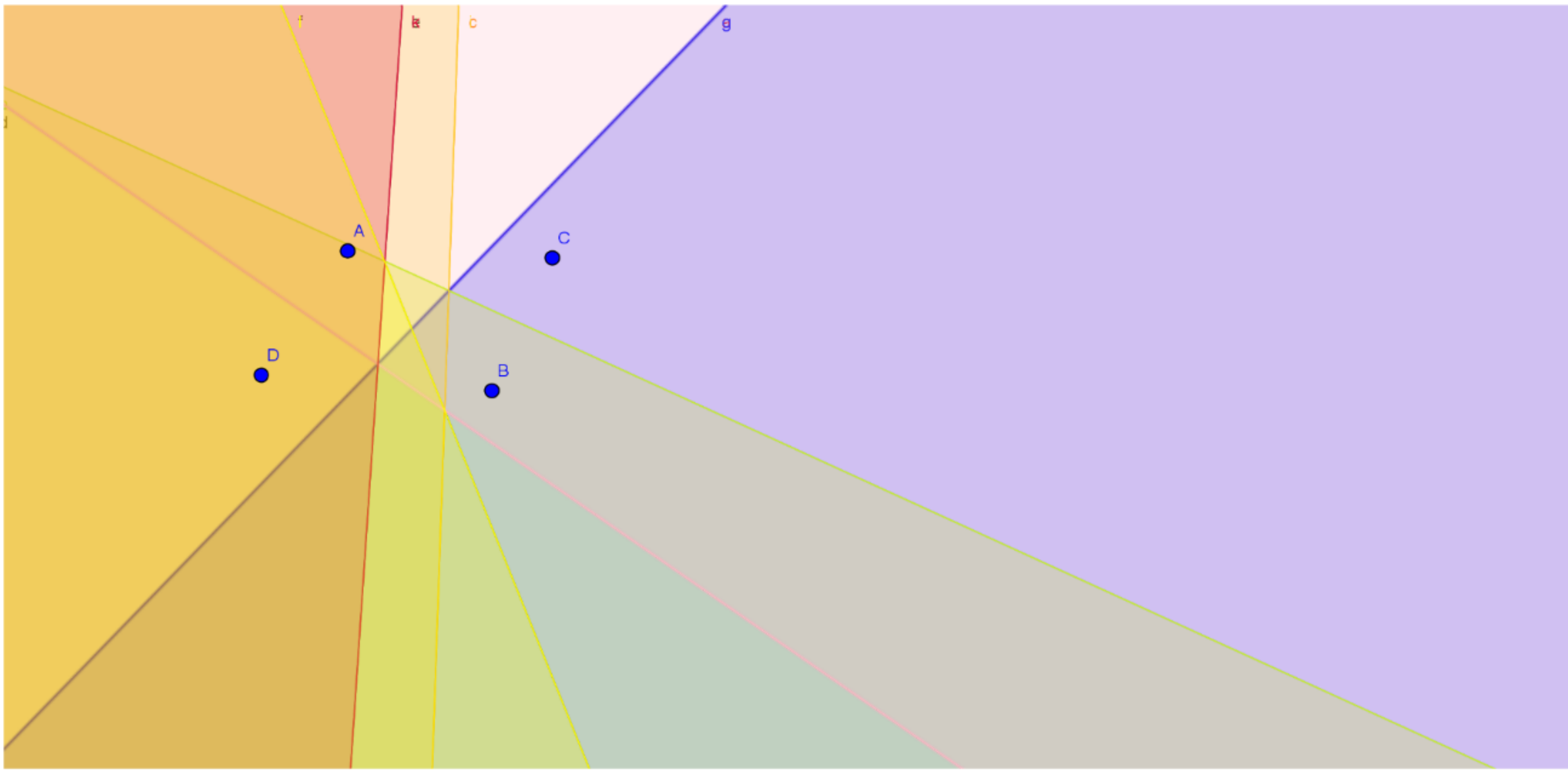


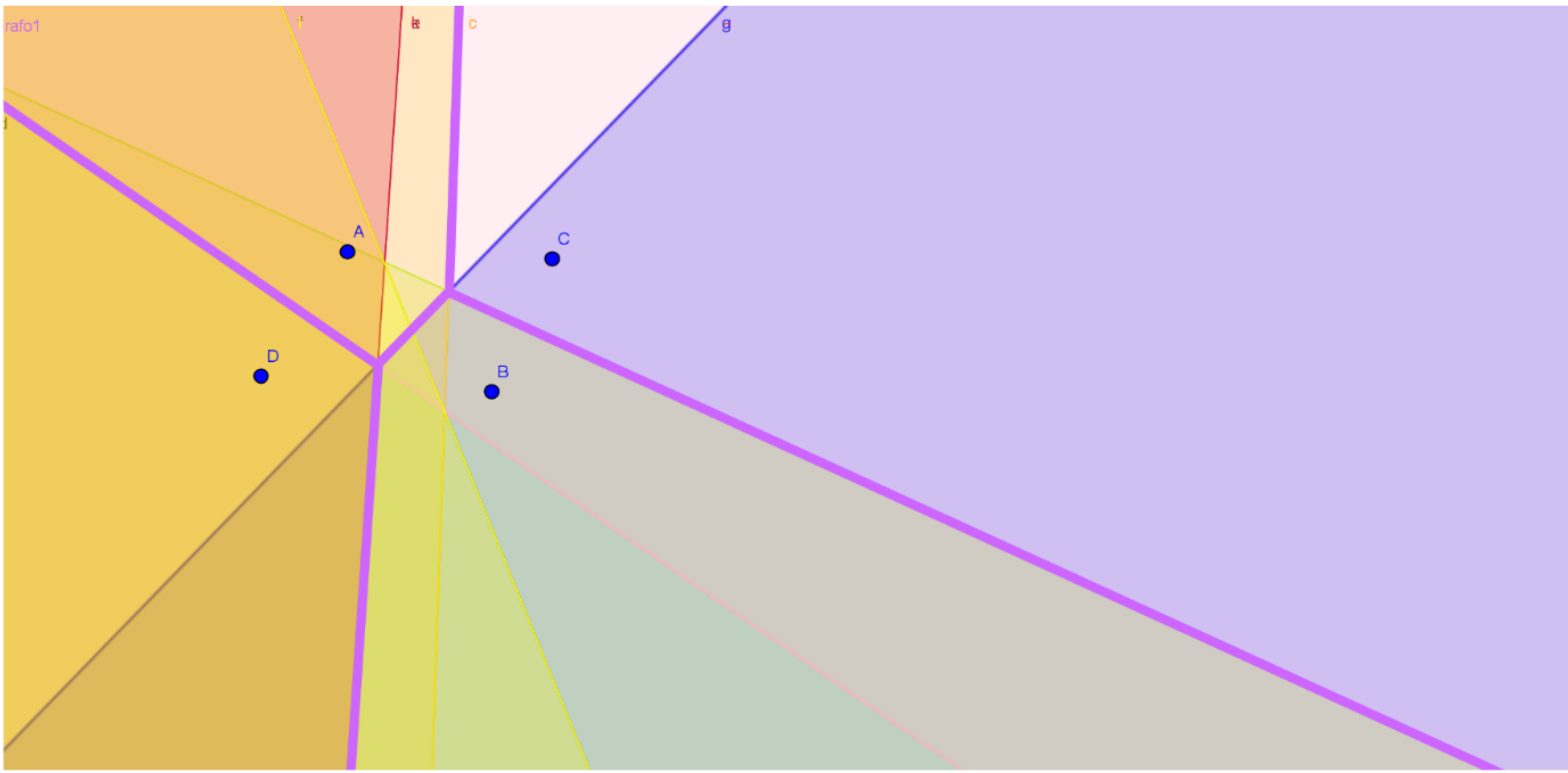
g
A
B

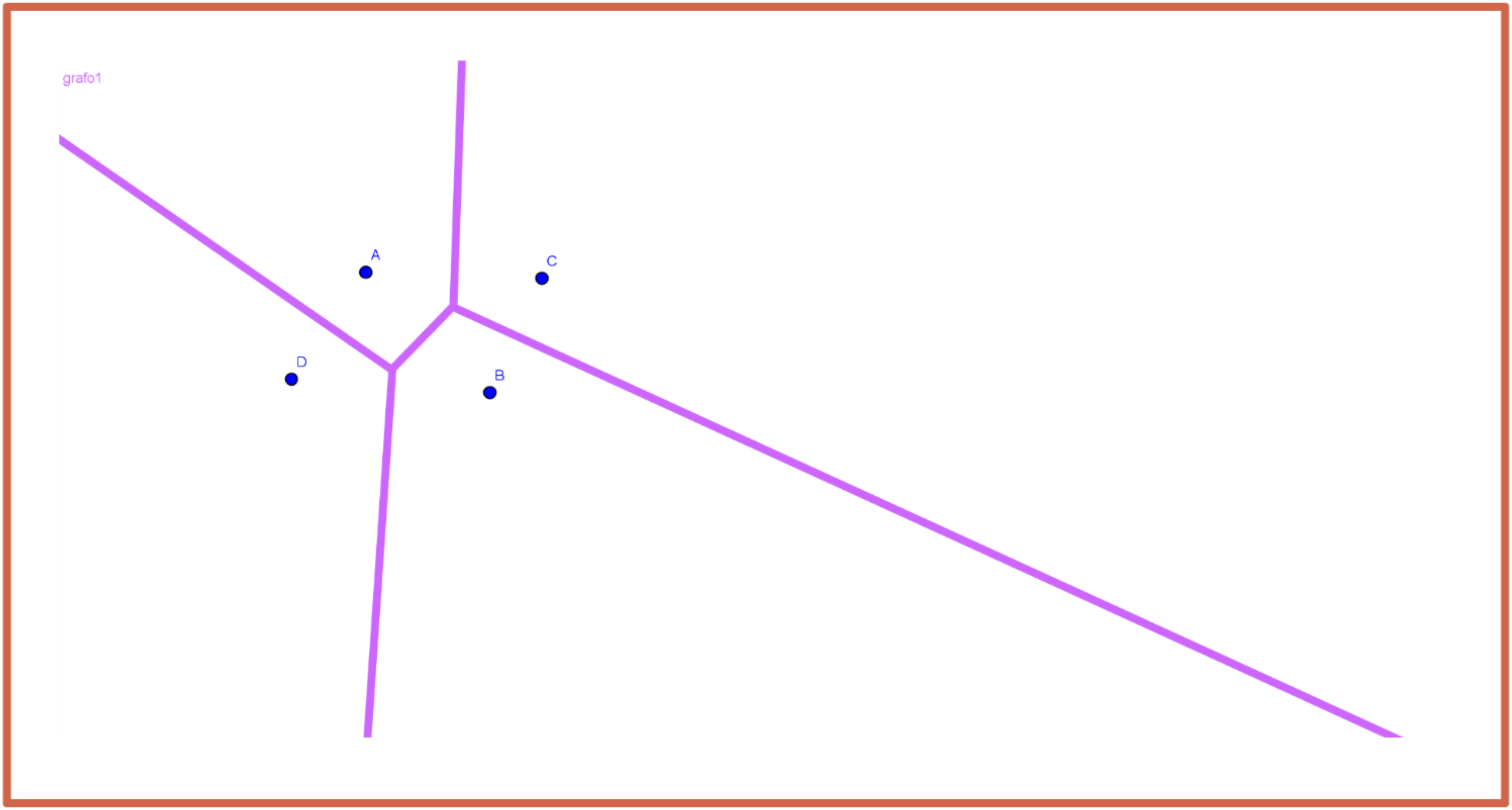

c
g
A
C
B



c
A
C
B


A
C
D
B
c
g

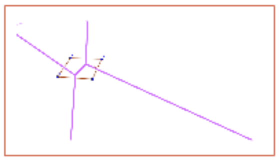

rafo1
f
k
c
g
A
C
D
B

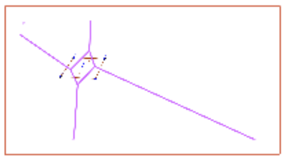


grafo1
A
C
D
B

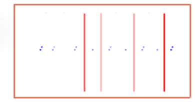
Propiedades.

Una región de Voronoi es no acotada si y sólo si sus generadores están en la envolvente convexa de los puntos.

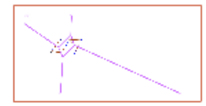




a) Los bordes de una región de Voronoi son rectas infinitas si y sólo si todos los puntos dados descansan sobre una misma recta.



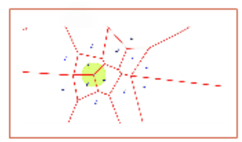
b) El borde de Voronoi entre dos generadores es una semirrecta si y sólo si los puntos dados no son colineales y los generadores son consecutivos en la frontera de la envolvente convexa de los puntos.



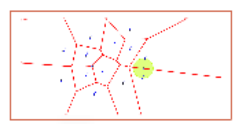
c) El borde de Voronoi entre dos generadores es un segmento de recta si y sólo si los puntos dados son no colineales y al menos uno de los dos generadores está en el interior de la envolvente convexa de ellos.

Dado un diagrama de Voronoi, Vor(P), generado por un conjunto de puntos P en el plano, se cumple:

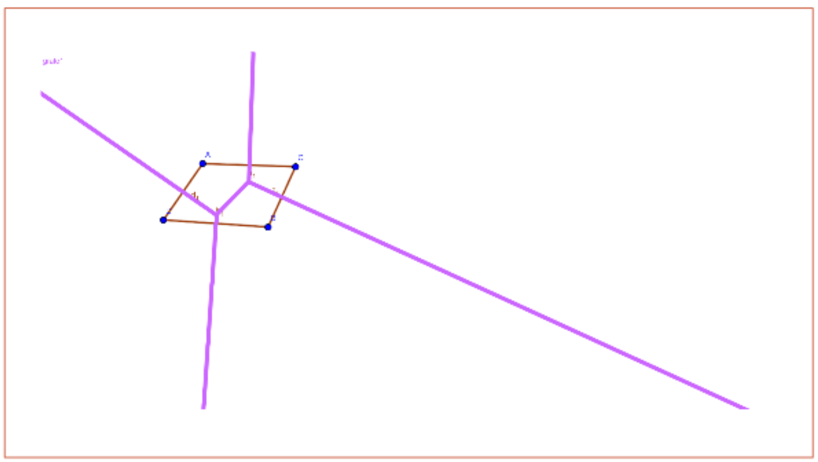
a) Un punto q es vértice de Vor(P) si y sólo si el círculo máximo vacío centrado en q contiene tres o (en el caso de tratarse de un diagrama degenerado) más generadores en su frontera.

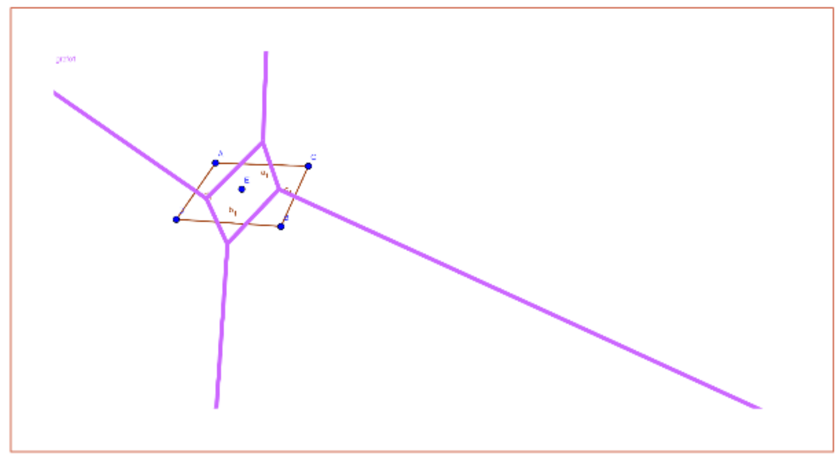


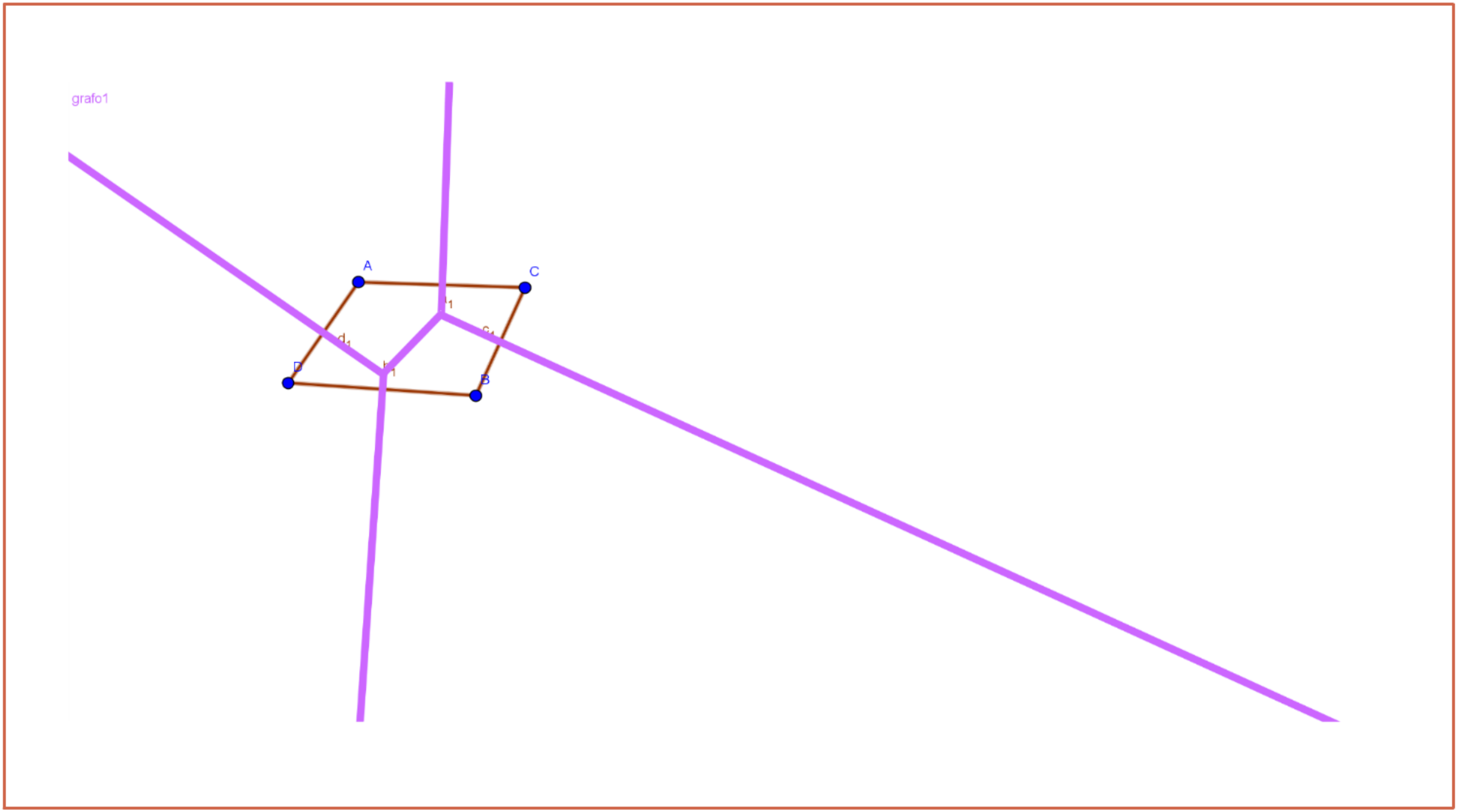
b) La bisectriz entre dos generadores define un borde de Vor(P) si y sólo si existe un punto q sobre dicha bisectriz tal que el círculo máximo vacío centrado en q contiene solamente a estos dos generadores en su frontera.

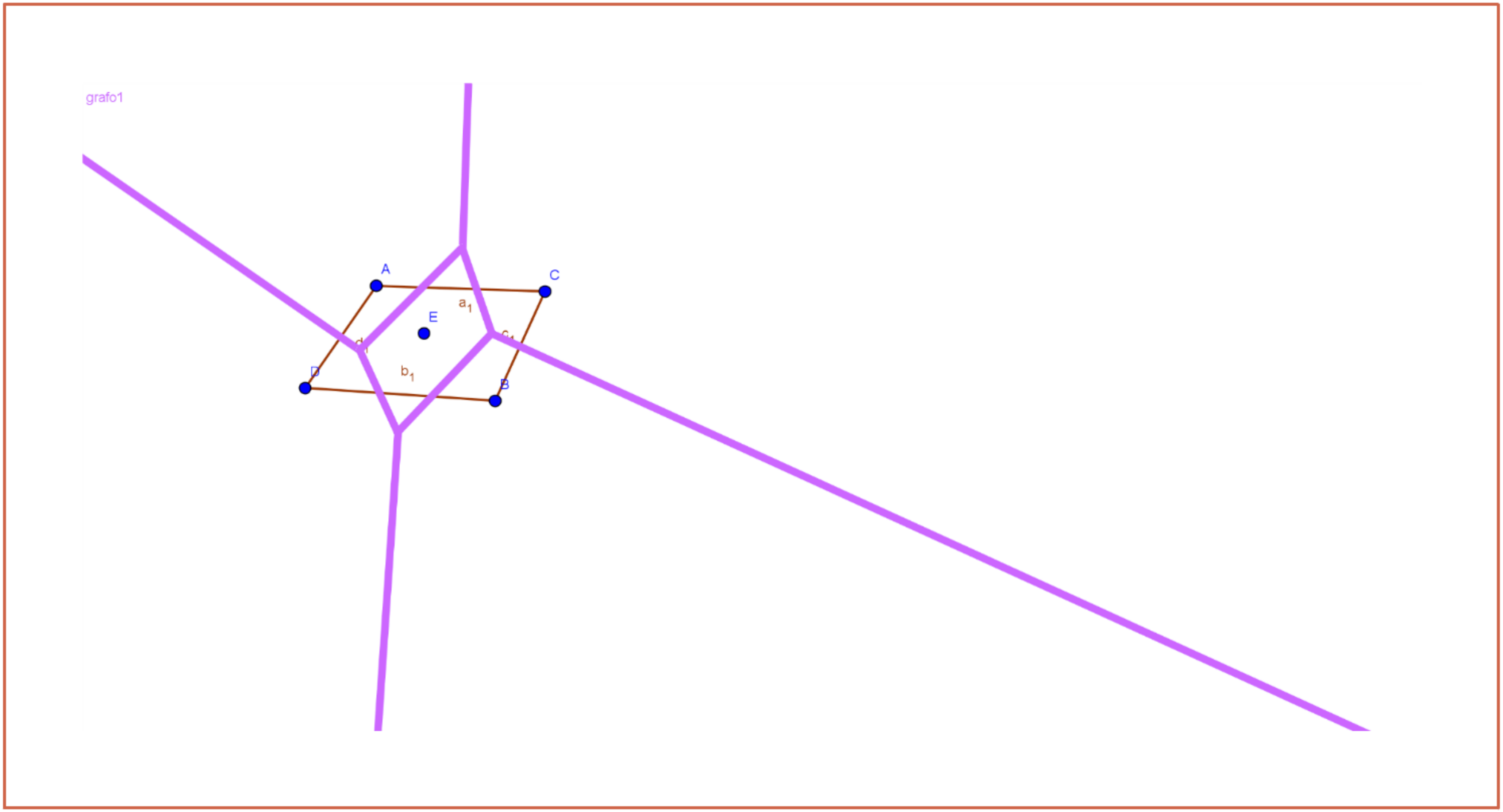


Una región de Voronoi es no acotada si y sólo si sus generadores están en la envolvente convexa de los puntos.

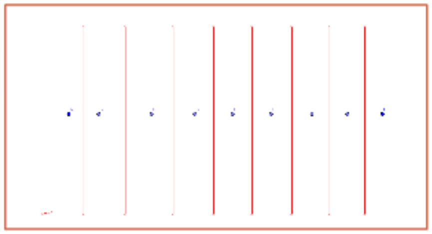




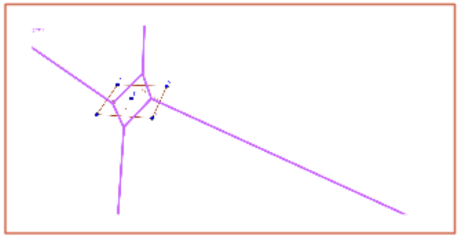

grafo1
A
C
D
B


grafo1
A
C
E
D
B

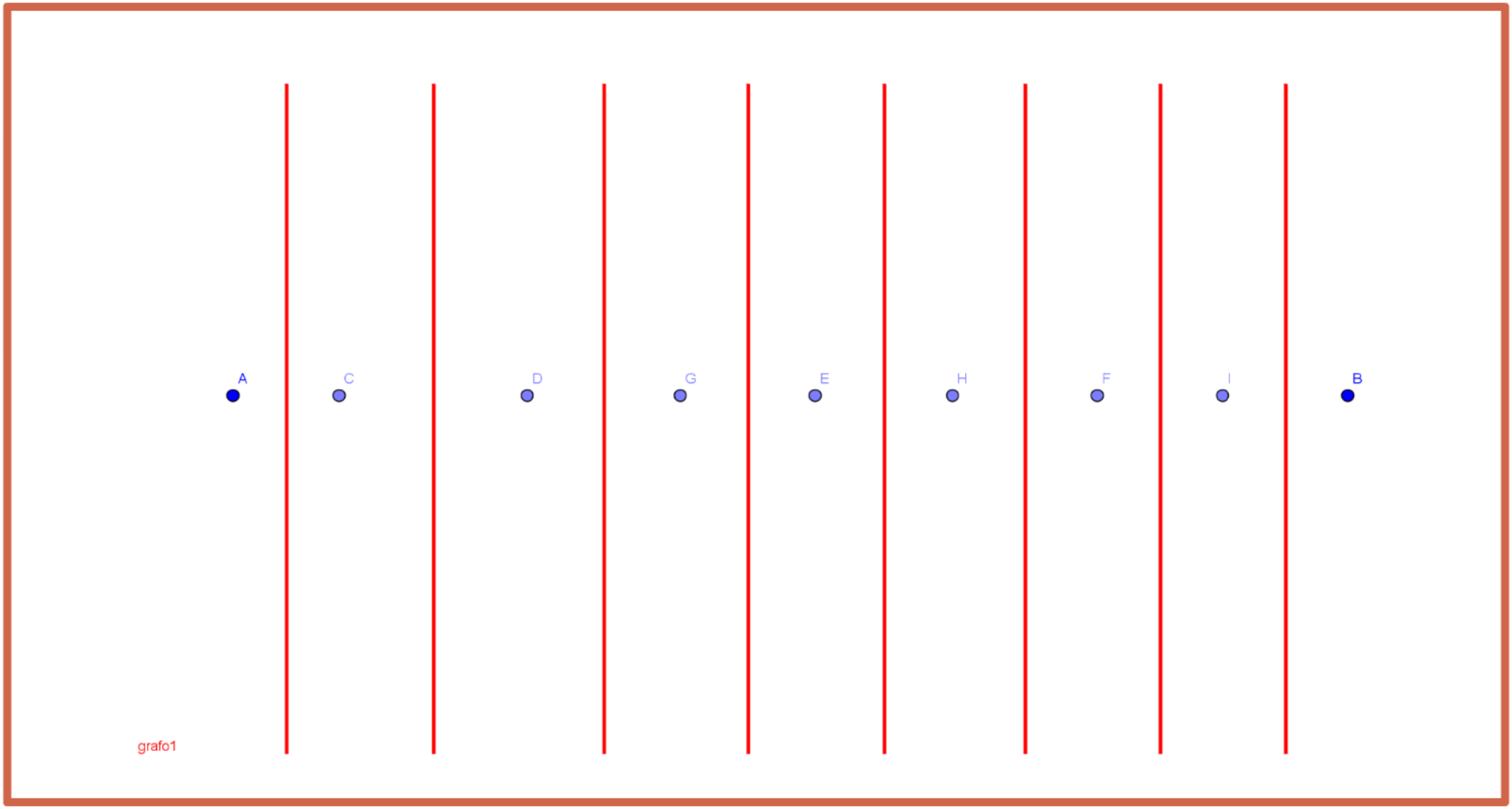
a) Los bordes de una región de Voronoi son rectas infinitas si y sólo si todos los puntos dados descansan sobre una misma recta.



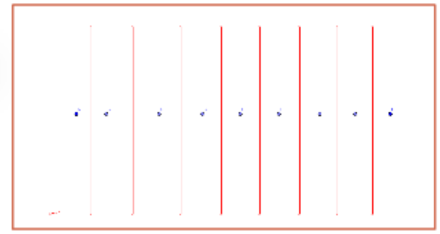
b) El borde de Voronoi entre dos generadores es una semirrecta si y sólo si los puntos dados no son colineales y los generadores son consecutivos en la frontera de la envolvente convexa de los puntos.



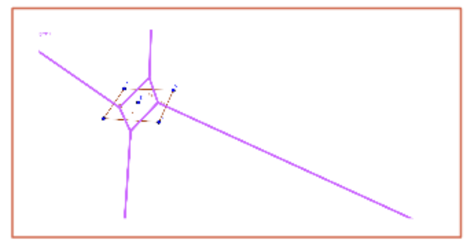
c) El borde de Voronoi entre dos generadores es un segmento de recta si y sólo si los puntos dados son no colineales y al menos uno de los dos generadores está en el interior de la envolvente convexa de ellos.


A
C
D
G
E
H
F
I
B
grafo1

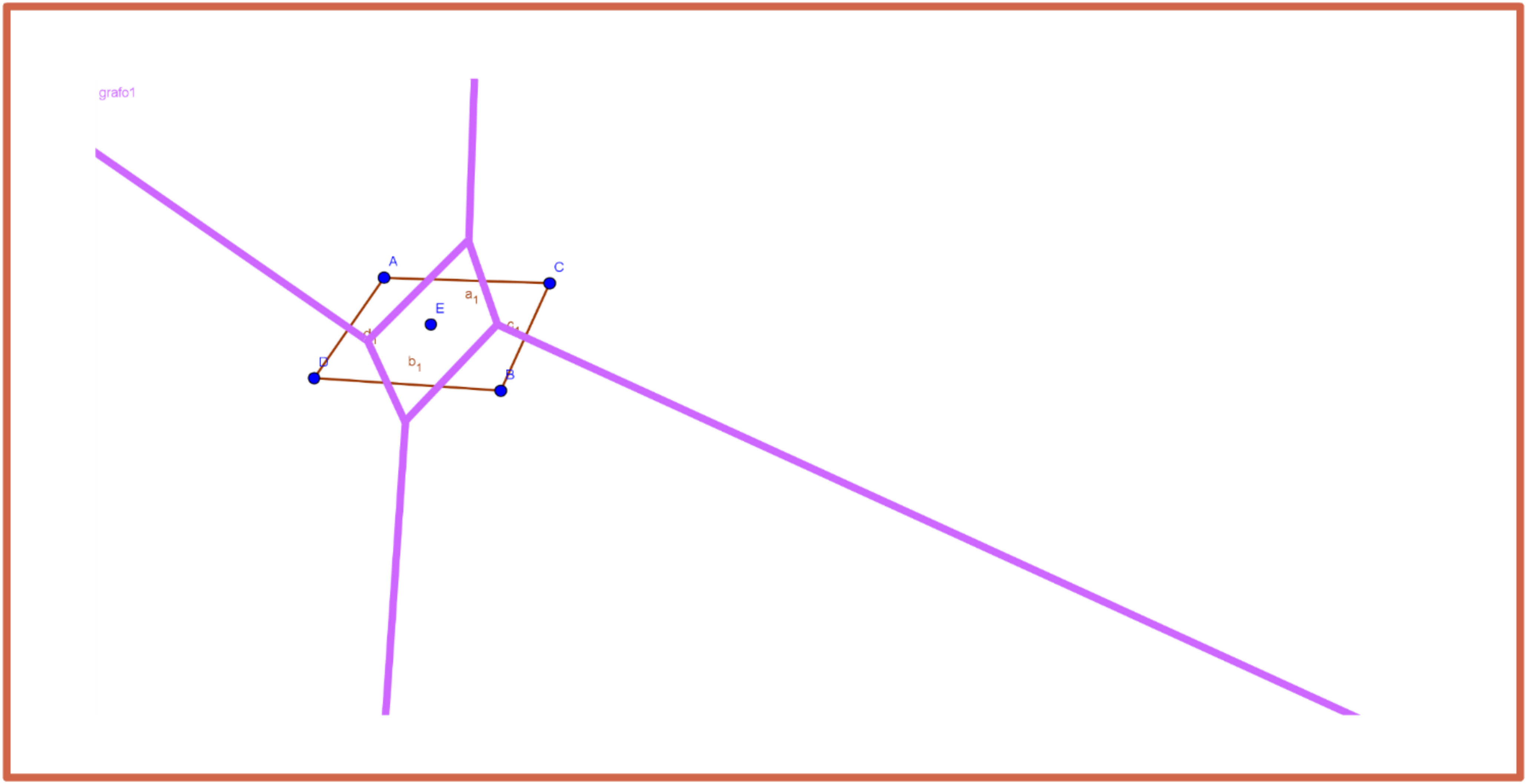
a) Los bordes de una región de Voronoi son rectas infinitas si y sólo si todos los puntos dados descansan sobre una misma recta.



b) El borde de Voronoi entre dos generadores es una semirrecta si y sólo si los puntos dados no son colineales y los generadores son consecutivos en la frontera de la envolvente convexa de los puntos.

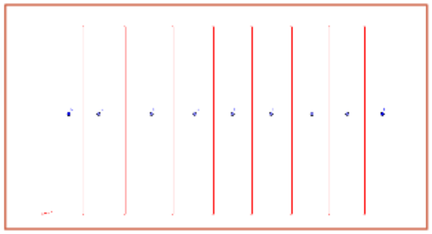


c) El borde de Voronoi entre dos generadores es un segmento de recta si y sólo si los puntos dados son no colineales y al menos uno de los dos generadores está en el interior de la envolvente convexa de ellos.

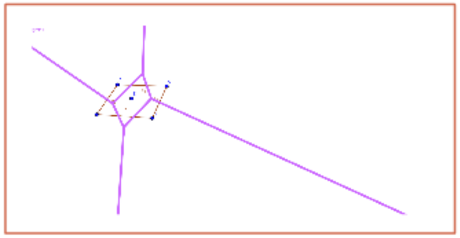


de recta si y sólo si lo

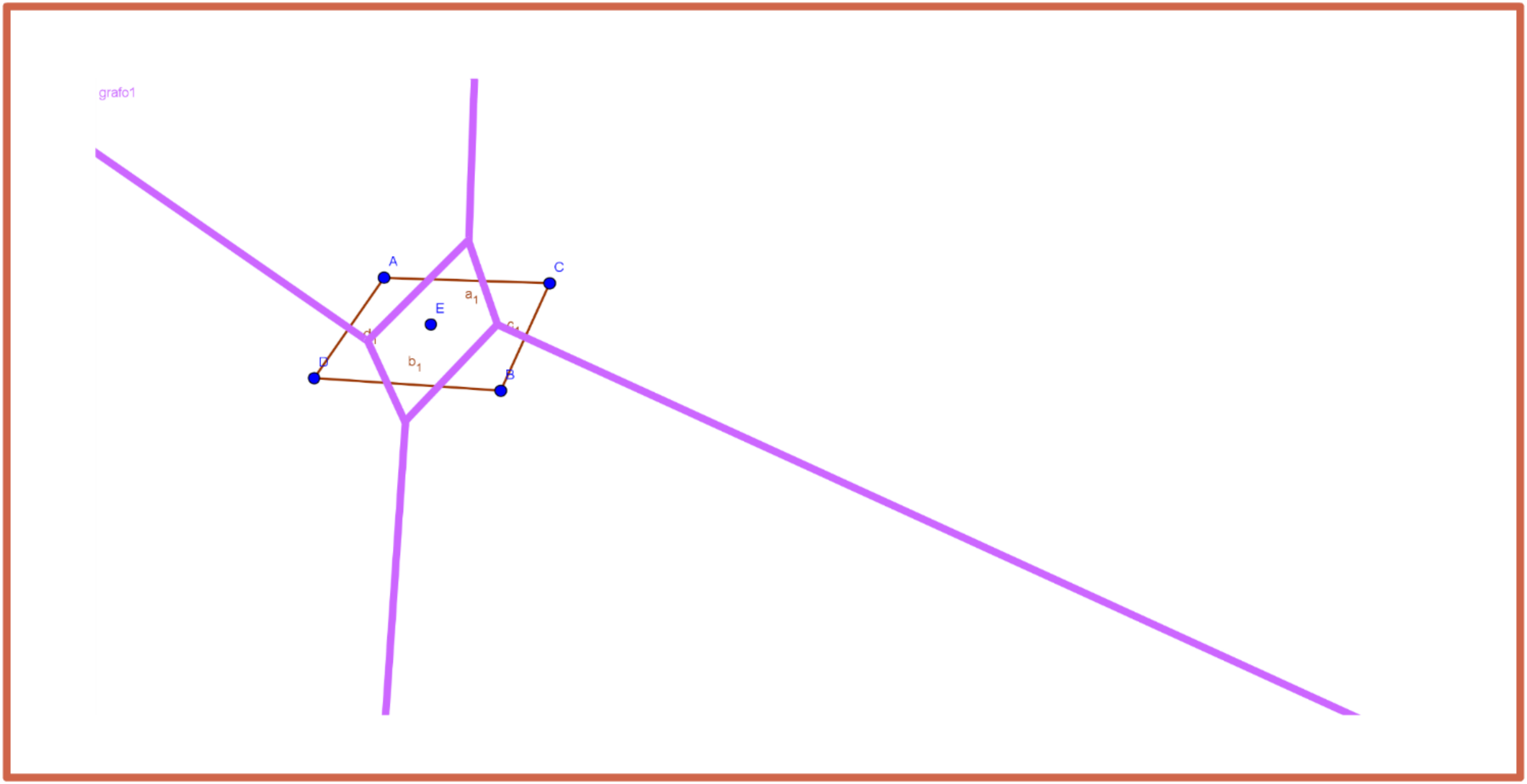
a) Los bordes de una región de Voronoi son rectas infinitas si y sólo si todos los puntos dados descansan sobre una misma recta.



b) El borde de Voronoi entre dos generadores es una semirrecta si y sólo si los puntos dados no son colineales y los generadores son consecutivos en la frontera de la envolvente convexa de los puntos.



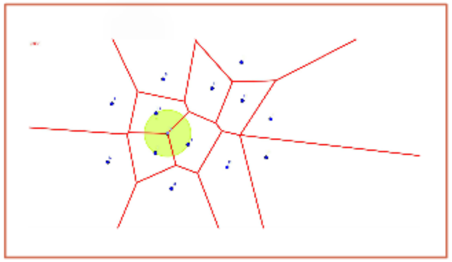
c) El borde de Voronoi entre dos generadores es un segmento de recta si y sólo si los puntos dados son no colineales y al menos uno de los dos generadores está en el interior de la envolvente convexa de ellos.



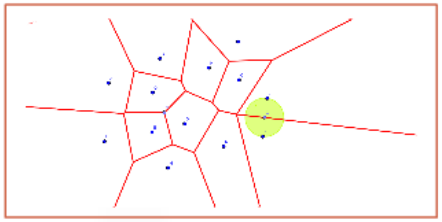
de recta si y sólo si lo

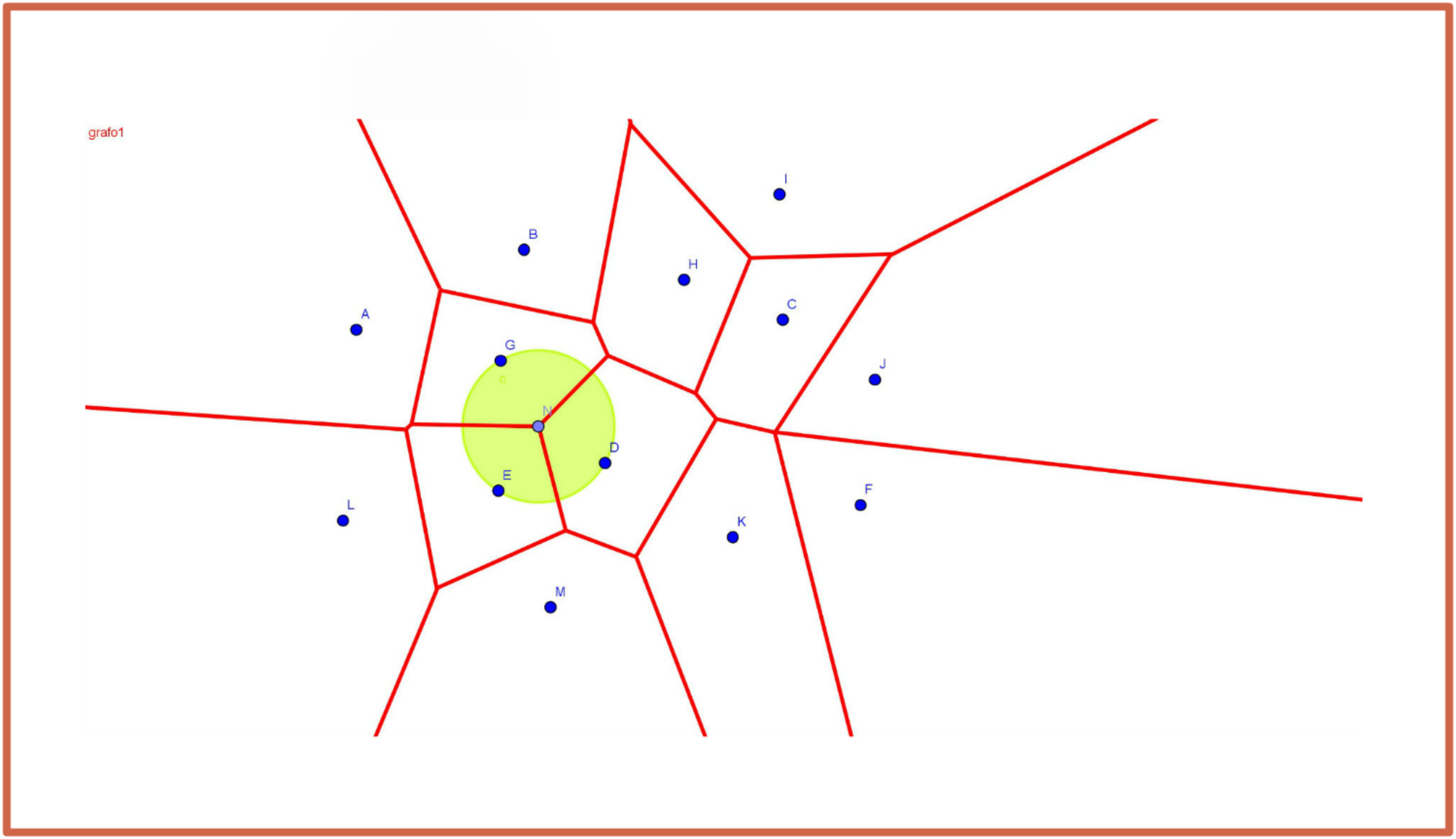
Dado un diagrama de Voronoi, Vor(P), generado por un conjunto de puntos P en el plano, se cumple:

a) Un punto q es vértice de Vor(P) si y sólo si el círculo máximo vacío centrado en q contiene tres o (en el caso de tratarse de un diagrama degenerado) más generadores en su frontera.



b) La bisectriz entre dos generadores define un borde de Vor(P) si y sólo si existe un punto q sobre dicha bisectriz tal que el círculo máximo vacío centrado en q contiene solamente a estos dos generadores en su frontera.

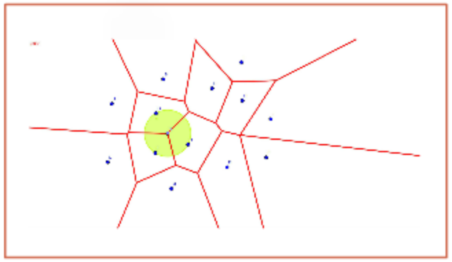




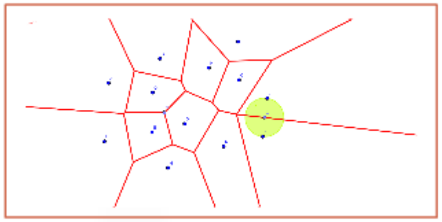
y sólo si existe un punto

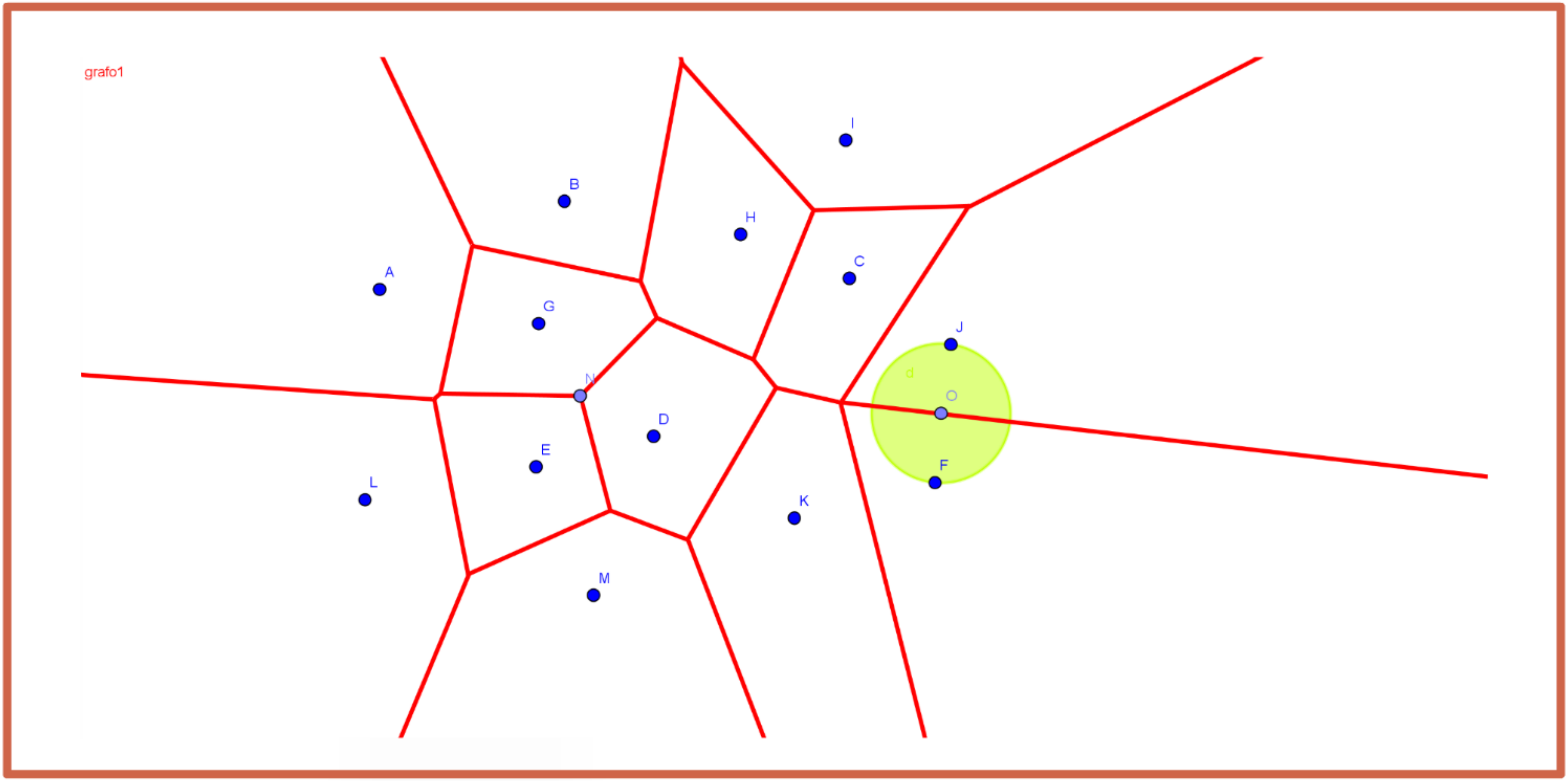
Dado un diagrama de Voronoi, Vor(P), generado por un conjunto de puntos P en el plano, se cumple:

a) Un punto q es vértice de Vor(P) si y sólo si el círculo máximo vacío centrado en q contiene tres o (en el caso de tratarse de un diagrama degenerado) más generadores en su frontera.

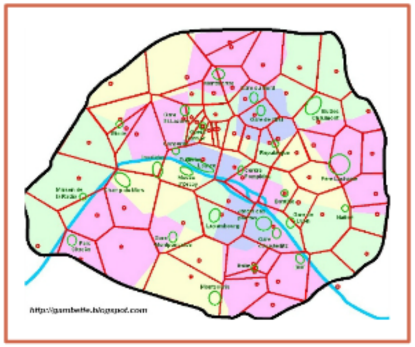


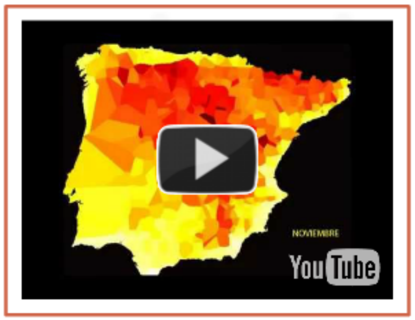
b) La bisectriz entre dos generadores define un borde de Vor(P) si y sólo si existe un punto q sobre dicha bisectriz tal que el círculo máximo vacío centrado en q contiene solamente a estos dos generadores en su frontera.

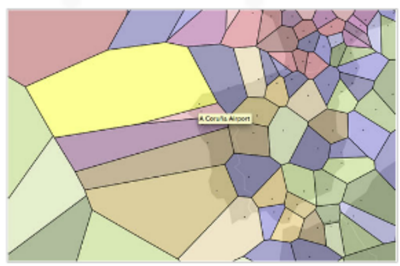



grafo1
B
H
I
A
G
C
J
N
D
O
E
F
L
K
M

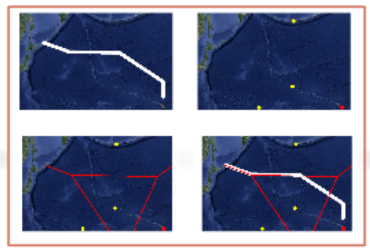
Aplicaciones y curiosidades.







https://www.jasondavies.com/maps/voronoi/airports/



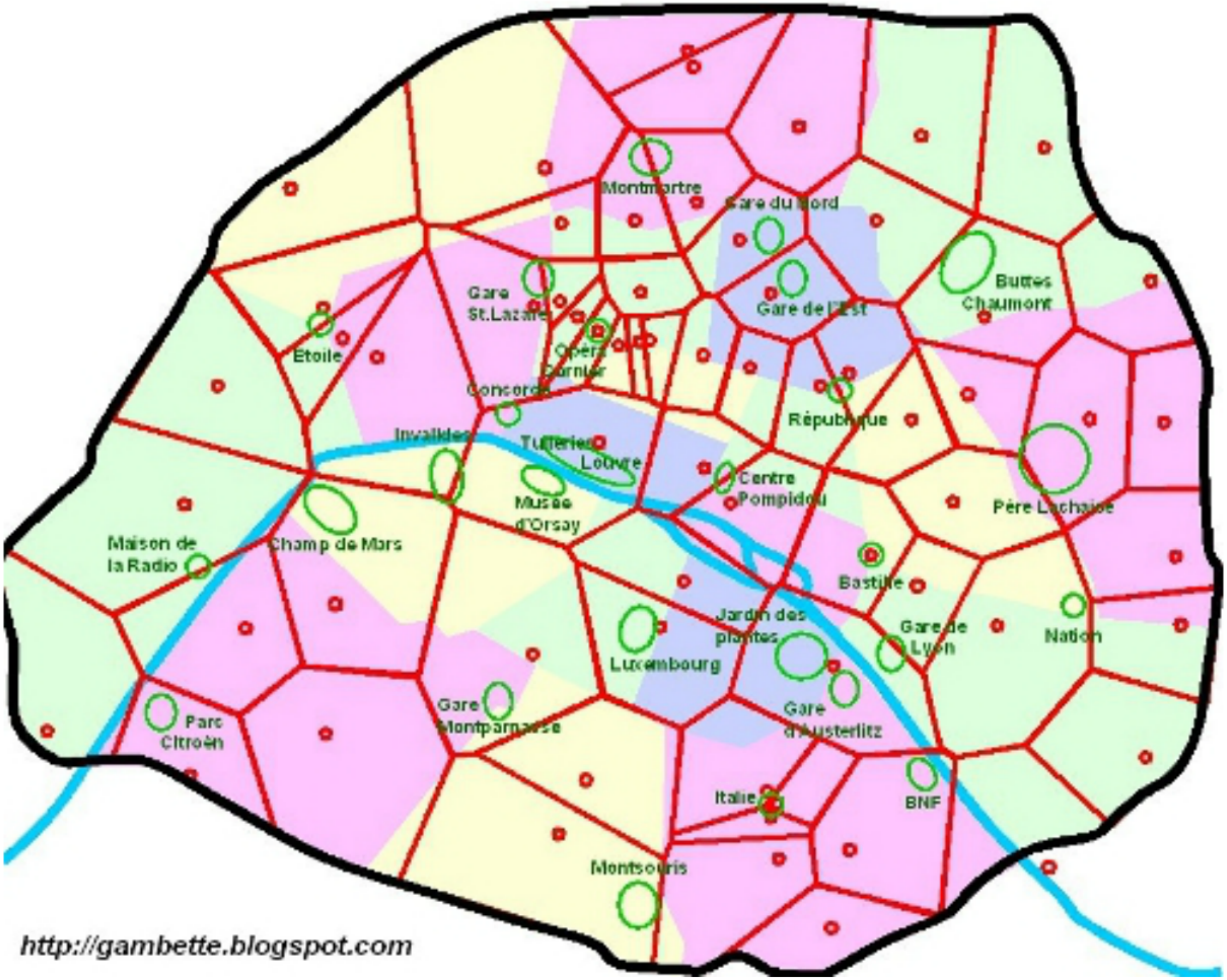
Localicación de puntos de interés.

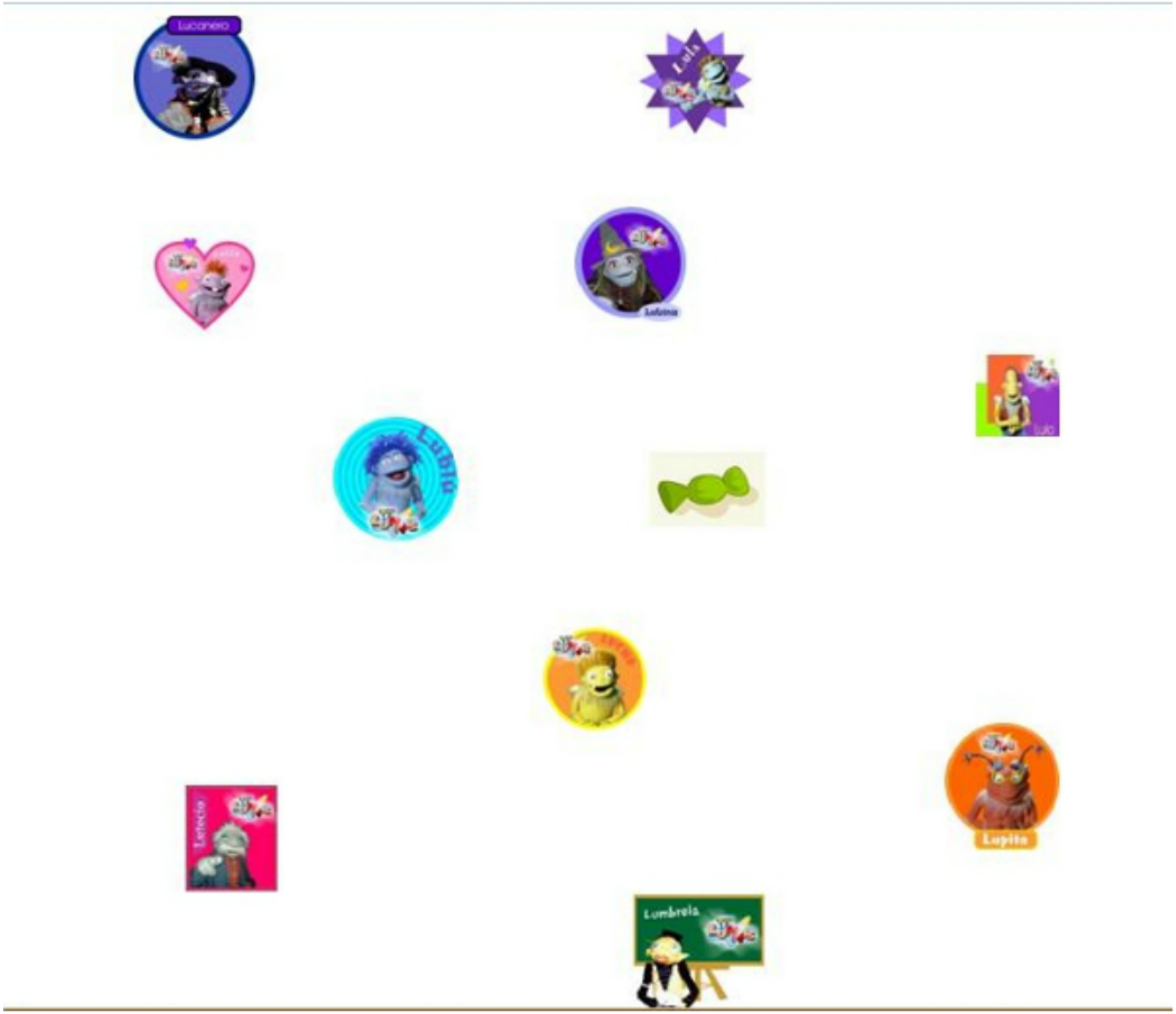
https://www.geogebra.org/apps/?id=zExmfTQr

Fútbol.

https://www.geogebra.org/apps/?id=2166075

Propiedades.

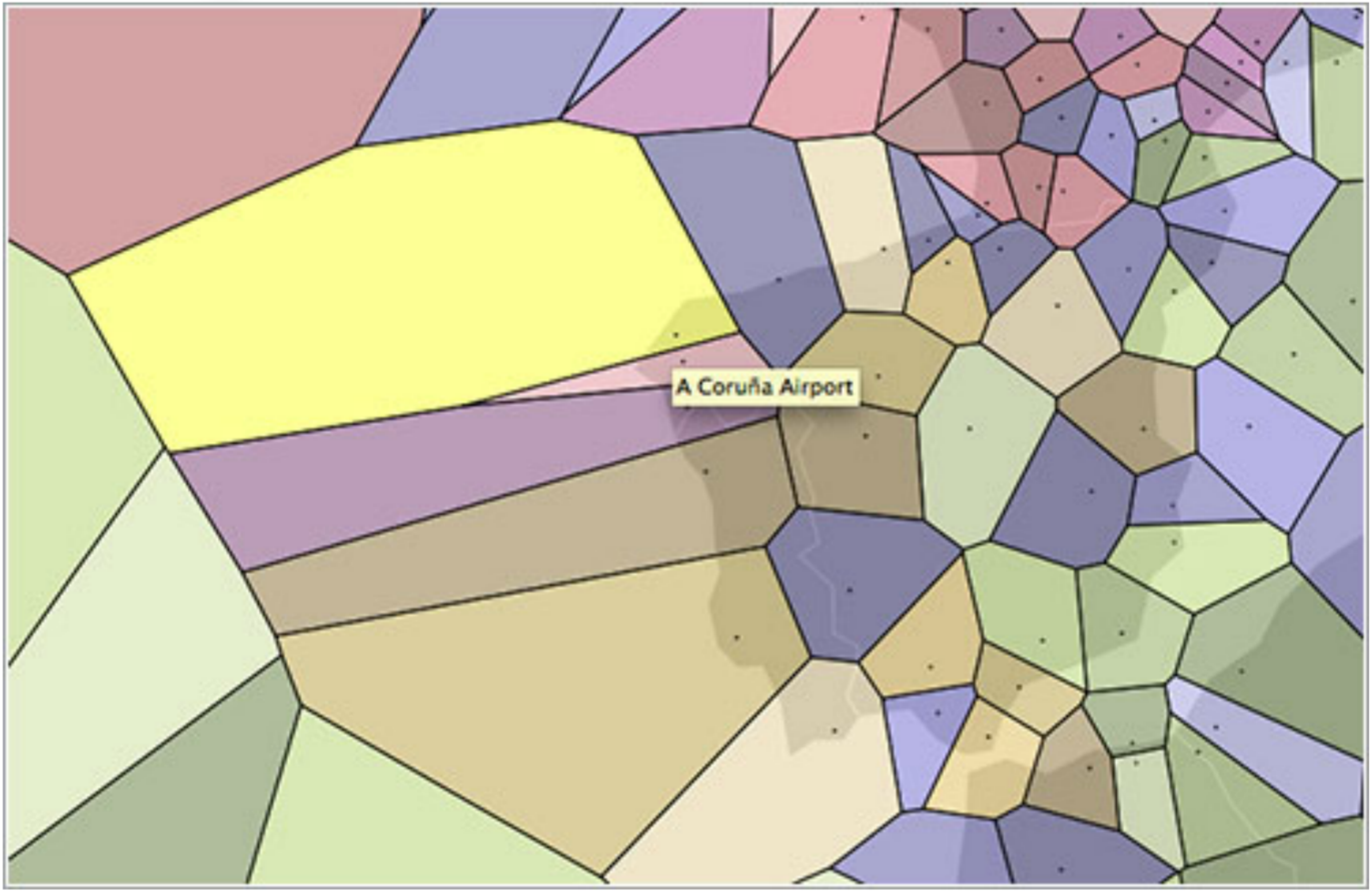

Montmartre
Gare du Nord
Buttes Chaumont
Gare St.Lazare
Gare de l'Est
Etoile
Opéra Garnier
Concorde
République
Invalides
Tuileries
Louvre
Centre Pompidou
Musée d'Orsay
Père Lachaise
Maison de la Radio
Champ de Mars
Bastille
Jardin des plantes
Gare de Lyon
Nation
Luxembourg
Gare Montparnasse
Parc Citroën
Gare d'Austerlitz
Italie
BNF
Montsouris
http://gambette.blogspot.com


Lucanero
Lupita
Lumbrela

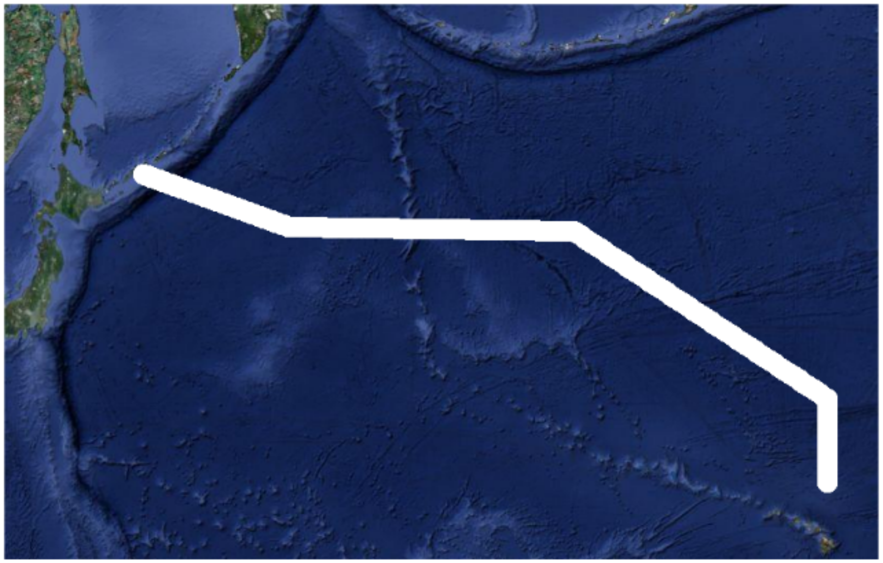
Lucanero
Lola
Lubina
Lubito
Lotecio
Lombrela
Lupita

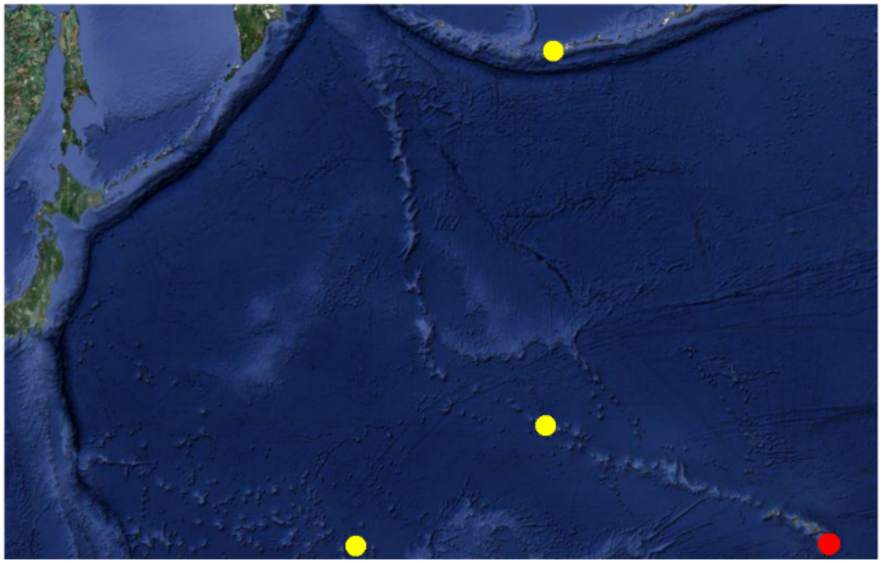

La Coruña
Santiago de Compostela
Lugo
GALICIA
Pontevedra
Orense
Oviedo
ASTURIAS
Santander
CANTABRIA
S. Sebastián-Donostia
Bilbao
Vitoria-Gasteiz
Pamplona
NAVARRA
León
Burgos
Logroño
LA RIOJA
Palencia
CASTILLA Y LEÓN
Soria
Huesca
ARAGÓN
CATALUÑA
Gerona
Lérida
Barcelona
Tarragona
Zaragoza
Valladolid
Zamora
Salamanca
Segovia
Ávila
Madrid
MADRID
Guadalajara
Cuenca
Teruel
Toledo
Cáceres
EXTREMADURA
Badajoz
Mérida
Ciudad Real
CASTILLA - LA MANCHA
Albacete
Castellón de la Plana
Valencia
COMUNIDAD VALENCIANA
Alicante
REGIÓN DE MURCIA
Murcia
Córdoba
Jaén
Sevilla
Huelva
ANDALUCÍA
Granada
Málaga
Almería
Cádiz
Ceuta
Melilla
MENORCA
Palma de Mallorca
MALLORCA
IBIZA-EIVISSA
ISLAS BALEARES
ISLAS CANARIAS
LA PALMA
Santa Cruz de Tenerife
TENERIFE
LA GOMERA
EL HIERRO
Las Palmas de Gran Canaria
GRAN CANARIA
FUERTEVENTURA
LANZAROTE

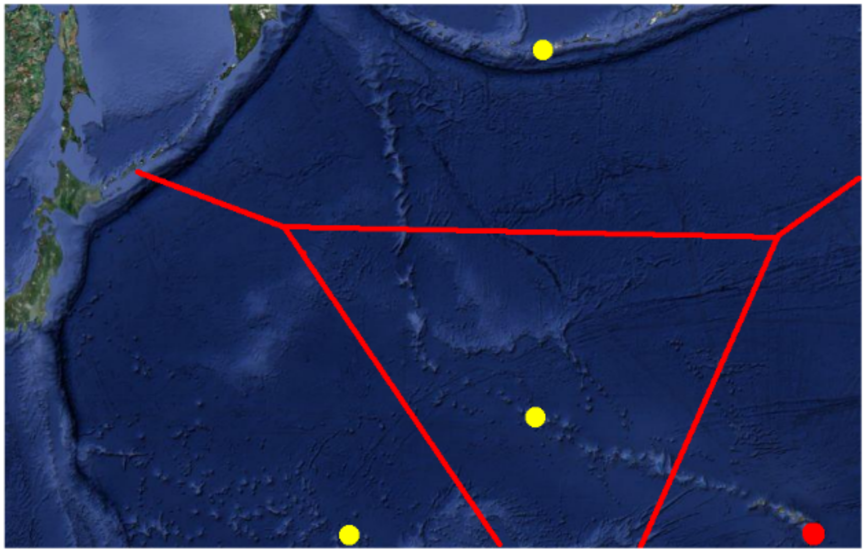

NOVIEMBRE

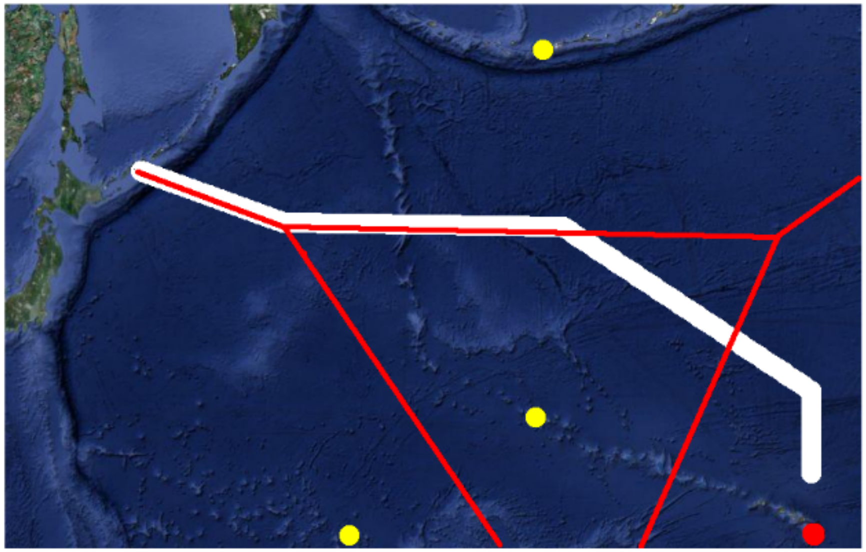


https://www.jasondavies.com/maps/voronoi/airports/









Localicación de puntos de interés.

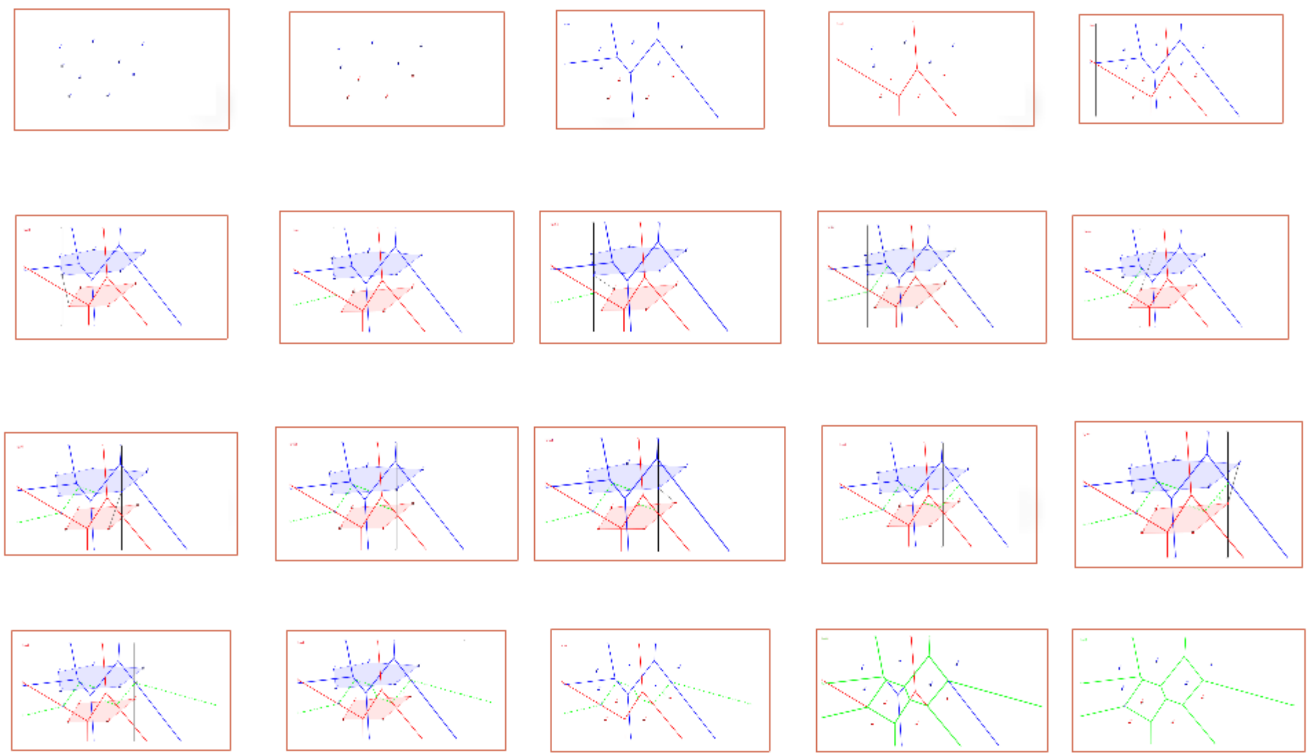
https://www.geogebra.org/apps/?id=zExmfTQr

Fútbol.

https://www.geogebra.org/apps/?id=2166075

Algoritmos.

Divide y vencerás.



VoroGlide.

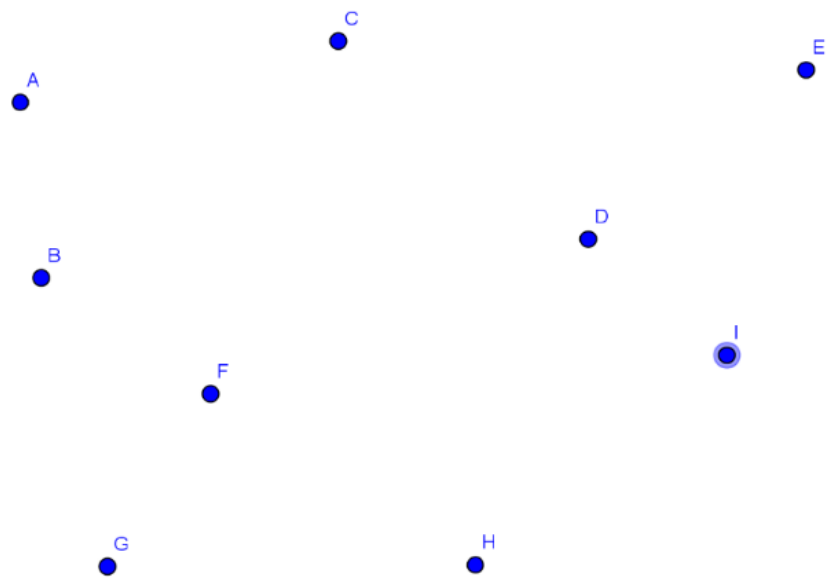
http://www.pi6.fernuni-hagen.de/geomlab/voroglide/

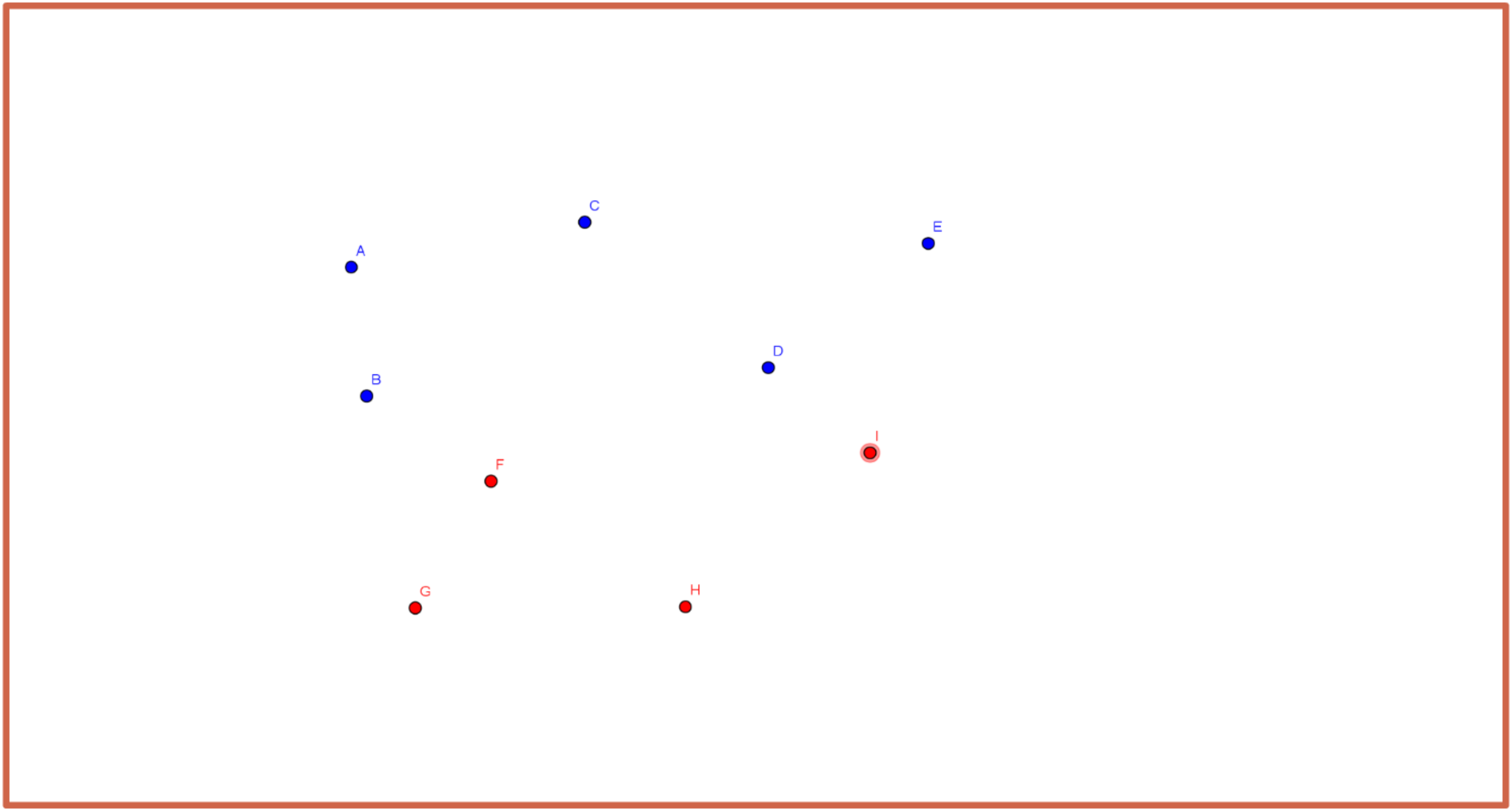
The Voronoi Game.

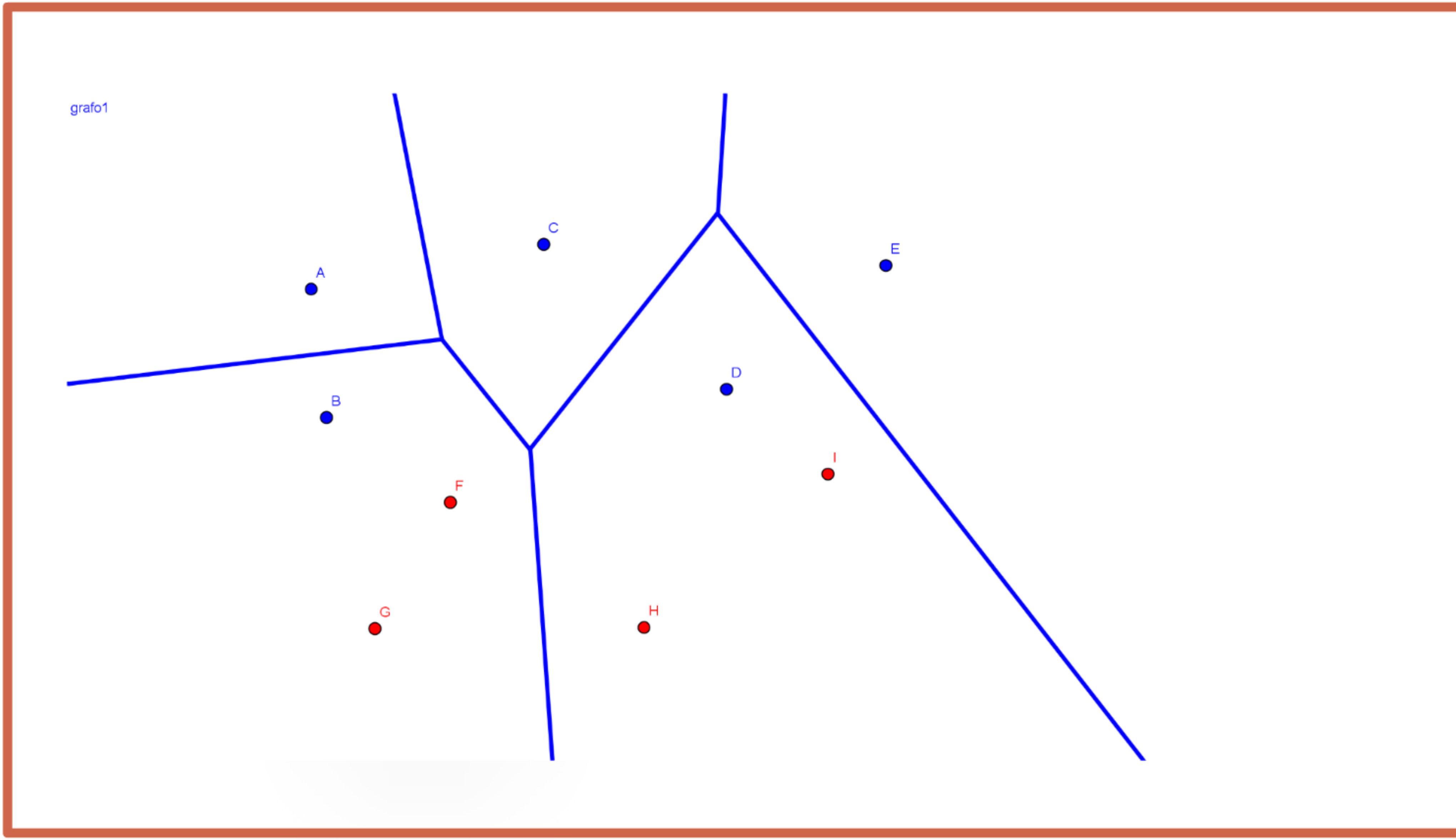
http://www.voronoigame.com/VoronoiGameApplet.html

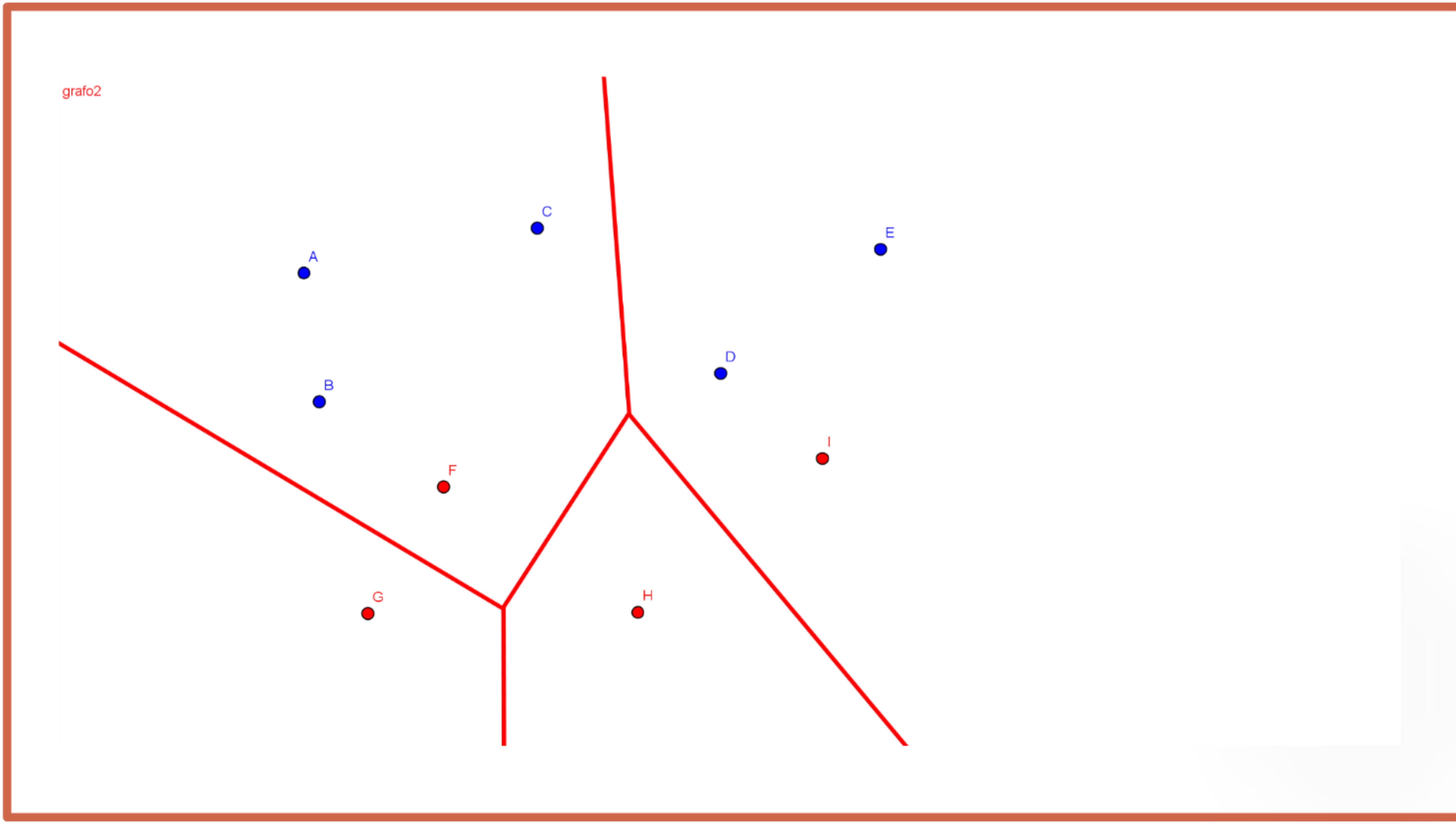
Voronoi/Delaunay Applet.

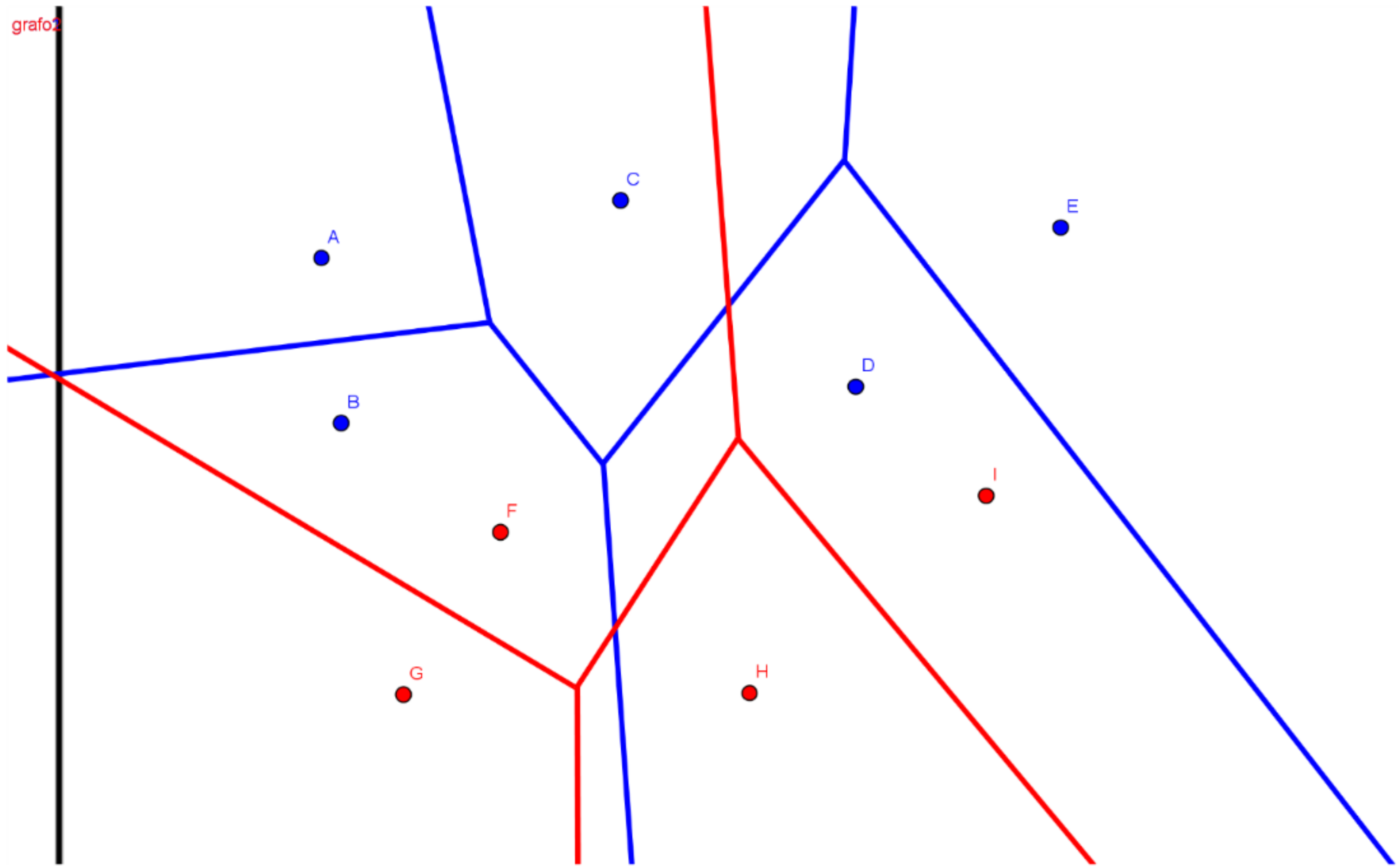
http://www.cs.cornell.edu/info/people/chew/delaunay.html

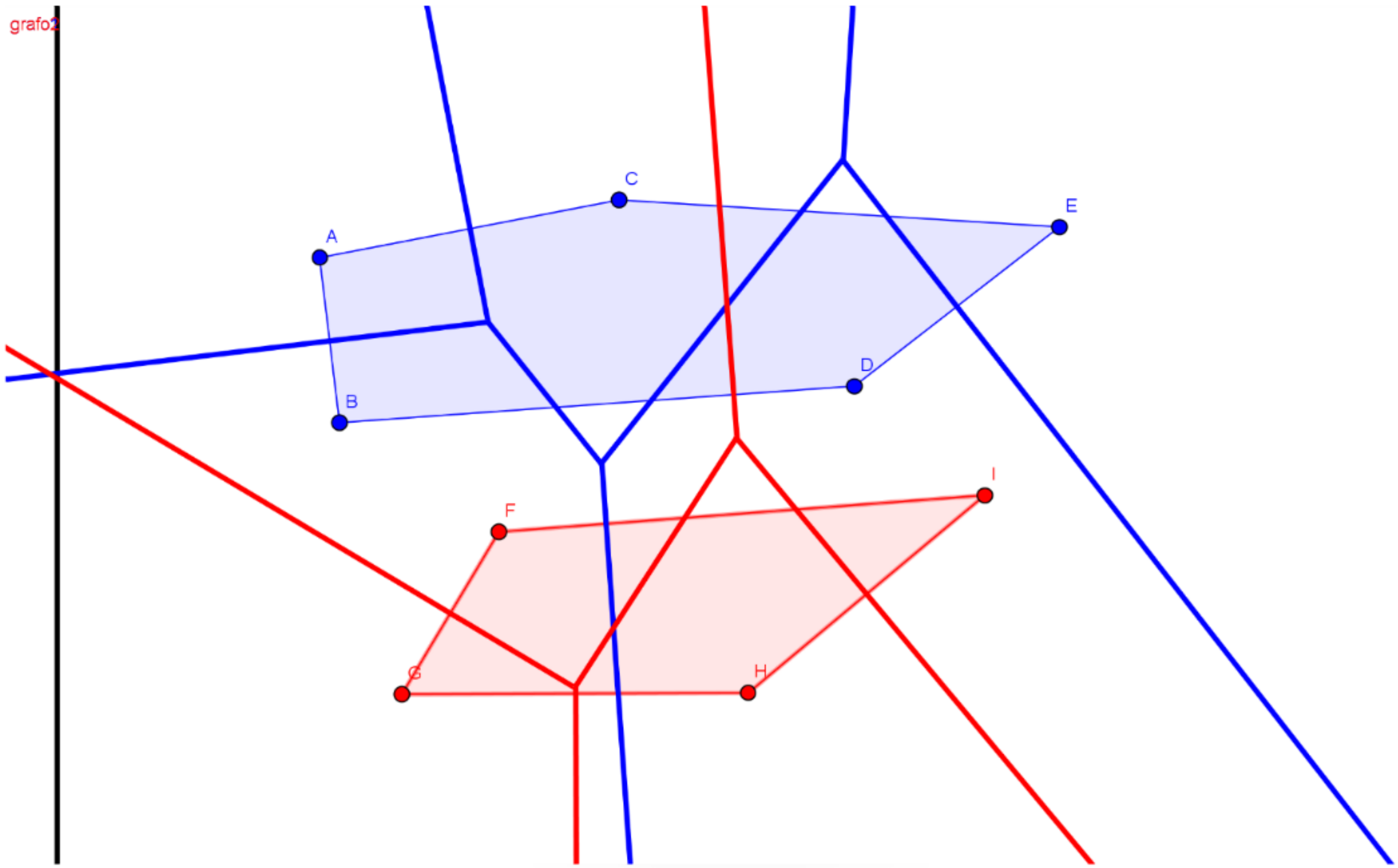

C
E
A
D
B
I
F
G
H

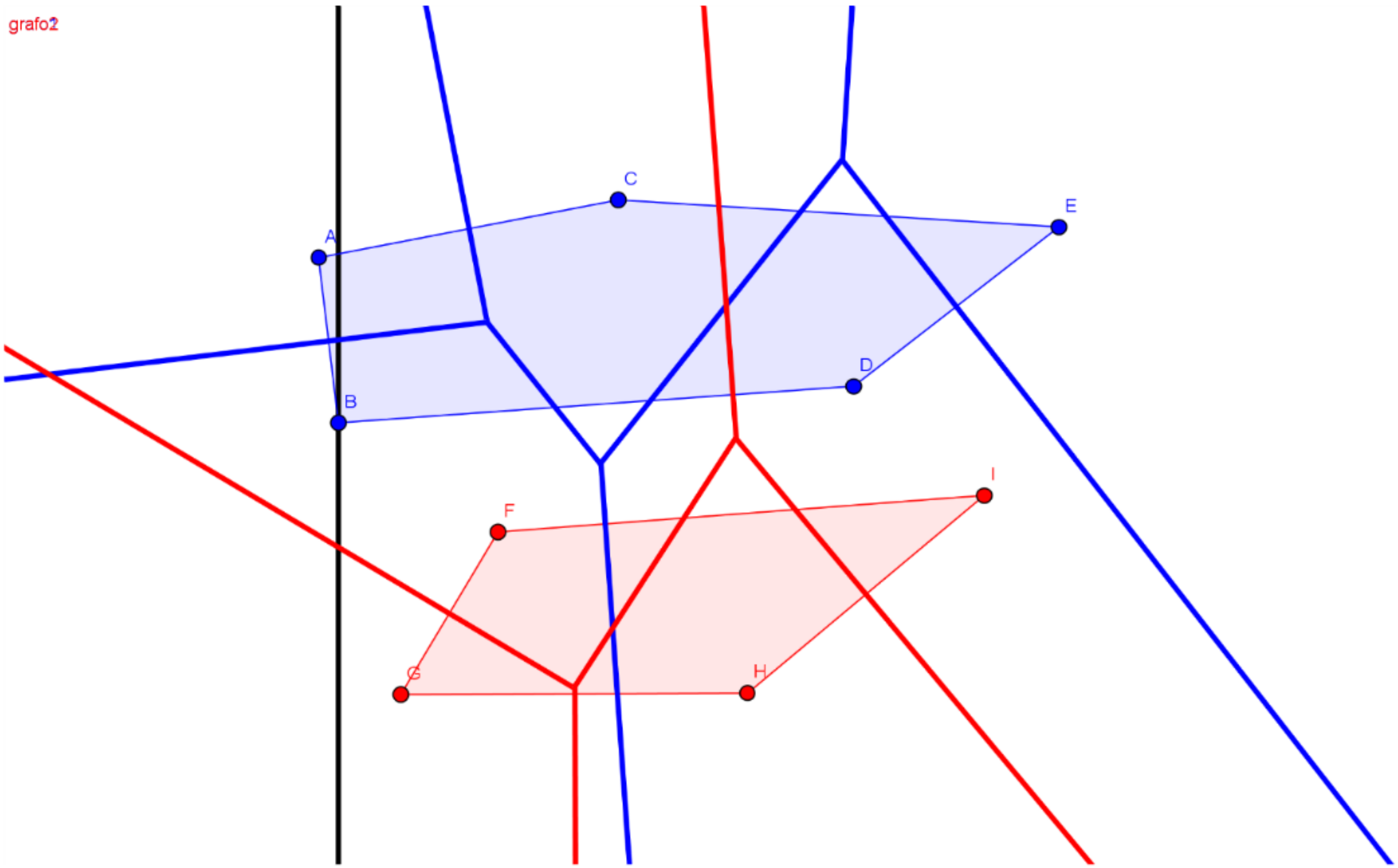

A
B
C
D
E
F
G
H
I

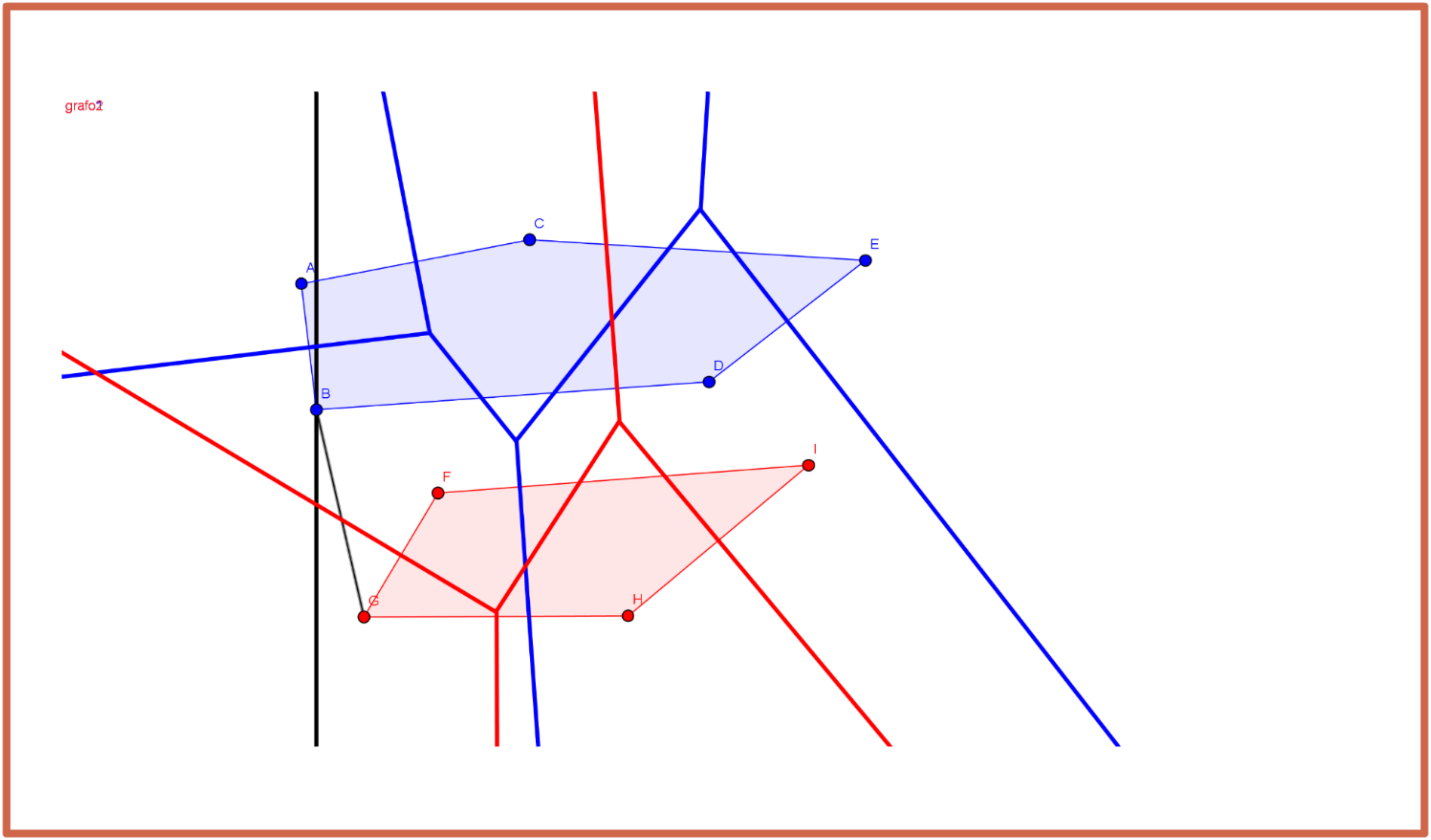

grafo1
C
E
A
D
B
I
F
G
H

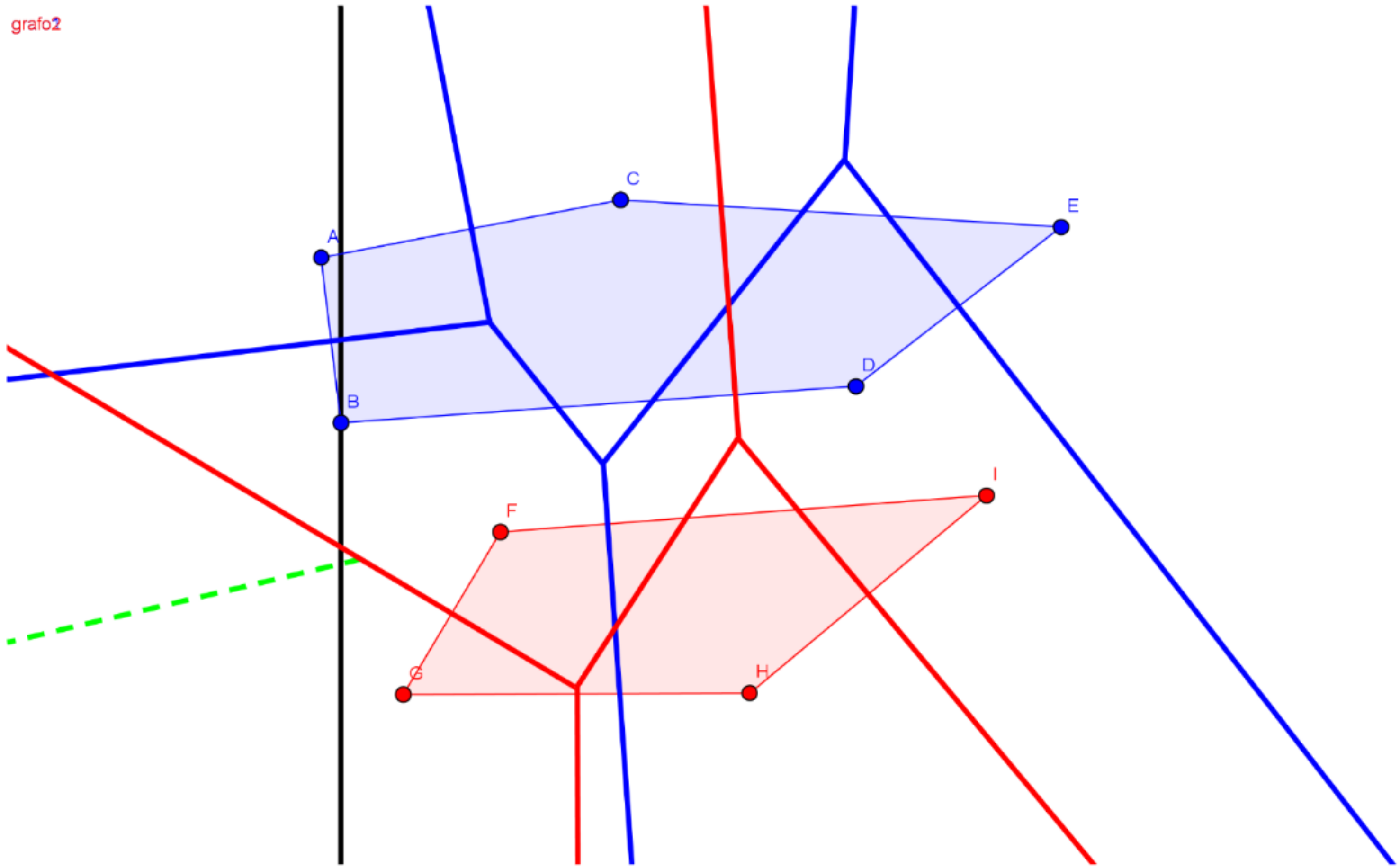

grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I

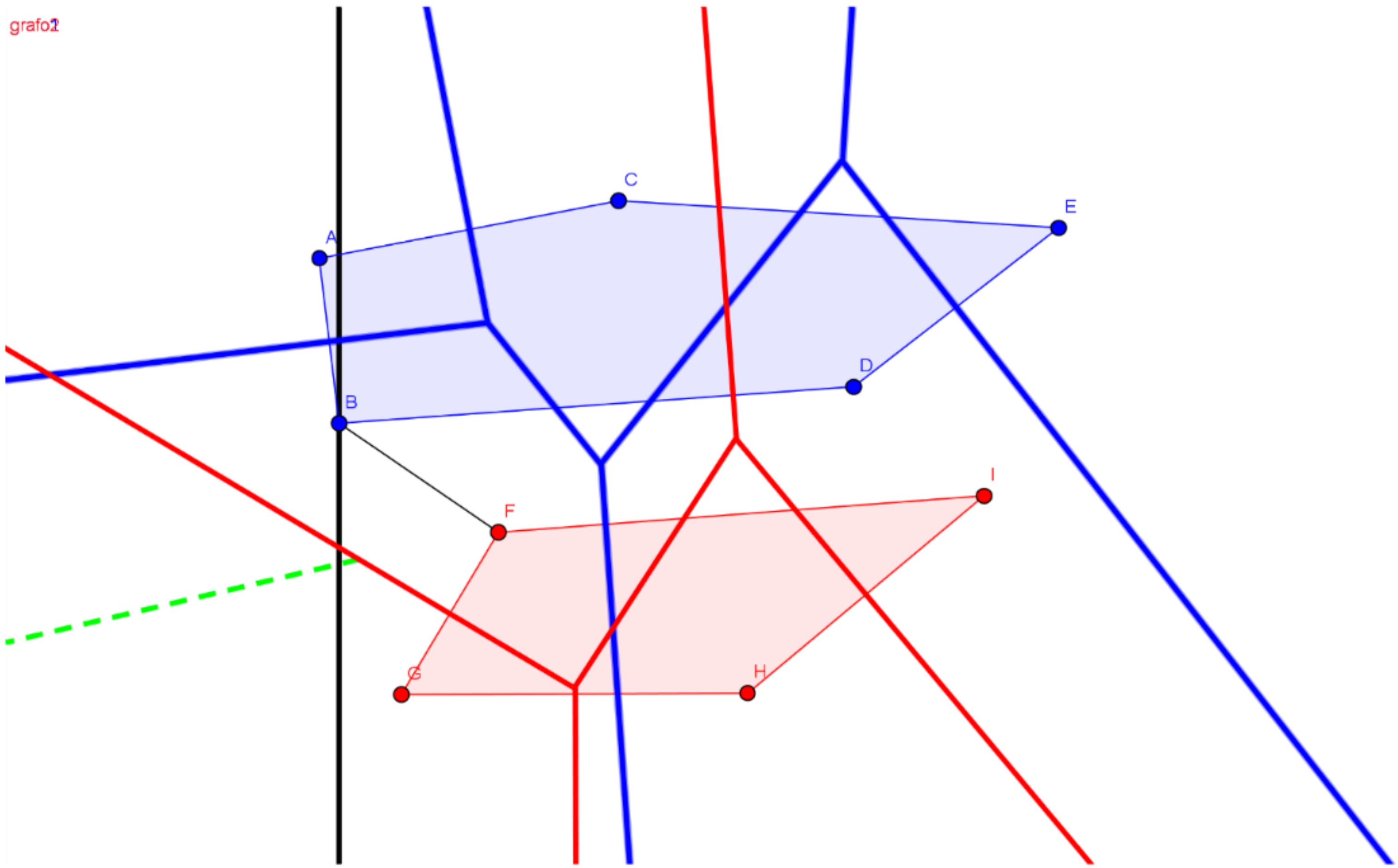

grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I


grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I

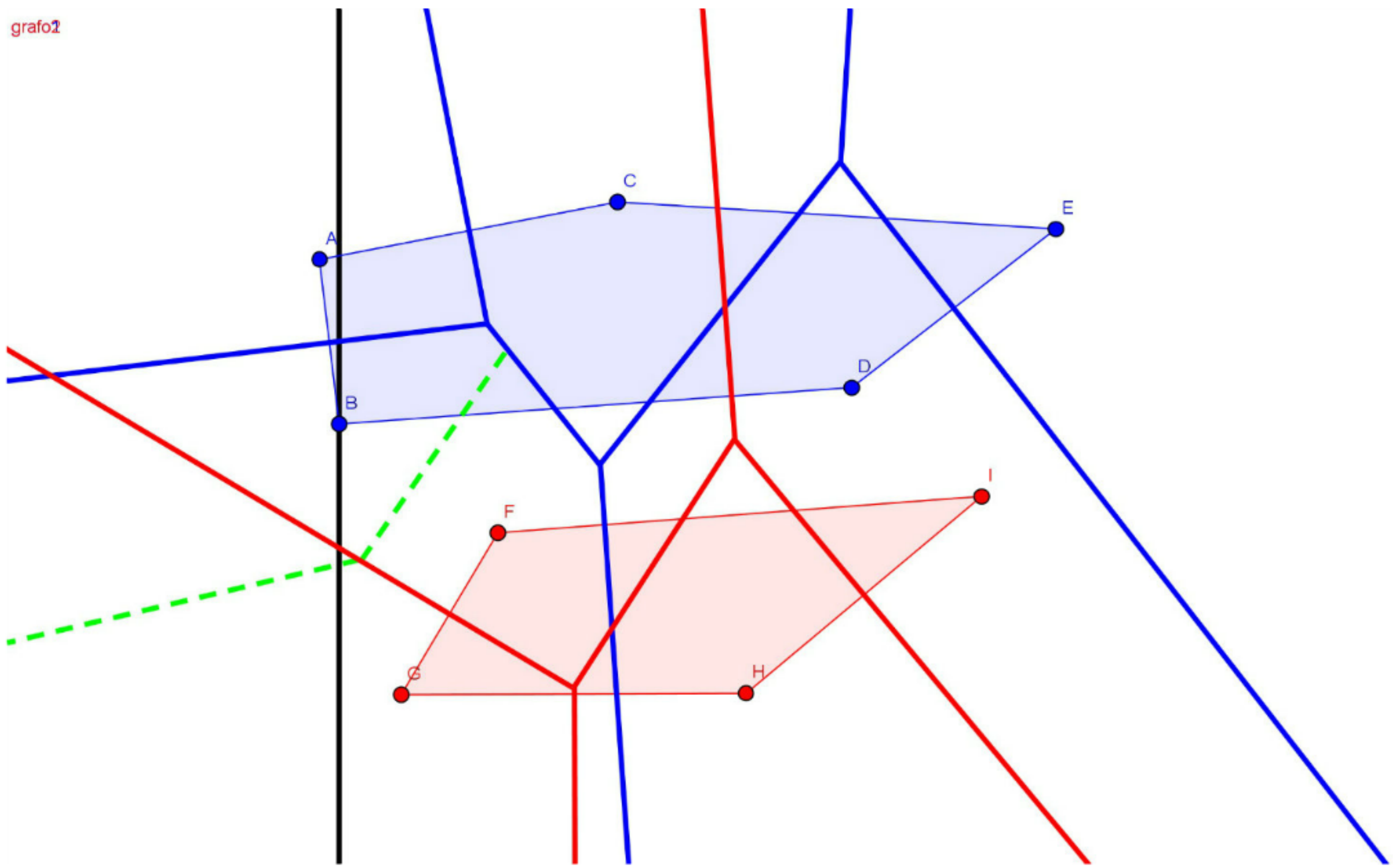

grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I

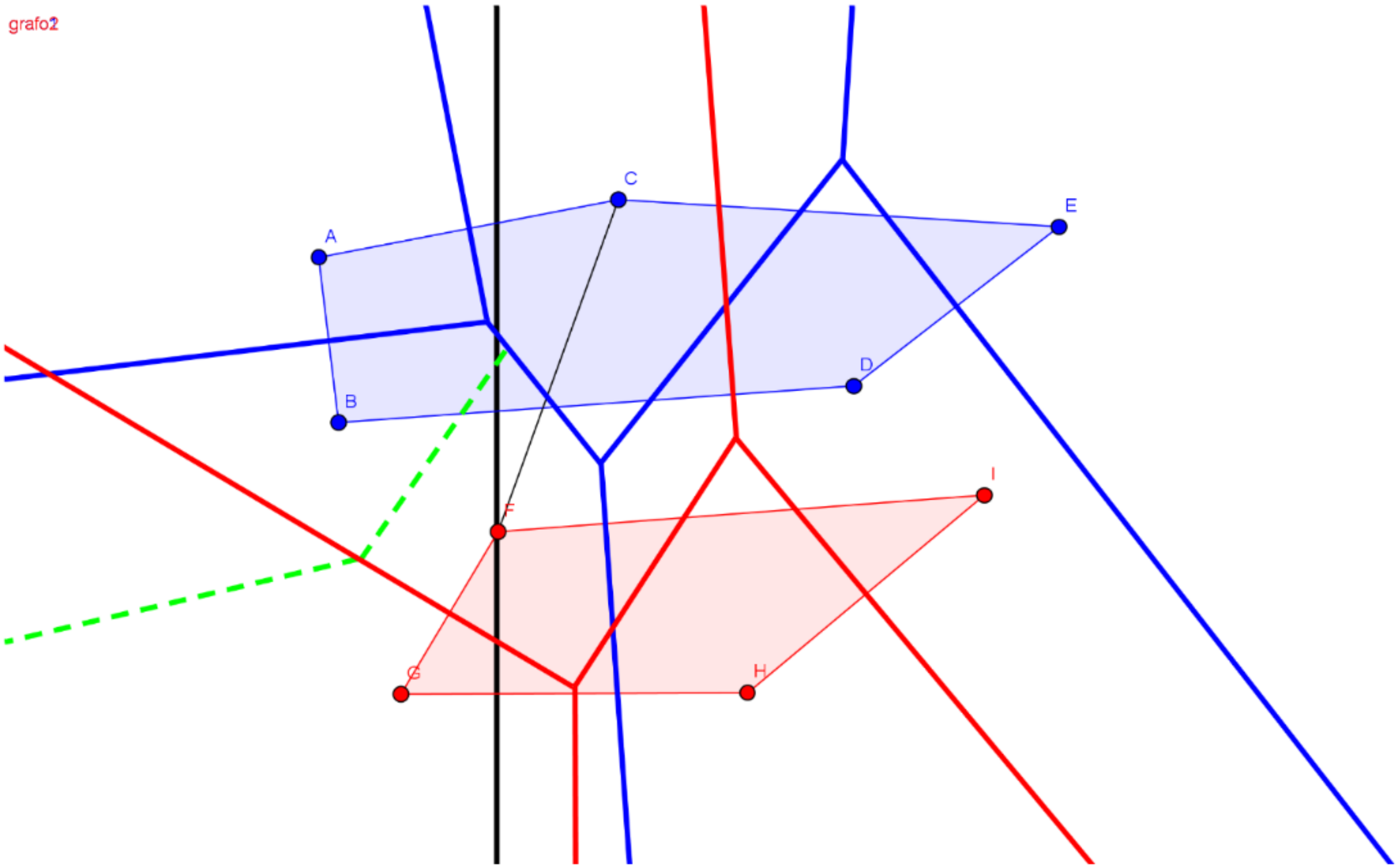

grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I


grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I

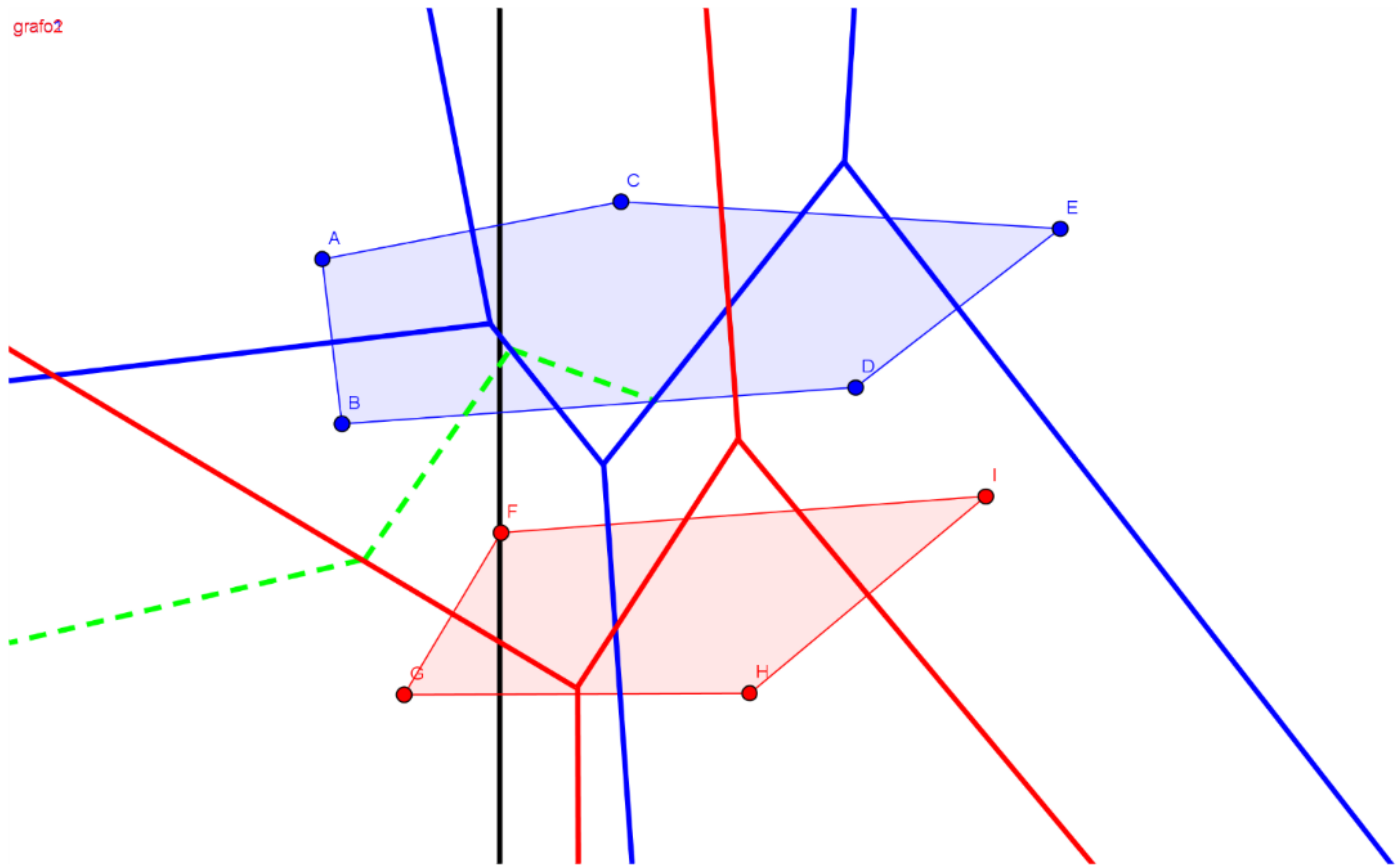


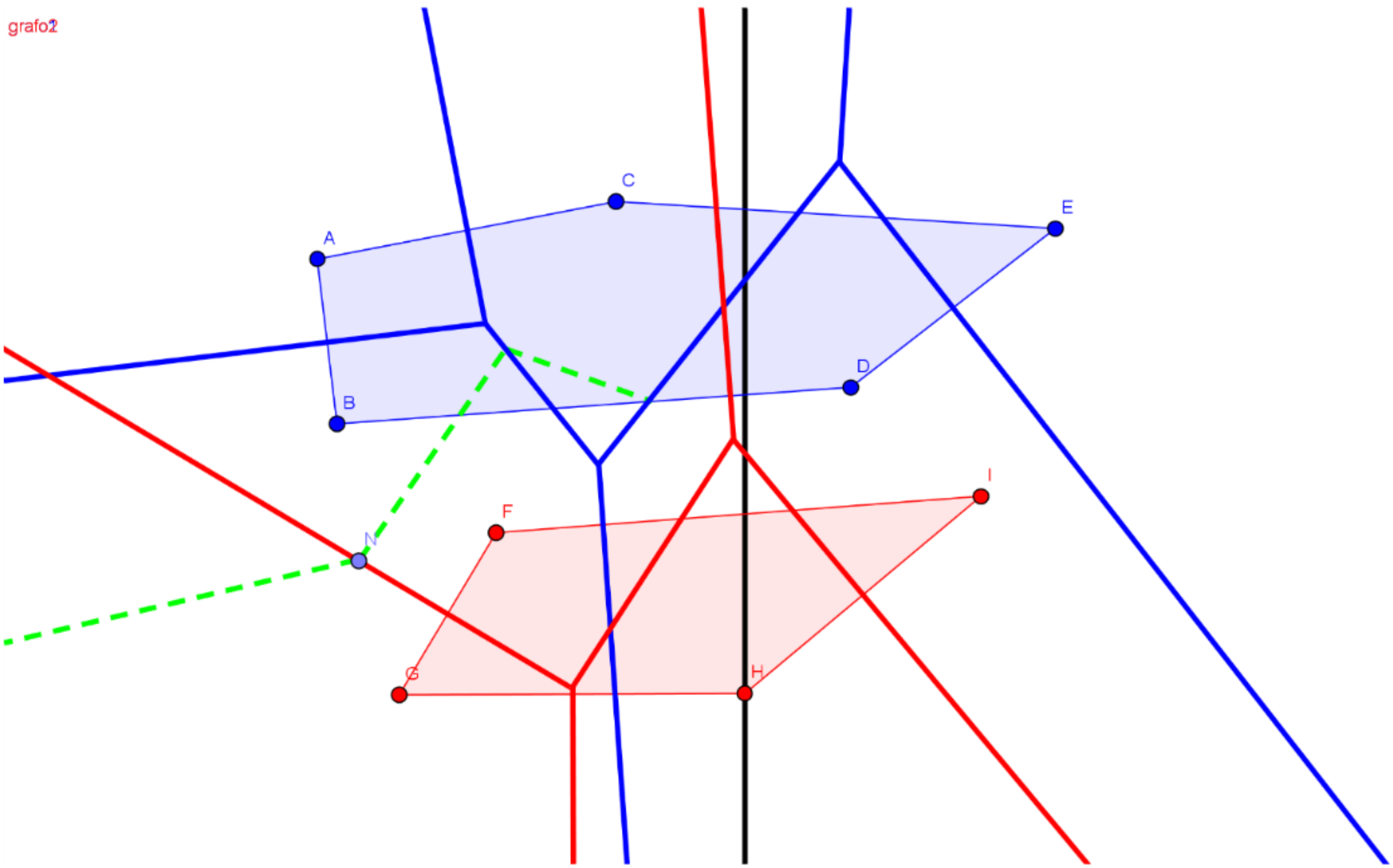
grafo1
C
E
A
D
B
I
F
G
H

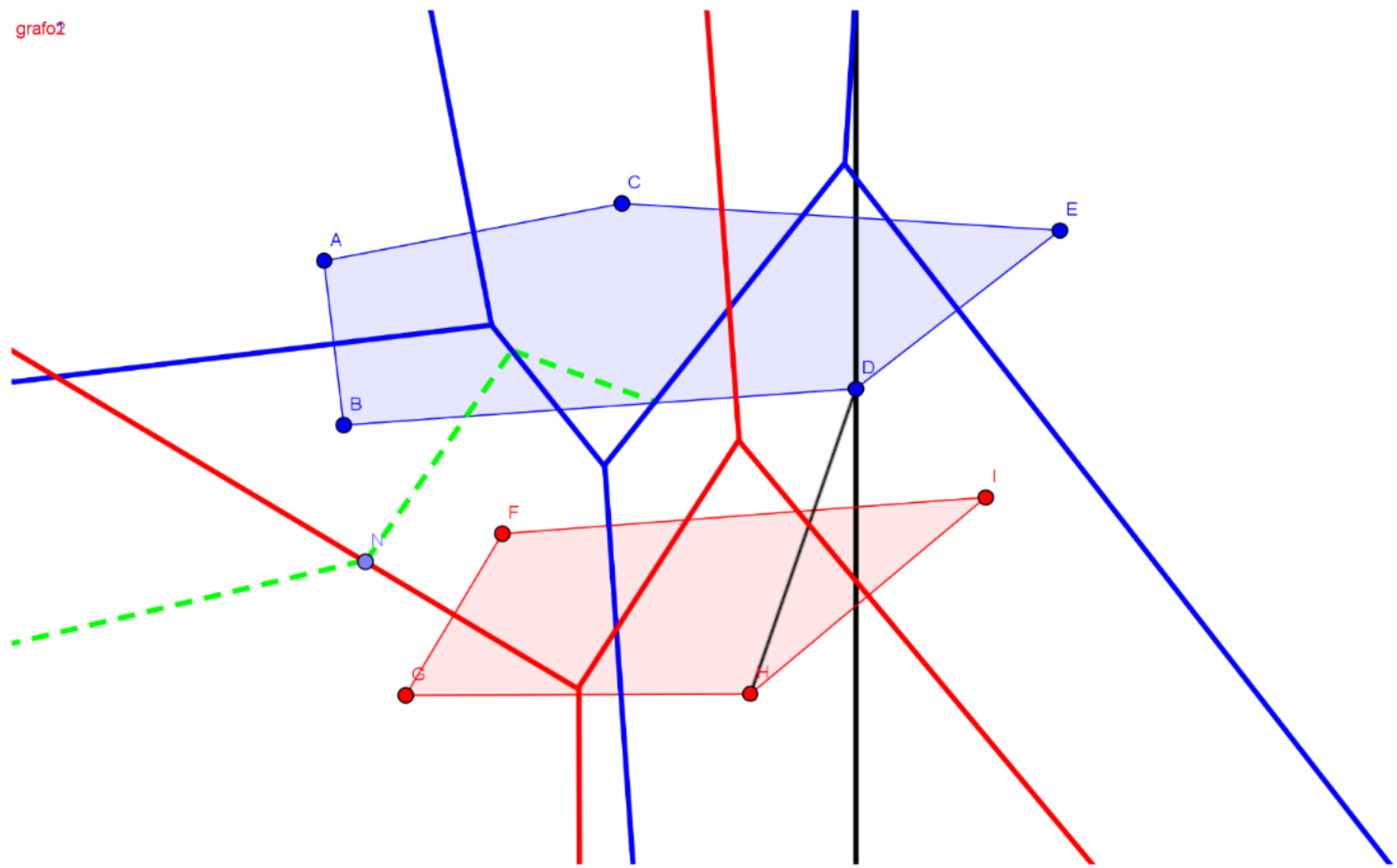

grafo1
A
B
C
D
E
F
G
H
I

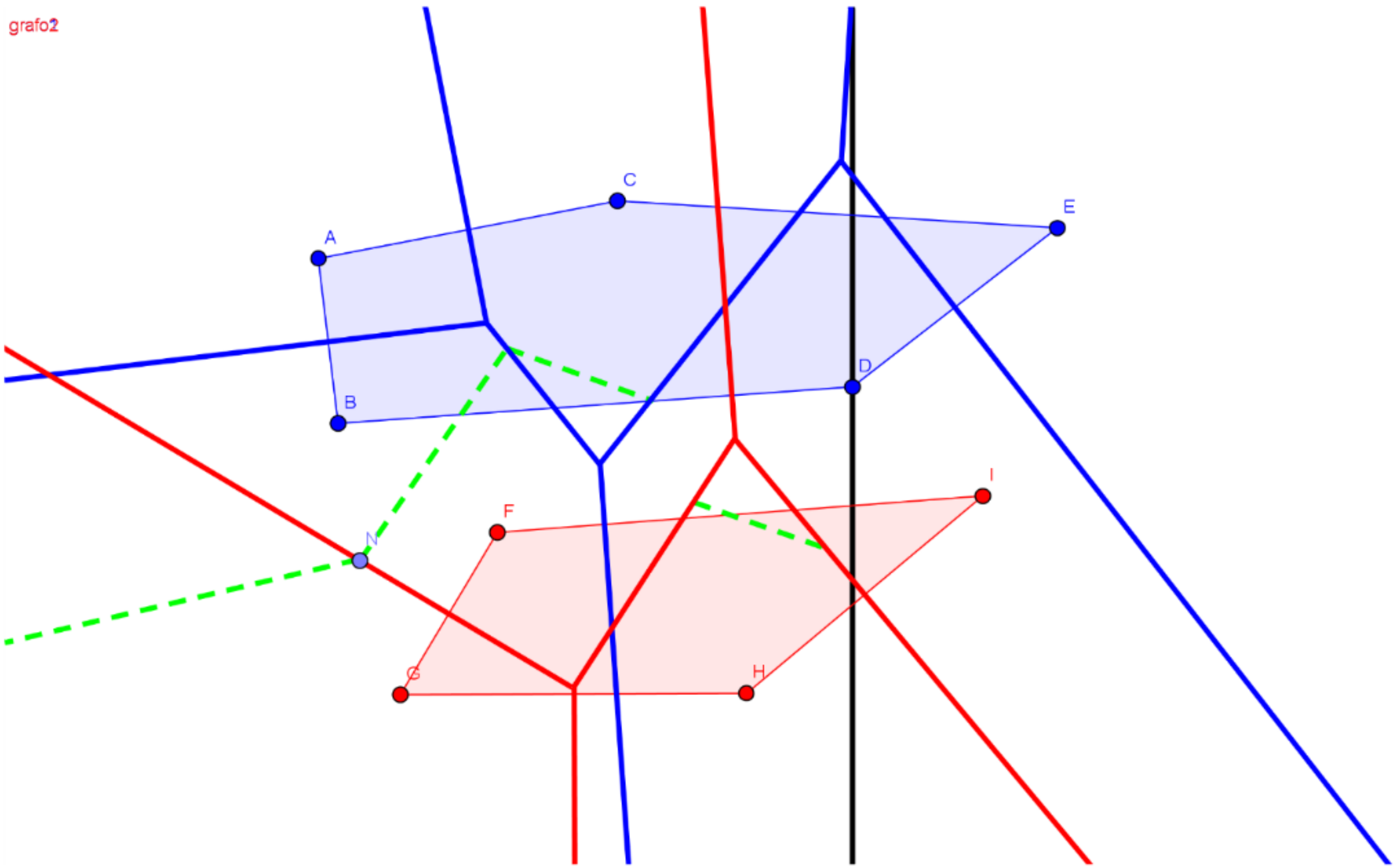


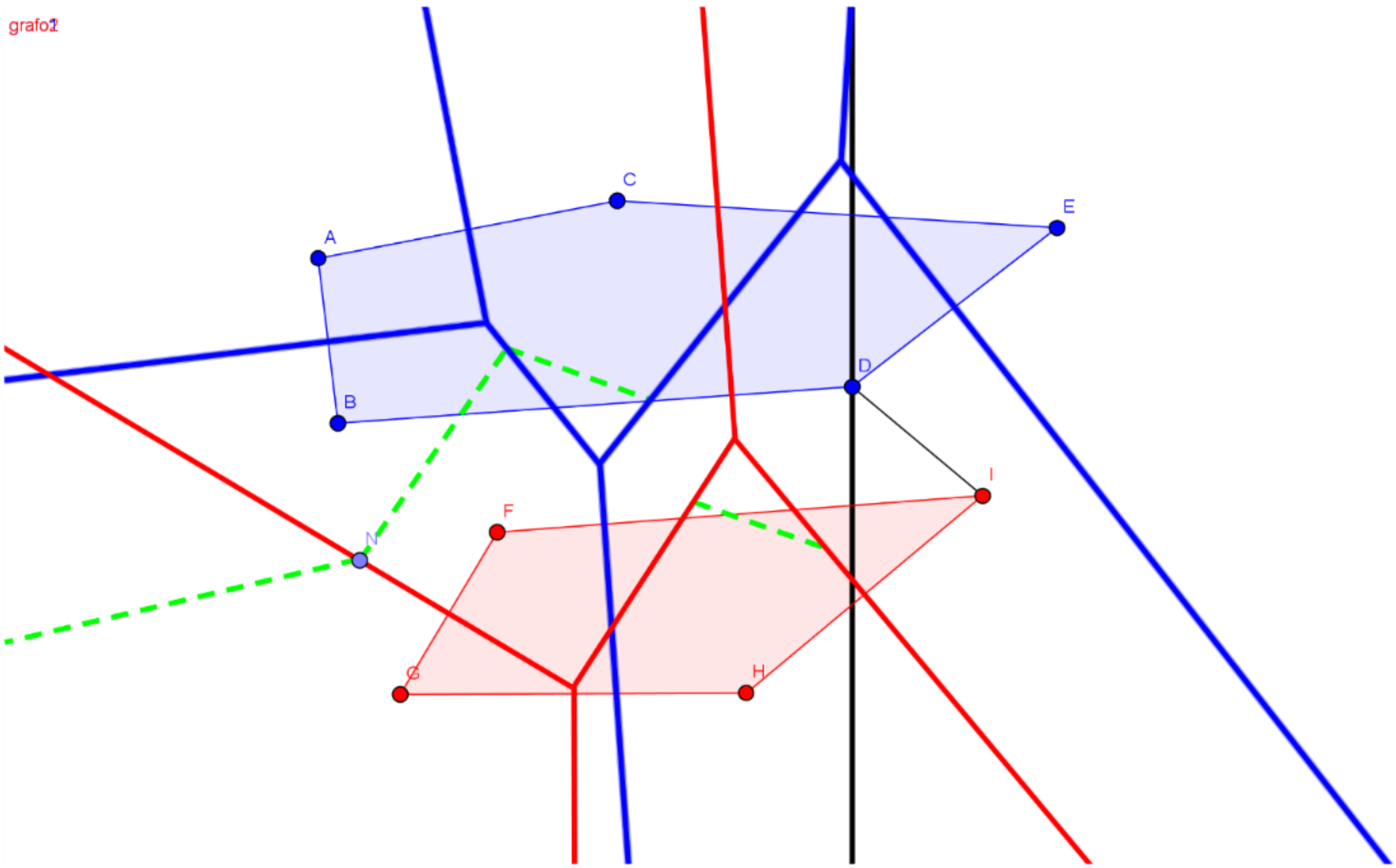
grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I


grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I

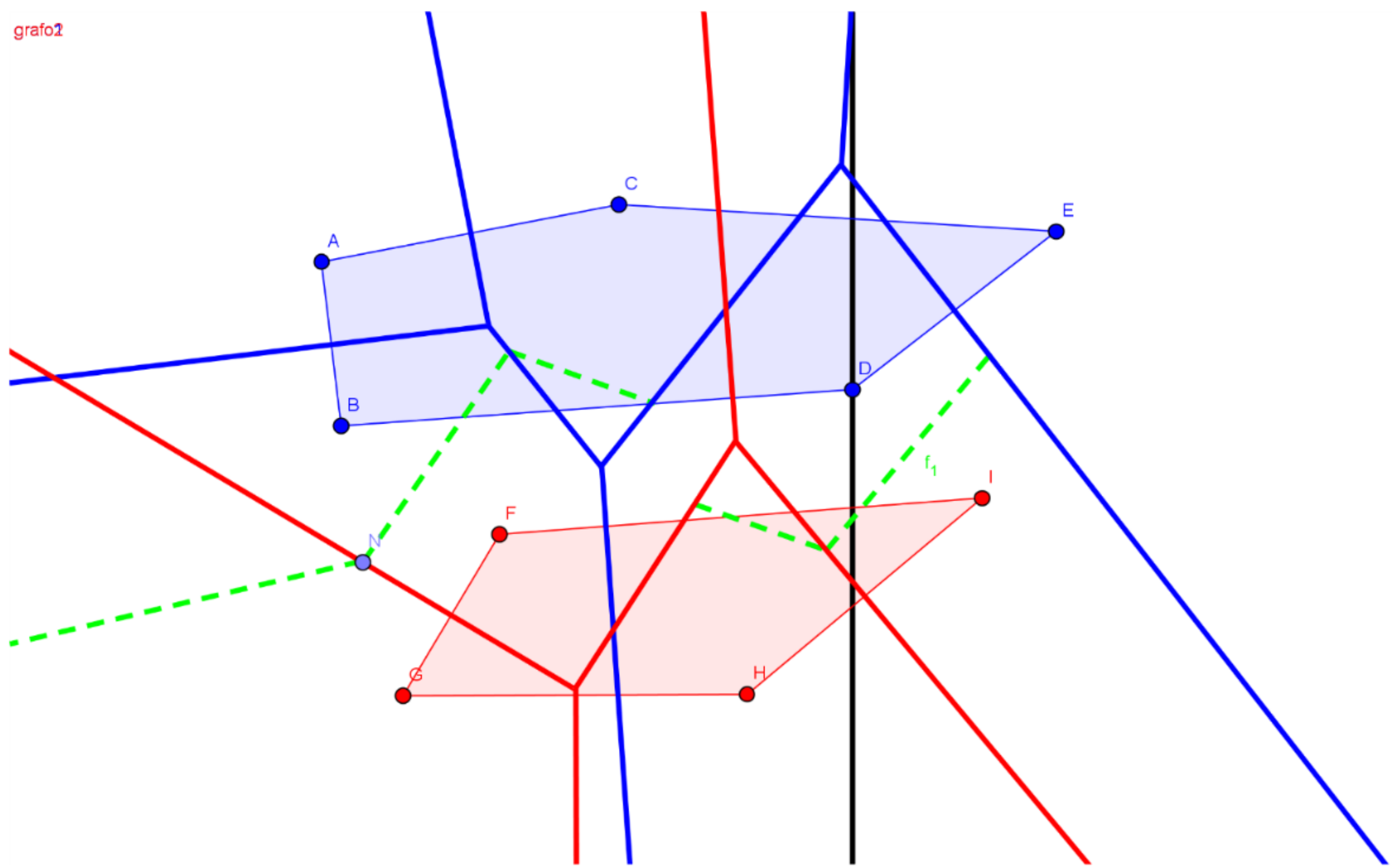

grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I
N

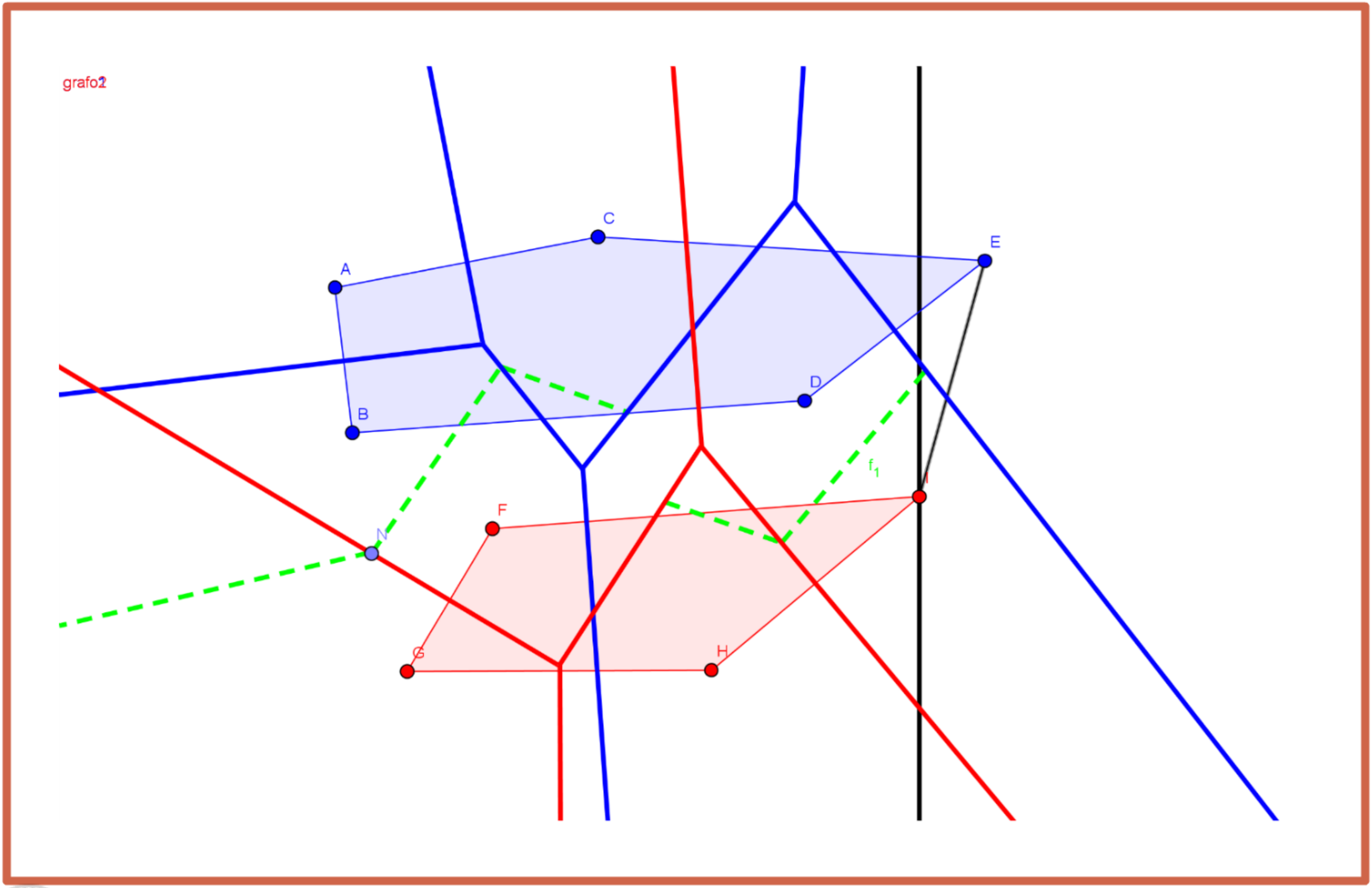

grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I
N

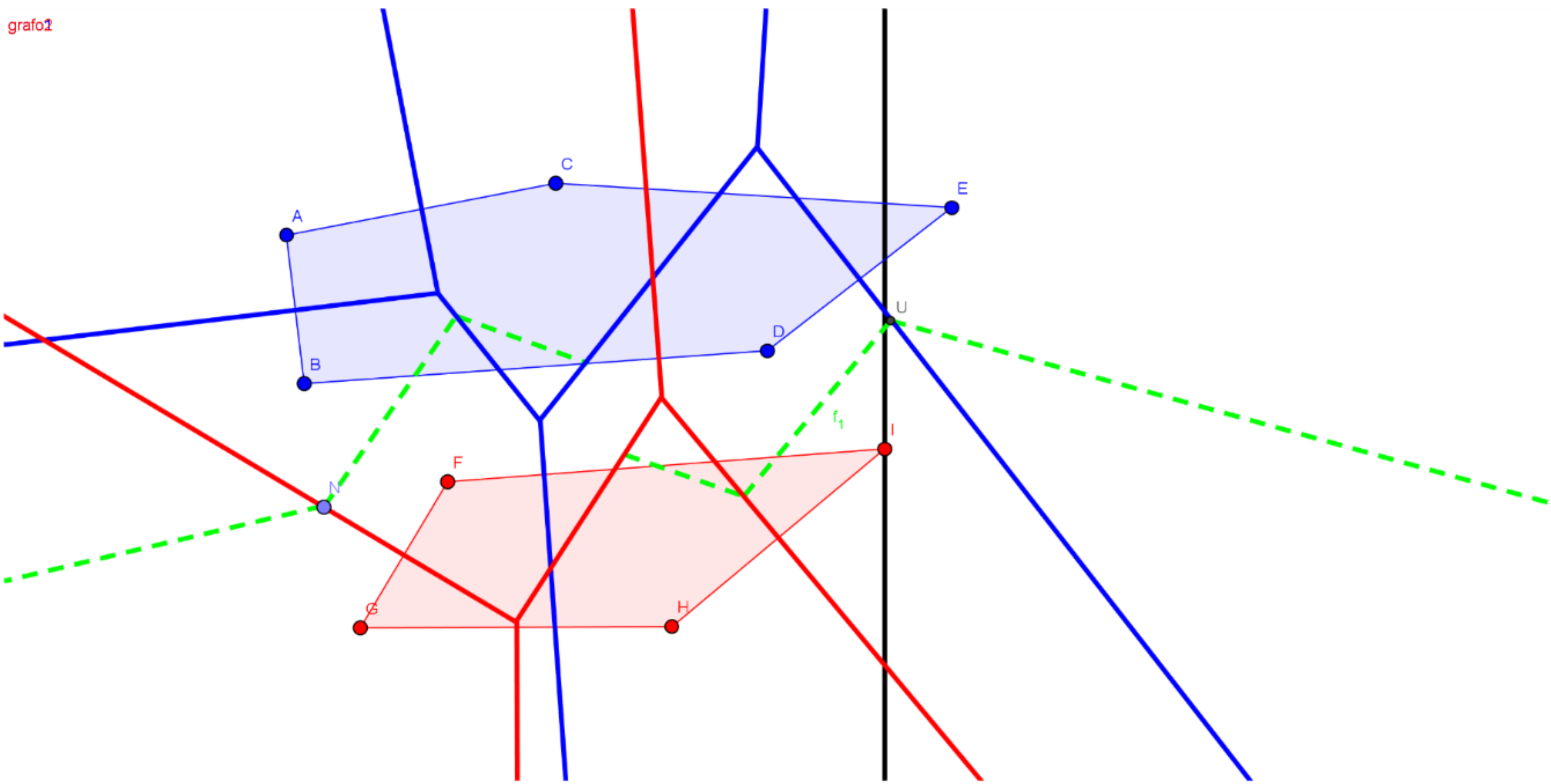

grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I
N

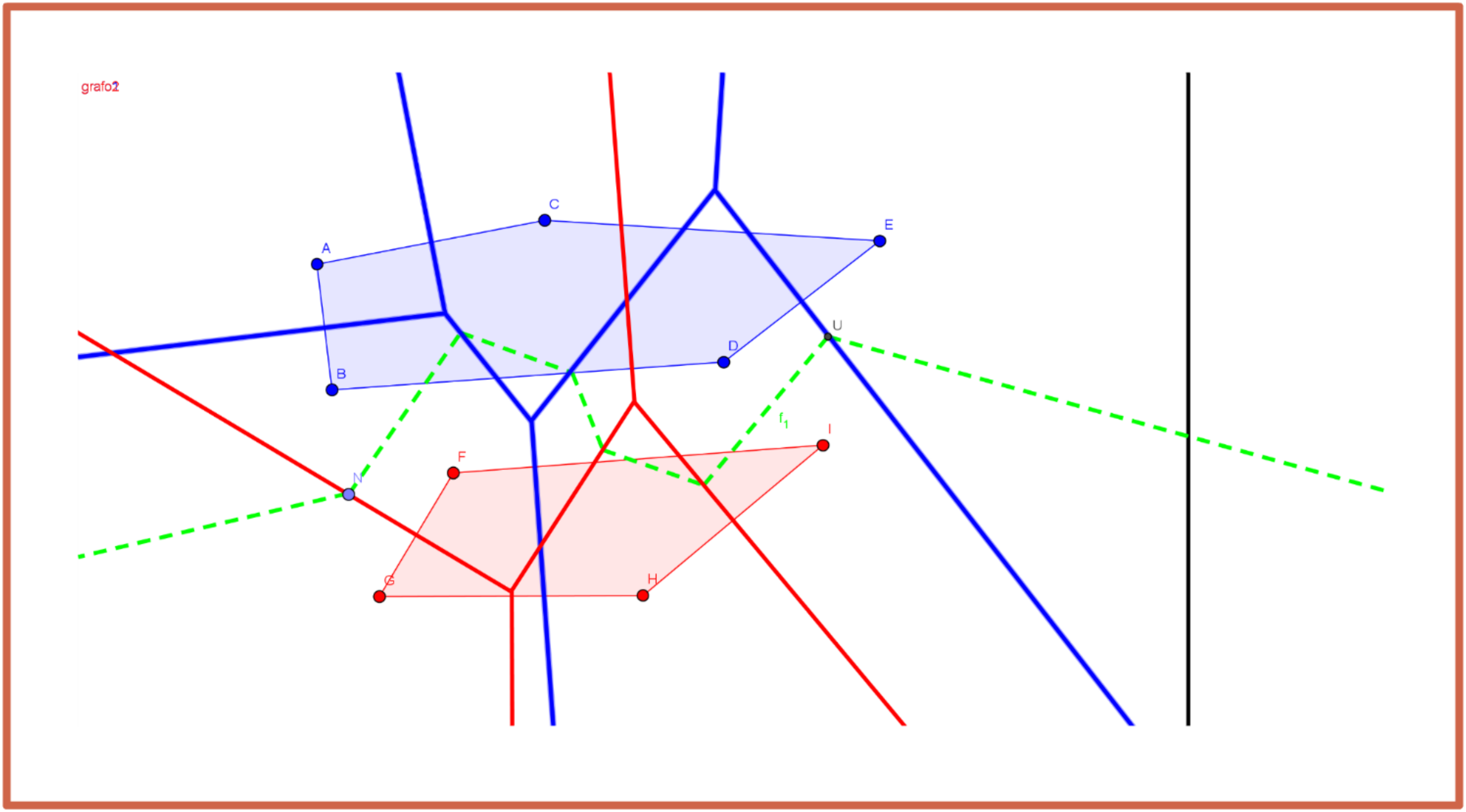


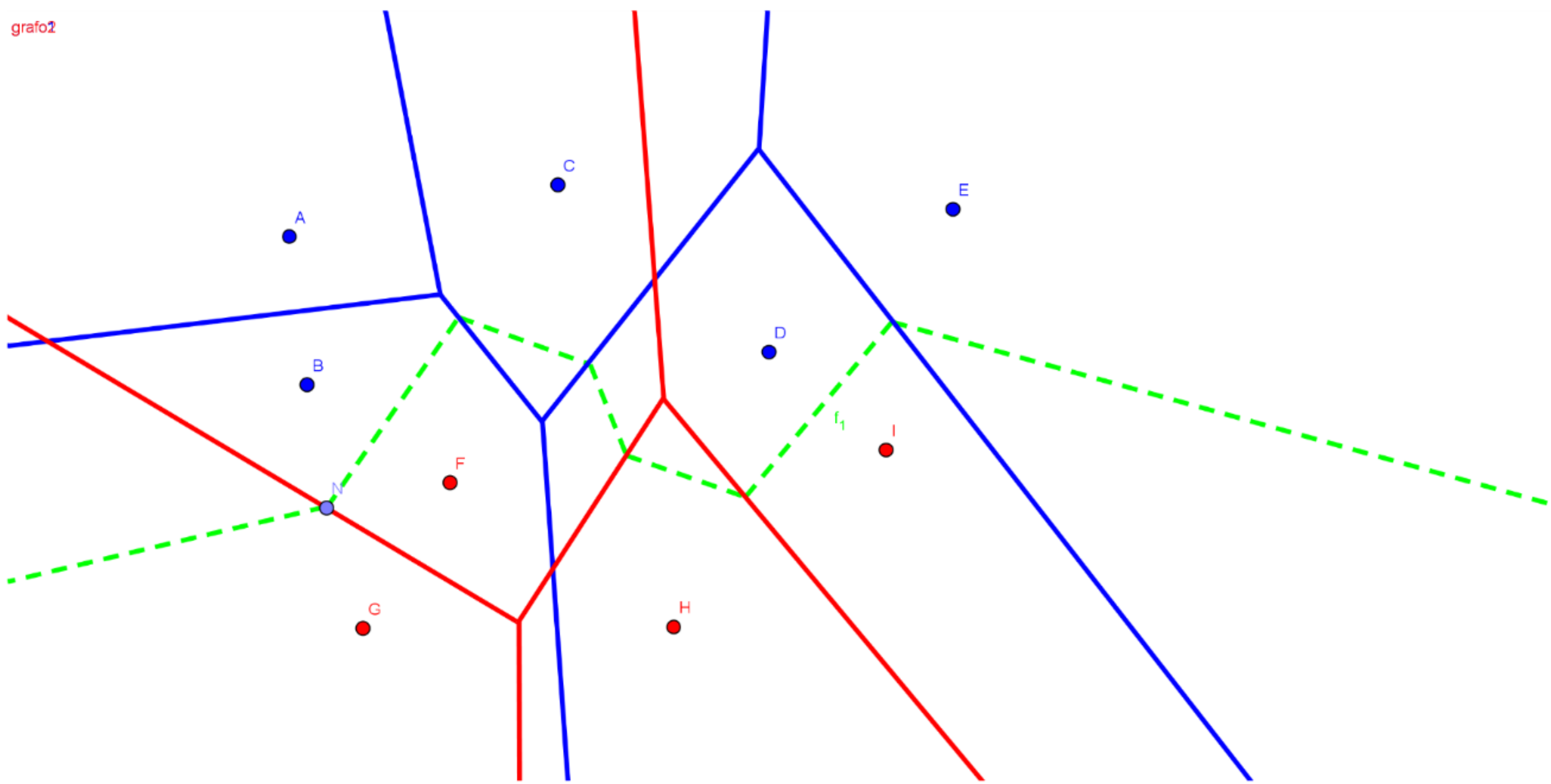
A
B
C
D
E
F
G
H
I
N

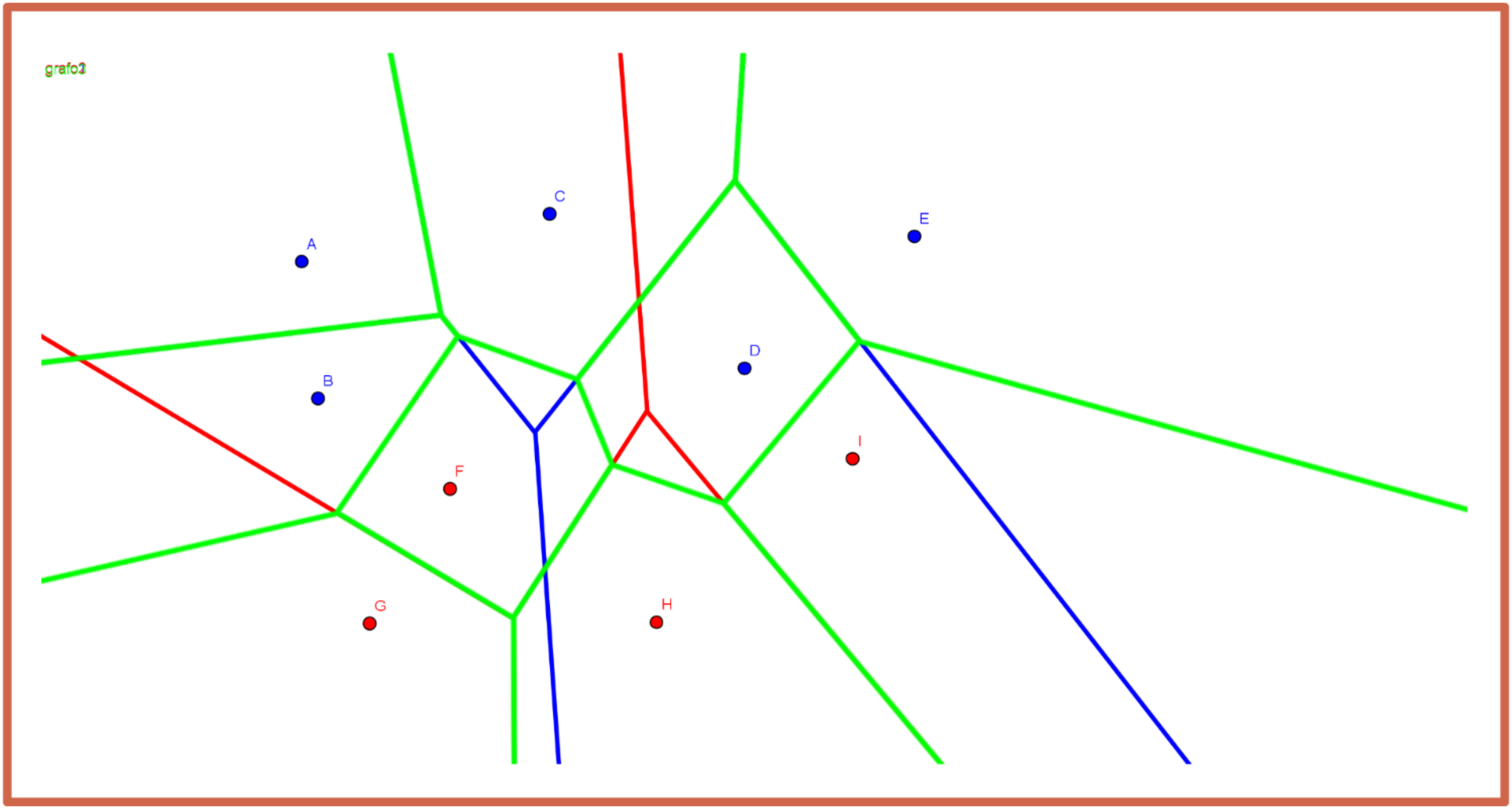

grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I
N
f1

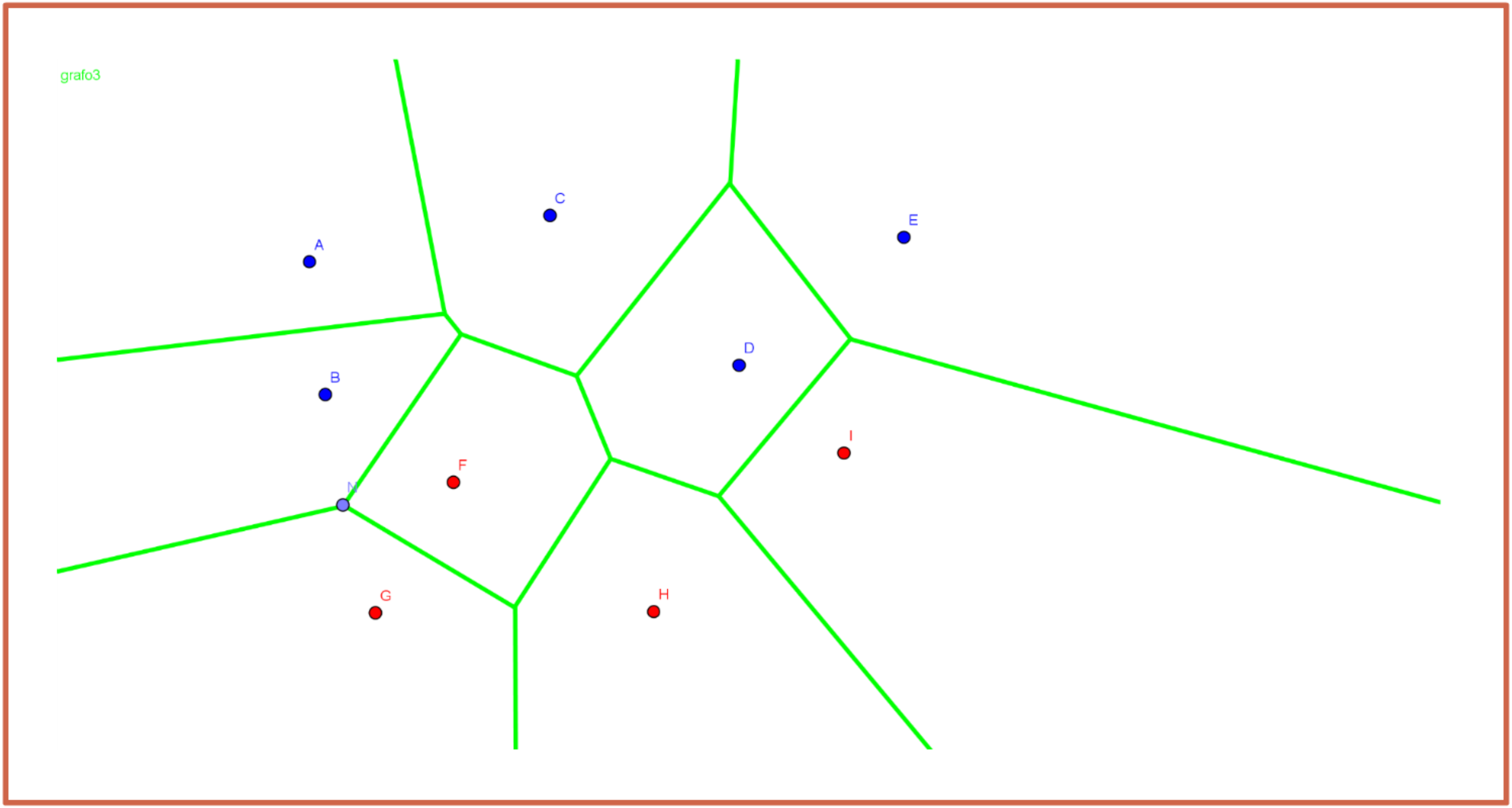

grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
N
f_1


grafo1
A
B
C
D
E
F
G
H
I
N
U
f_1


grafo2
A
B
C
D
E
F
G
H
I
N
U
f_1


grafo1
A
B
C
D
E
F
G
H
I
N
f_1


A
B
C
D
E
F
G
H
I


grafo3
A
B
C
D
E
F
G
H
I
N

VoroGlide.

http://www.pi6.fernuni-hagen.de/geomlab/voroglide/

The Voronoi Game.

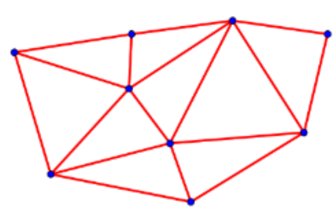
http://www.voronoigame.com/VoronoiGameApplet.html

Voronoi/Delaunay Applet.

http://www.cs.cornell.edu/info/people/chew/delaunay.html

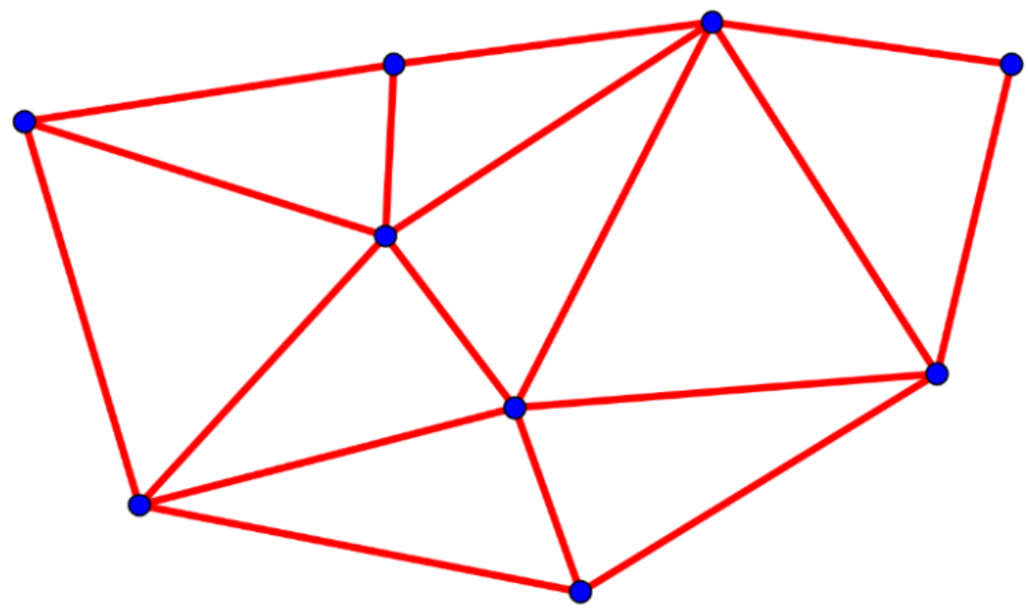
Triangulaciones de Delaunay.

Una triangulación de Delaunay es una red de triángulos que cumple la condición de Delaunay.



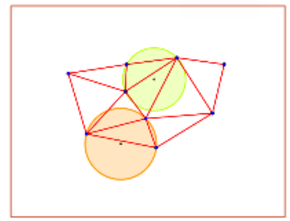
¿Quién fue Delaunay?

Boris Nikolaevich Delone.
1890-1980.



¿Quién fue Delaunay?

Condición de Delaunay: la circunferencia circunscrita de cada triángulo de la red no debe contener ningún vértice de otro triángulo.

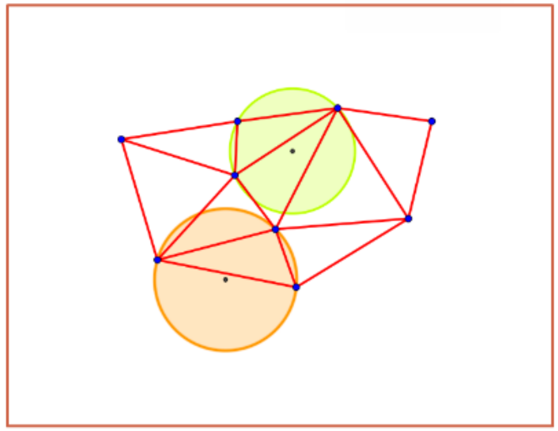


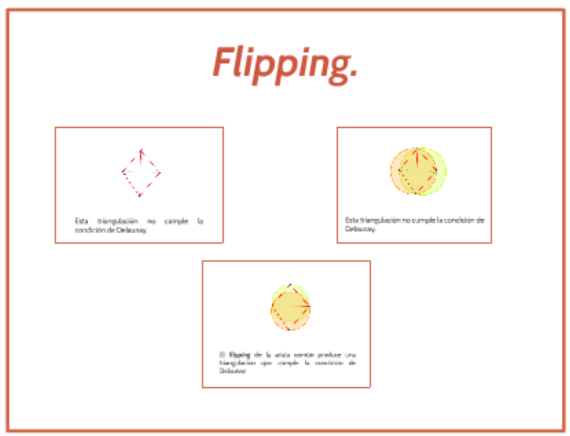
Flipping.

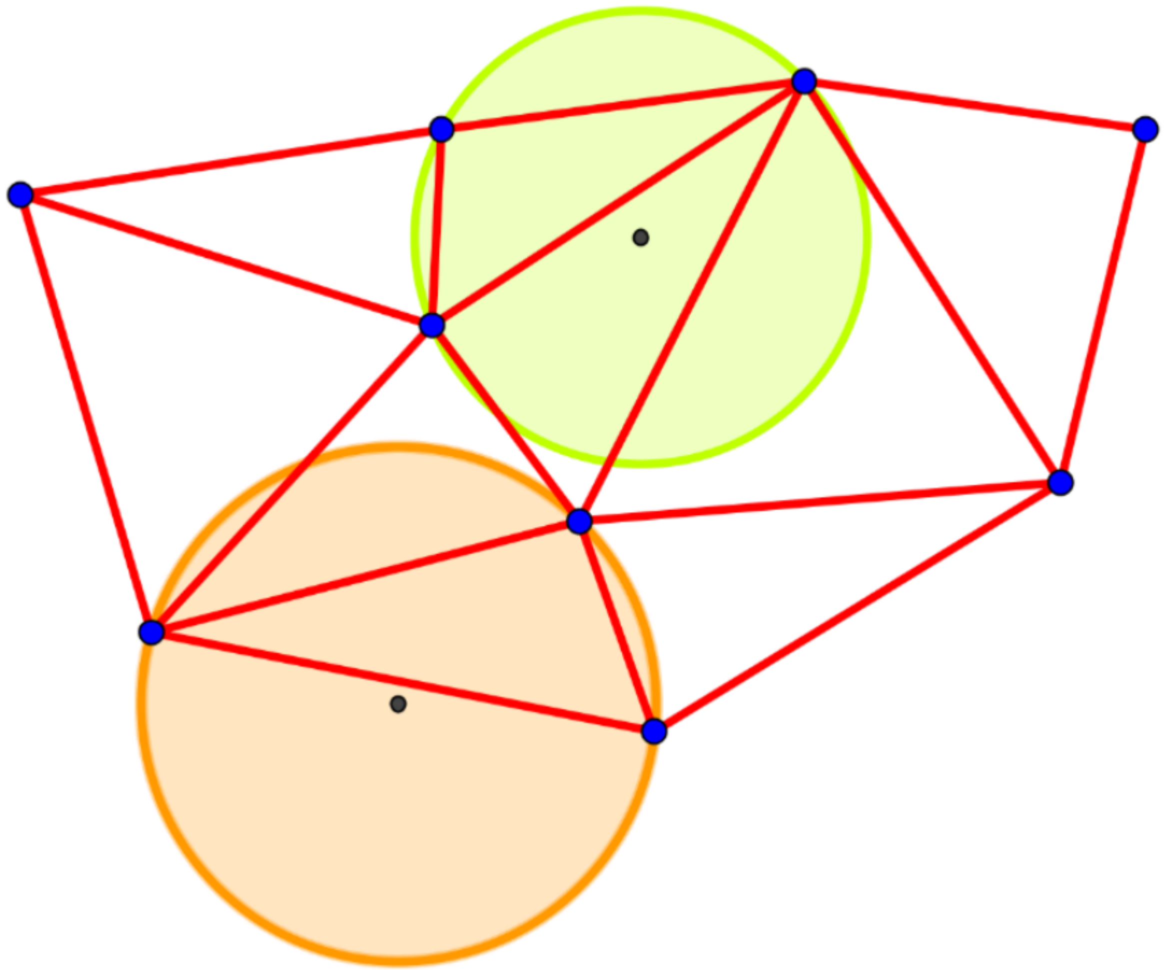
Boris Nikolaevich Delone.

1890-1980.

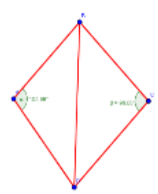
Condición de Delaunay: la circunferencia circunscrita de cada triángulo de la red no debe contener ningún vértice de otro triángulo.



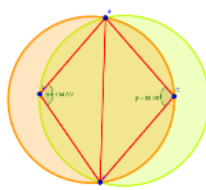




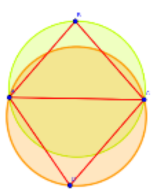
Flipping.



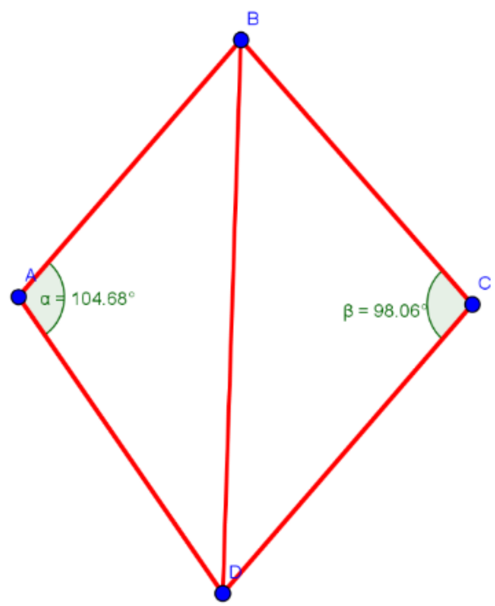
Esta triangulación no cumple la condición de Delaunay.



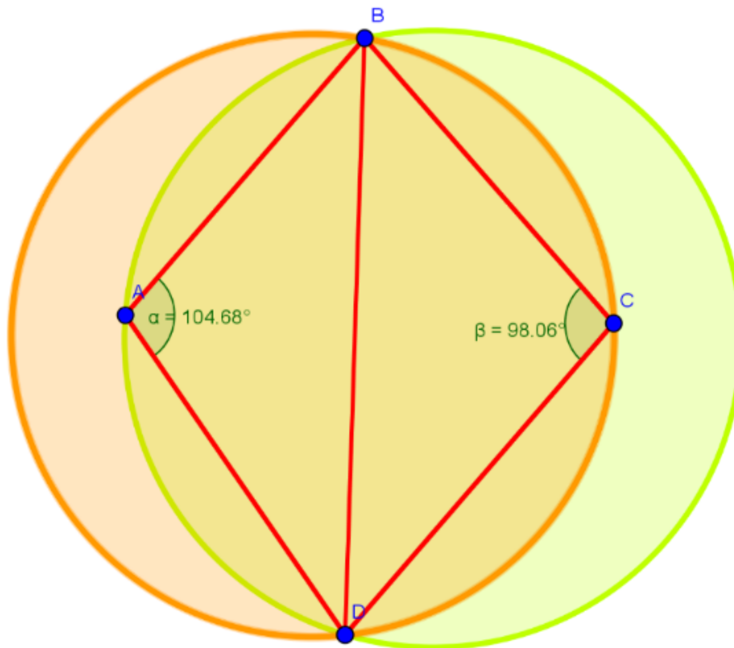
Esta triangulación no cumple la condición de Delaunay.



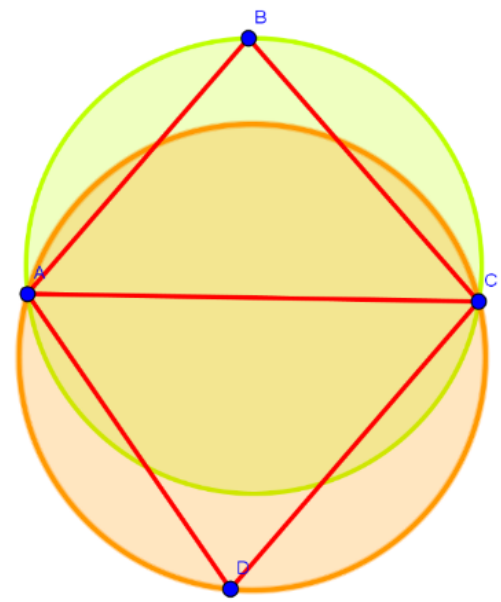
El ***flipping*** de la arista común produce una triangulación que cumple la condición de Delaunay



Esta triangulación no cumple la condición de Delaunay.



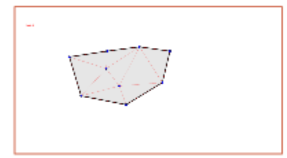
Esta triangulación no cumple la condición de Delaunay.



El ***flipping*** de la arista común produce una triangulación que cumple la condición de Delaunay

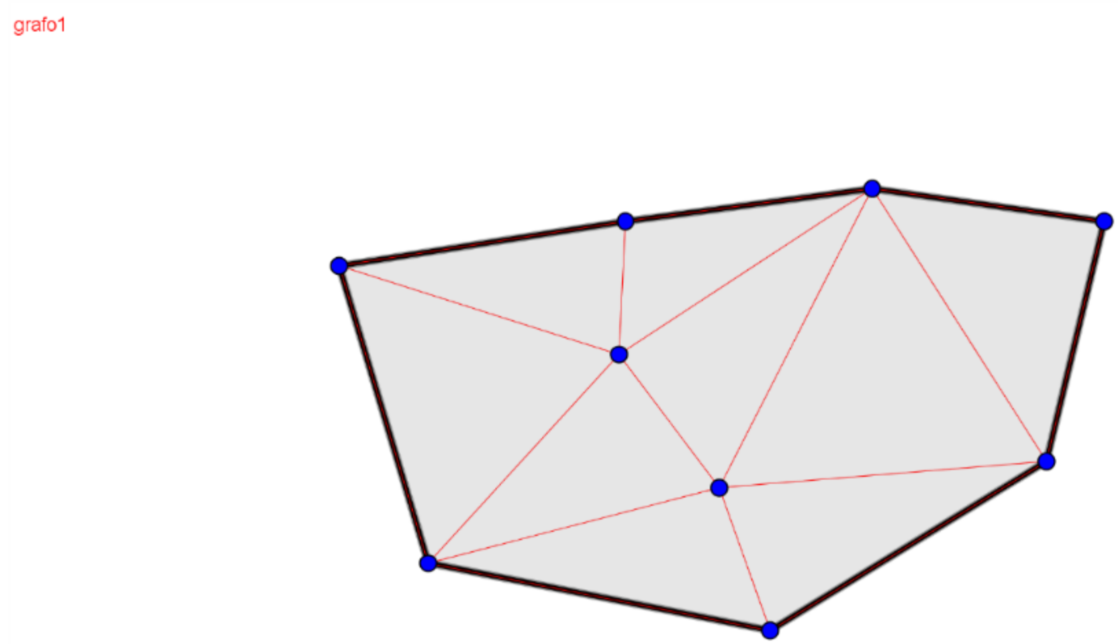
Propiedades.

a) La triangulación forma la envolvente convexa del conjunto de puntos.



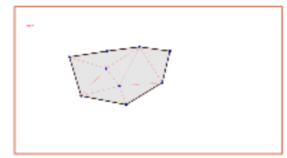
b) El ángulo mínimo de todos los triángulos está maximizado.

c) La triangulación es unívoca si en ningún borde de las circunferencias circunscritas hay más de tres vértices.


grafo1

Propiedades.

a) La triangulación forma la envolvente convexa del conjunto de puntos.

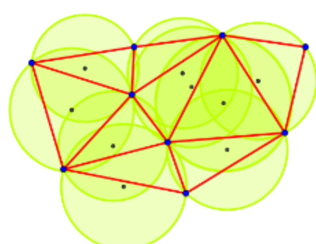


b) El ángulo mínimo de todos los triángulos está maximizado.

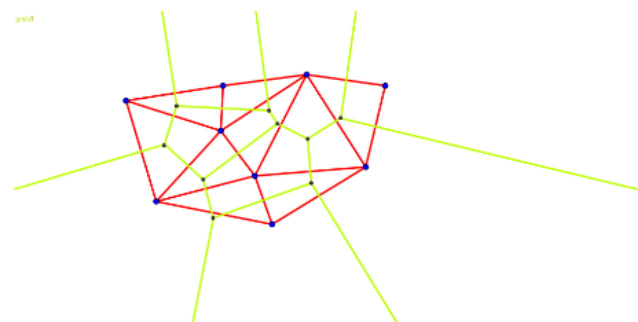
c) La triangulación es unívoca si en ningún borde de las circunferencias circunscritas hay más de tres vértices.

Relación con el Diagrama de Voronoi.

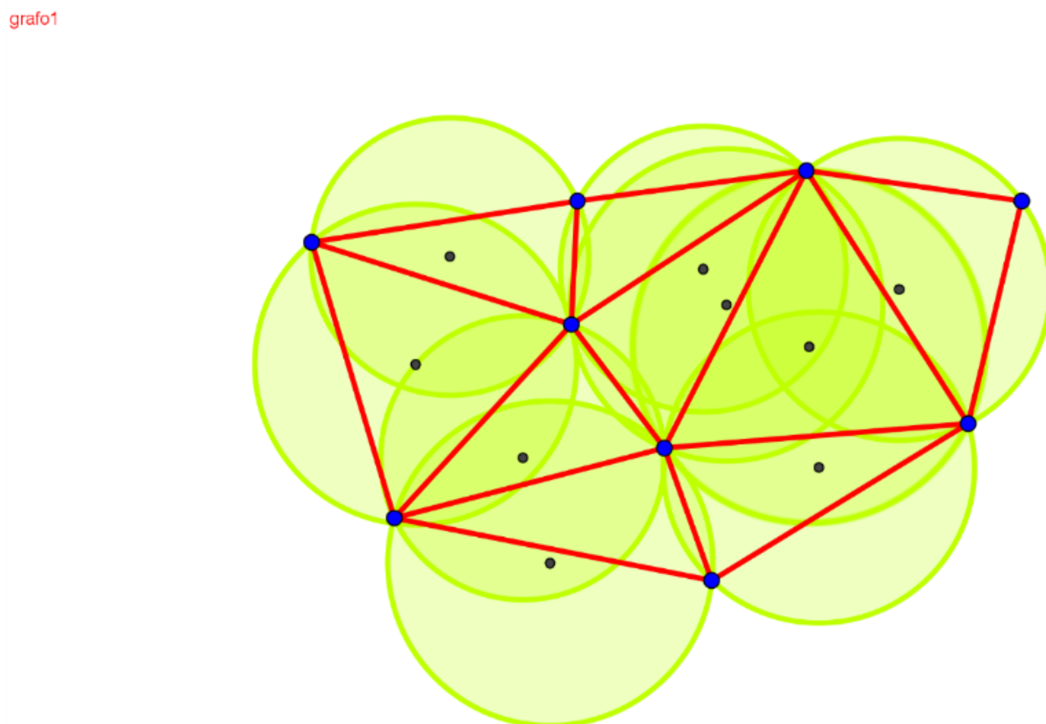
La **triangulación de Delaunay** con todos los circuncentros **es el grafo dual del diagrama de Voronoi**: los circuncentros son los vértices de los segmentos del diagrama.



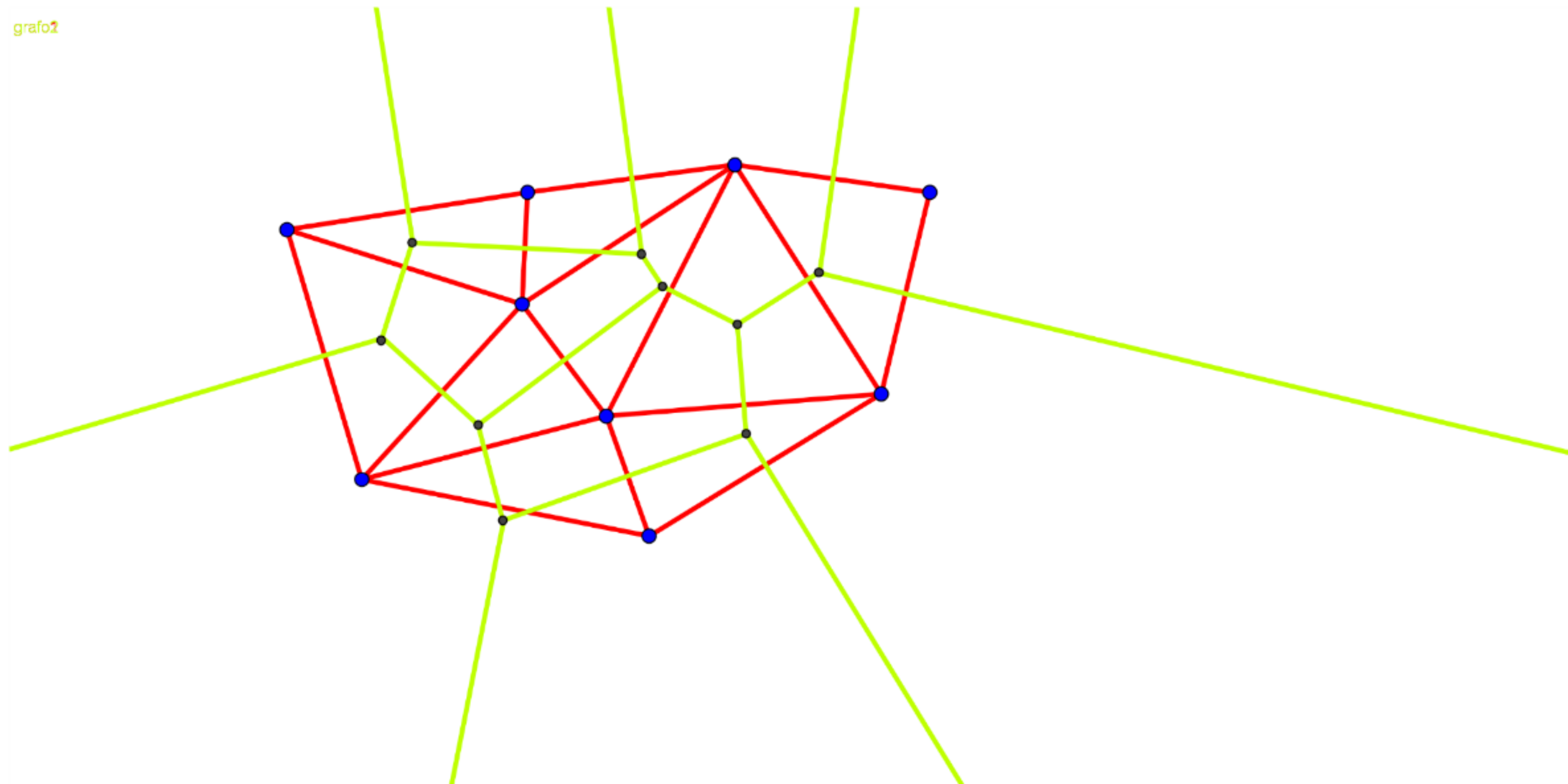
Triangulación con las circunferencias circunscritas y sus centros en gris.



Conectando los centros de las circunferencias circunscritas se produce el diagrama de Voronoi (en verde).



Triangulación con las circunferencias circunscritas y sus centros en gris.

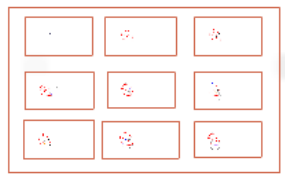


Conectando los centros de las circunferencias circunscritas se produce el diagrama de Voronoi (en verde).

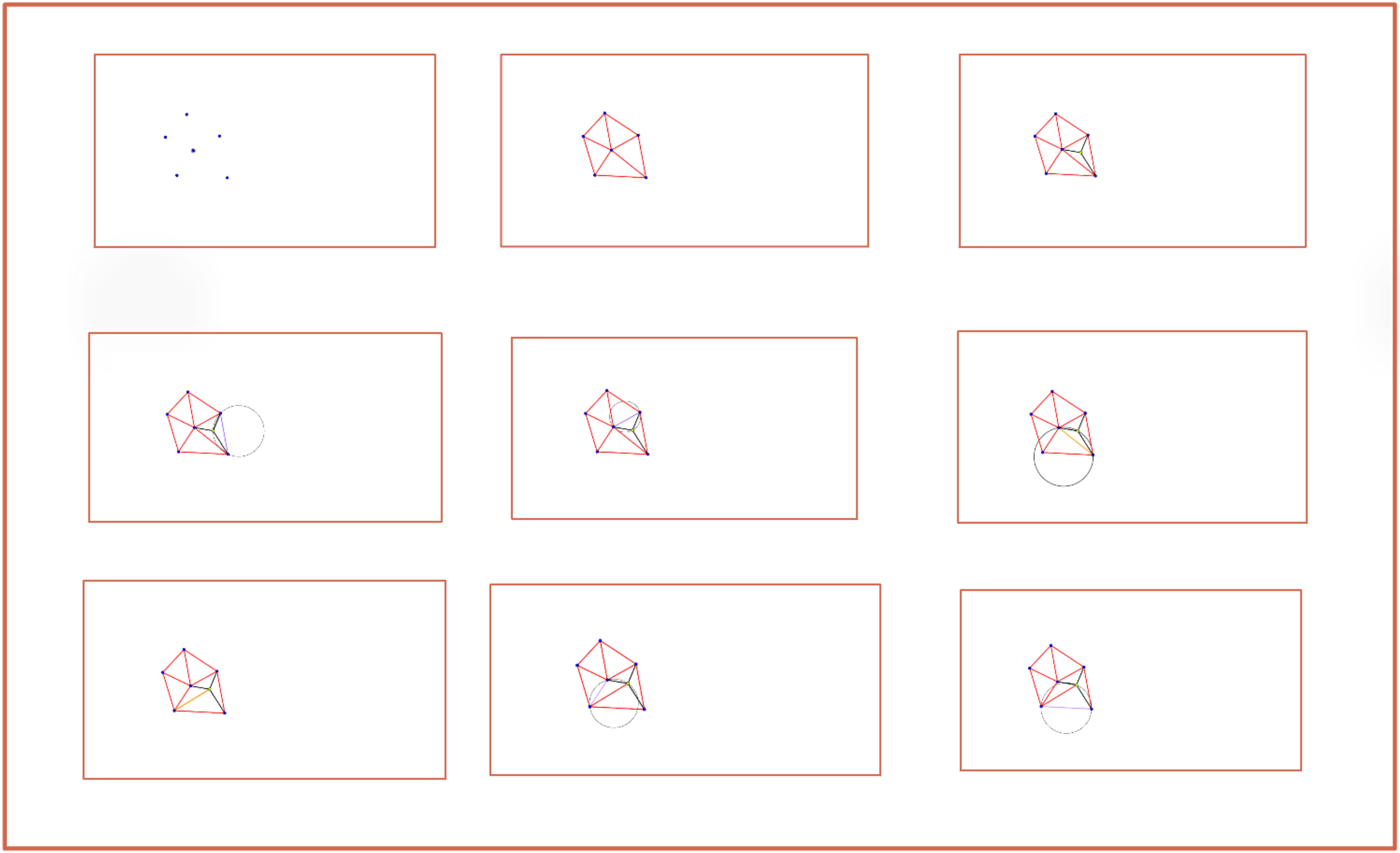
Algoritmos.

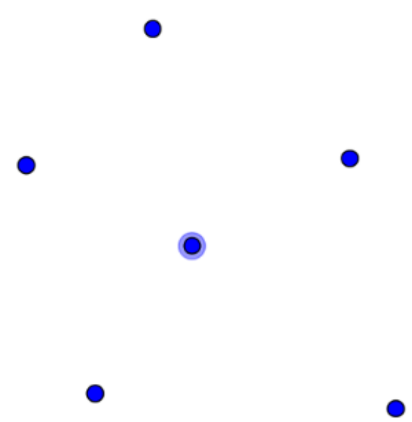
Divide y vencerás: dividir el conjunto de puntos en dos partes de igual tamaño, calcular la triangulación de Delaunay para cada parte individualmente y después reunir las dos triangulaciones corrigiendo los errores.

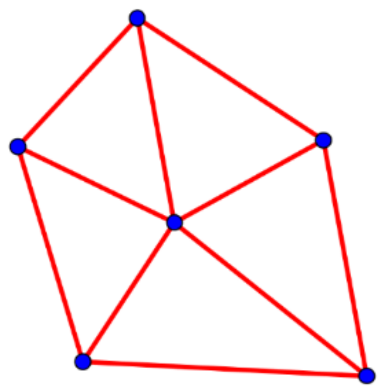
Construcción incremental: añadir un vértice a una triangulación de Delaunay y corregir la red hasta que todos los triángulos cumplan de nuevo la condición de Delaunay.

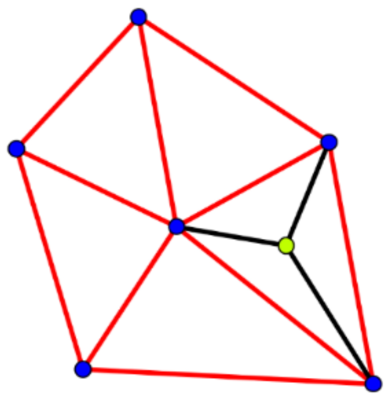


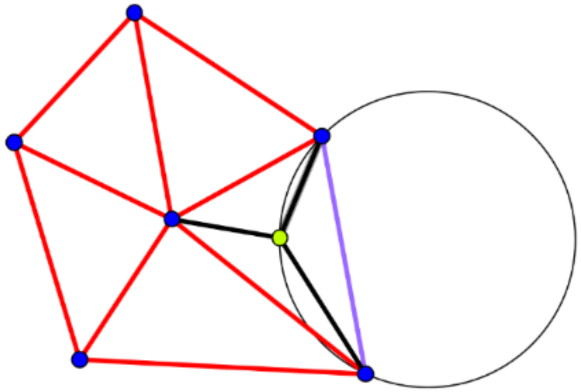
Sweepline : construir una pequeña parte de la triangulación final y después seguir añadiendo vértices hasta que la triangulación esté completa. No hay que corregir ninguno de los errores que pudieran presentarse.

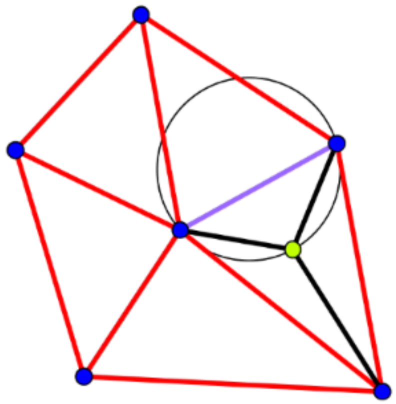


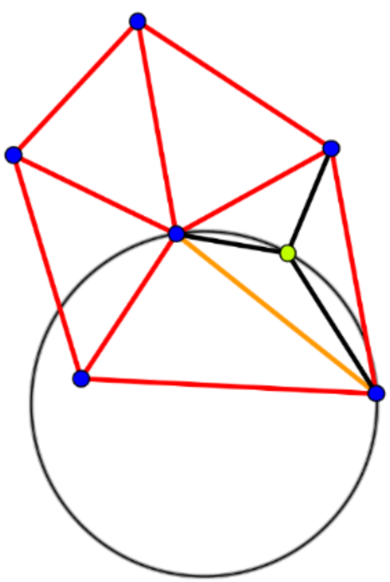


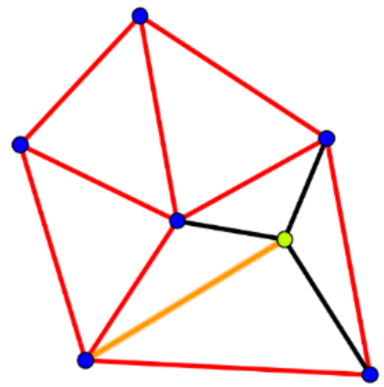


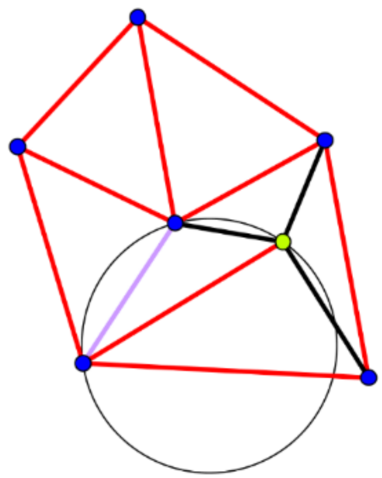


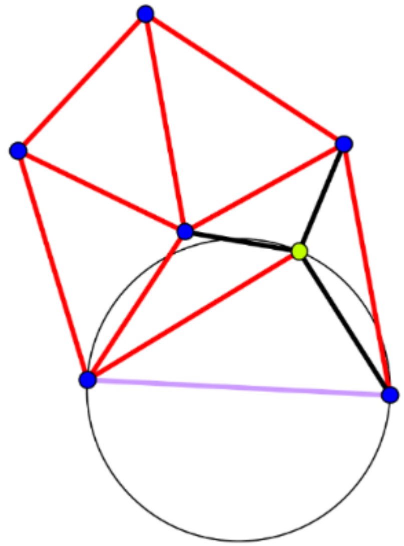








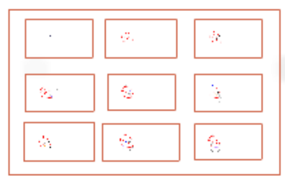




Algoritmos.

Divide y vencerás: dividir el conjunto de puntos en dos partes de igual tamaño, calcular la triangulación de Delaunay para cada parte individualmente y después reunir las dos triangulaciones corrigiendo los errores.

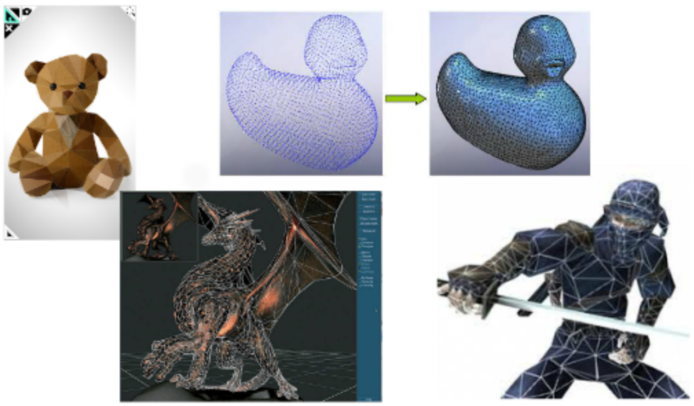
Construcción incremental: añadir un vértice a una triangulación de Delaunay y corregir la red hasta que todos los triángulos cumplan de nuevo la condición de Delaunay.



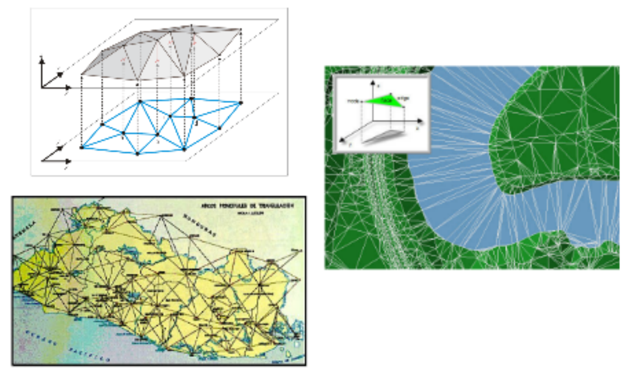
Sweepline : construir una pequeña parte de la triangulación final y después seguir añadiendo vértices hasta que la triangulación esté completa. No hay que corregir ninguno de los errores que pudieran presentarse.

Aplicaciones y Curiosidades.

Modelado de objetos tridimensionales.



Modelado de terrenos.



Triangulaciones.

http://personal.us.es/almar/docencia/practicas/triangulaciones/tema4.html

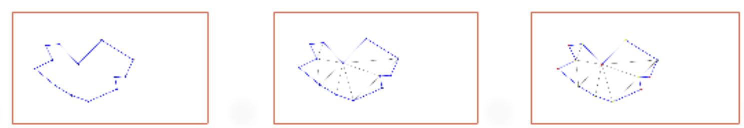
Triangulación 3D.

http://www.math.tamu.edu/~romwell/delaunay_applet/

Delaunay y Voronoi.

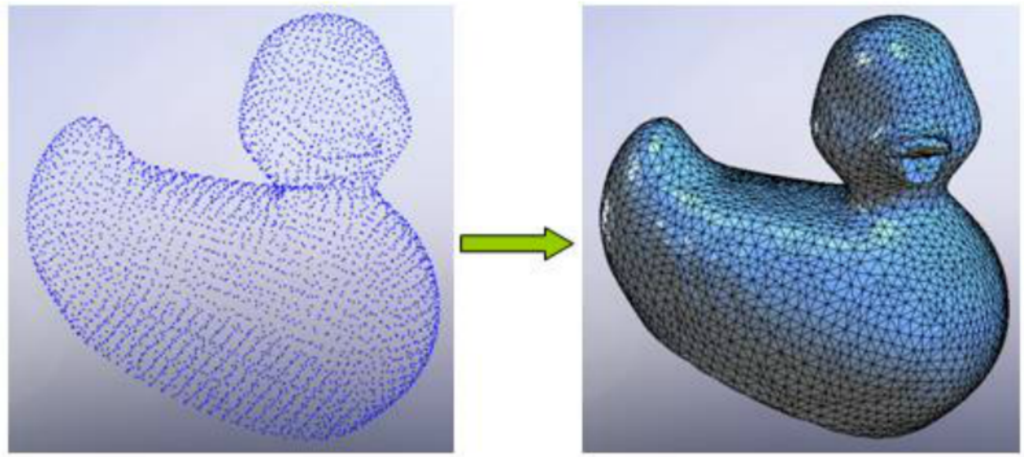
http://people.bath.ac.uk/enscjb/voronoi/tri.html

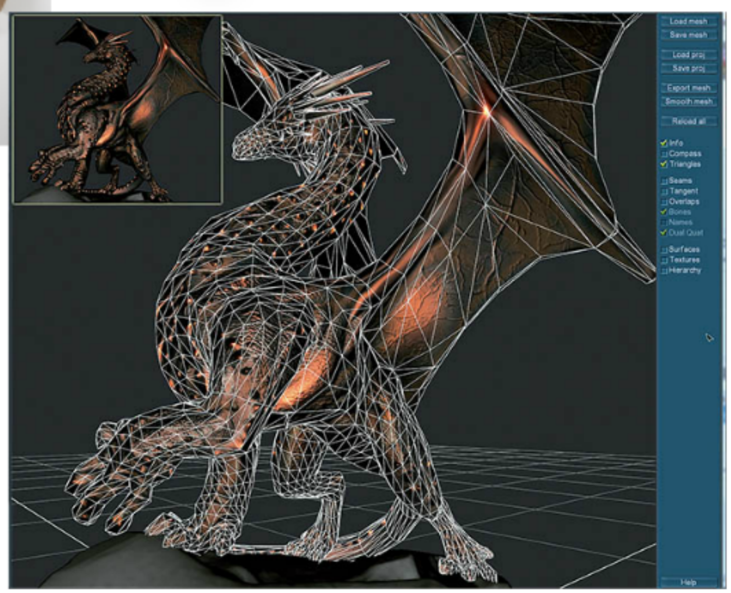
¿Cuál es el mínimo número de guardas, o cámaras de vigilancia, que se necesitan para vigilar una galería de arte?



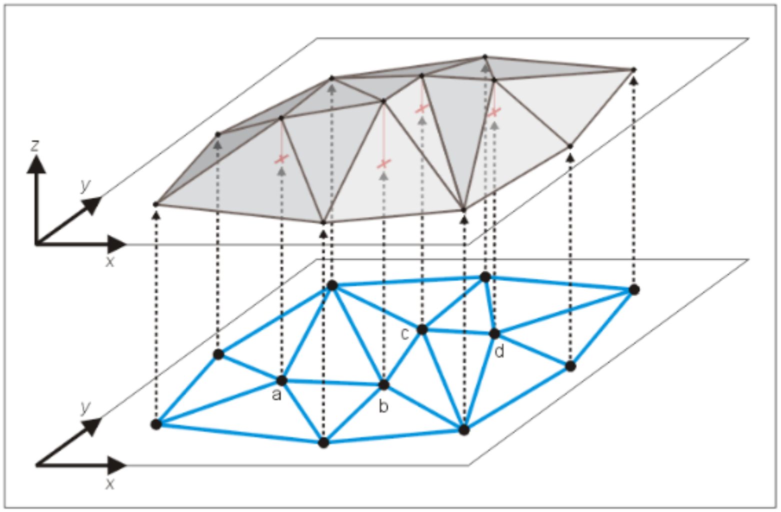
Si hay n vértices son suficientes el mayor número entero menor o igual que n/3.

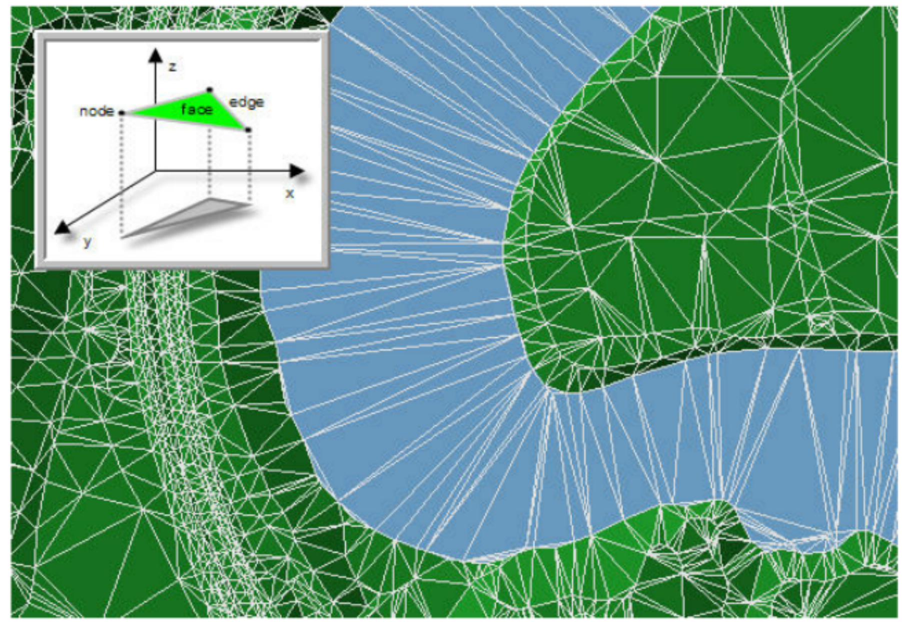
Modelado de objetos tridimensionales.

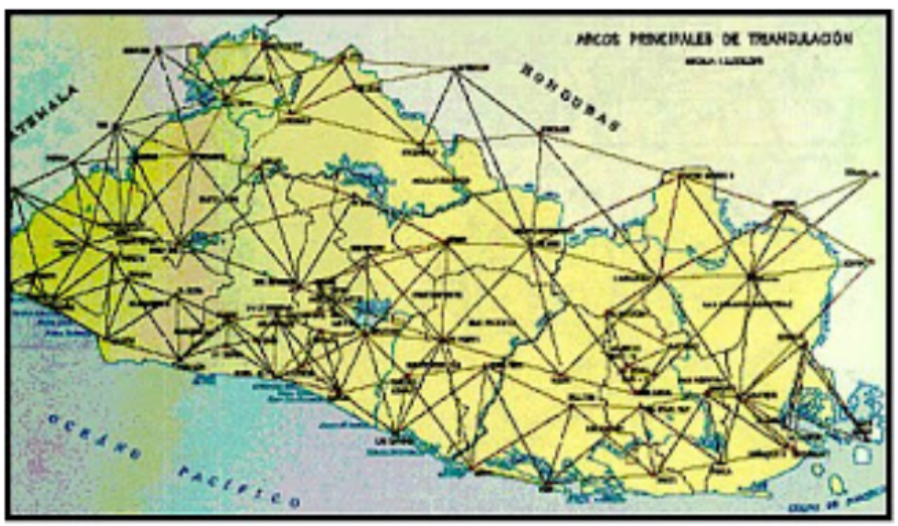


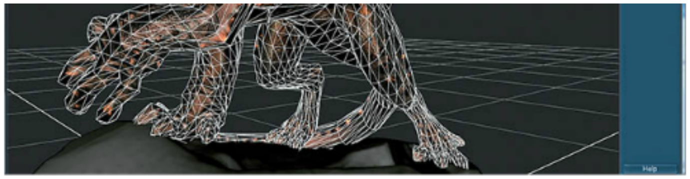


Modelado de terrenos.









Triangulaciones.

http://personal.us.es/almar/docencia/practicas/triangulaciones/tema4.html

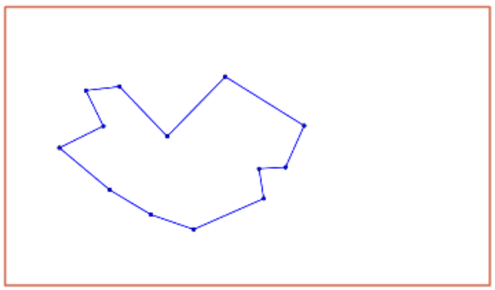
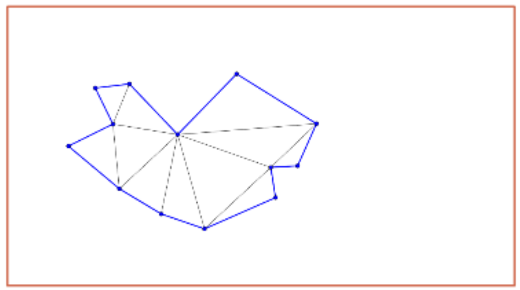
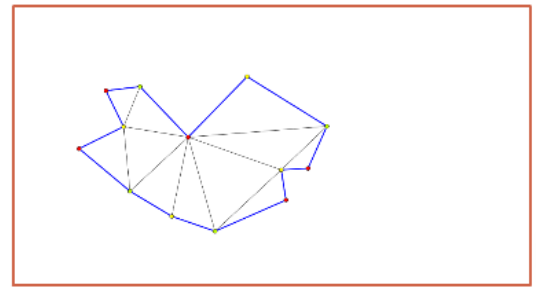
Triangulación 3D.

http://www.math.tamu.edu/~romwell/delaunay_applet/

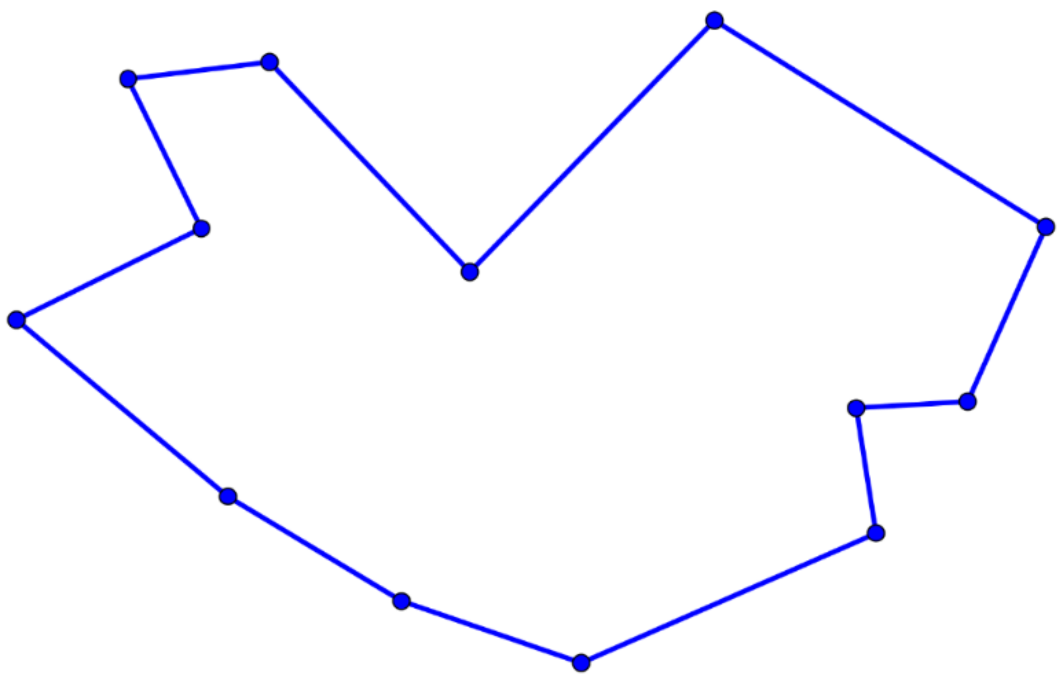
Delaunay y Voronoi.

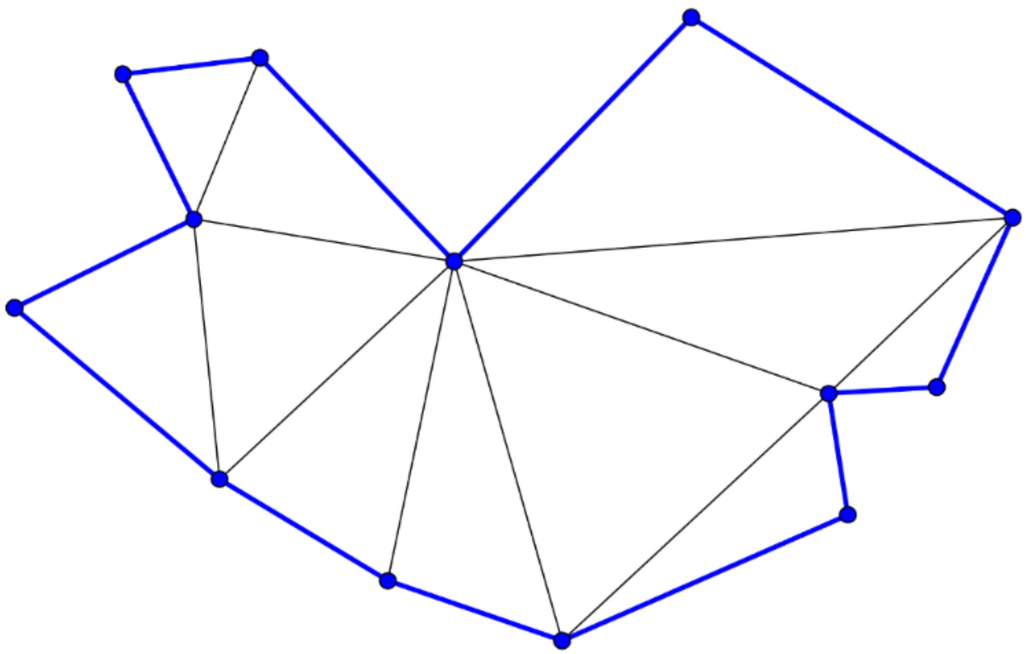
http://people.bath.ac.uk/enscjb/voronoi/tri.html

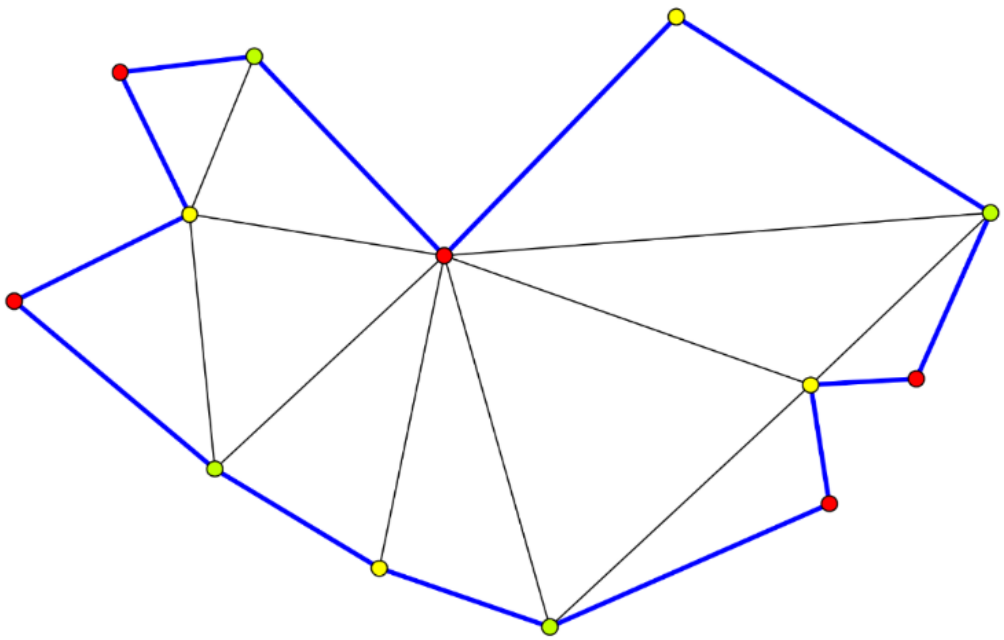
¿Cuál es el mínimo número de guardas, o cámaras de vigilancia, que se necesitan para vigilar una galería de arte?

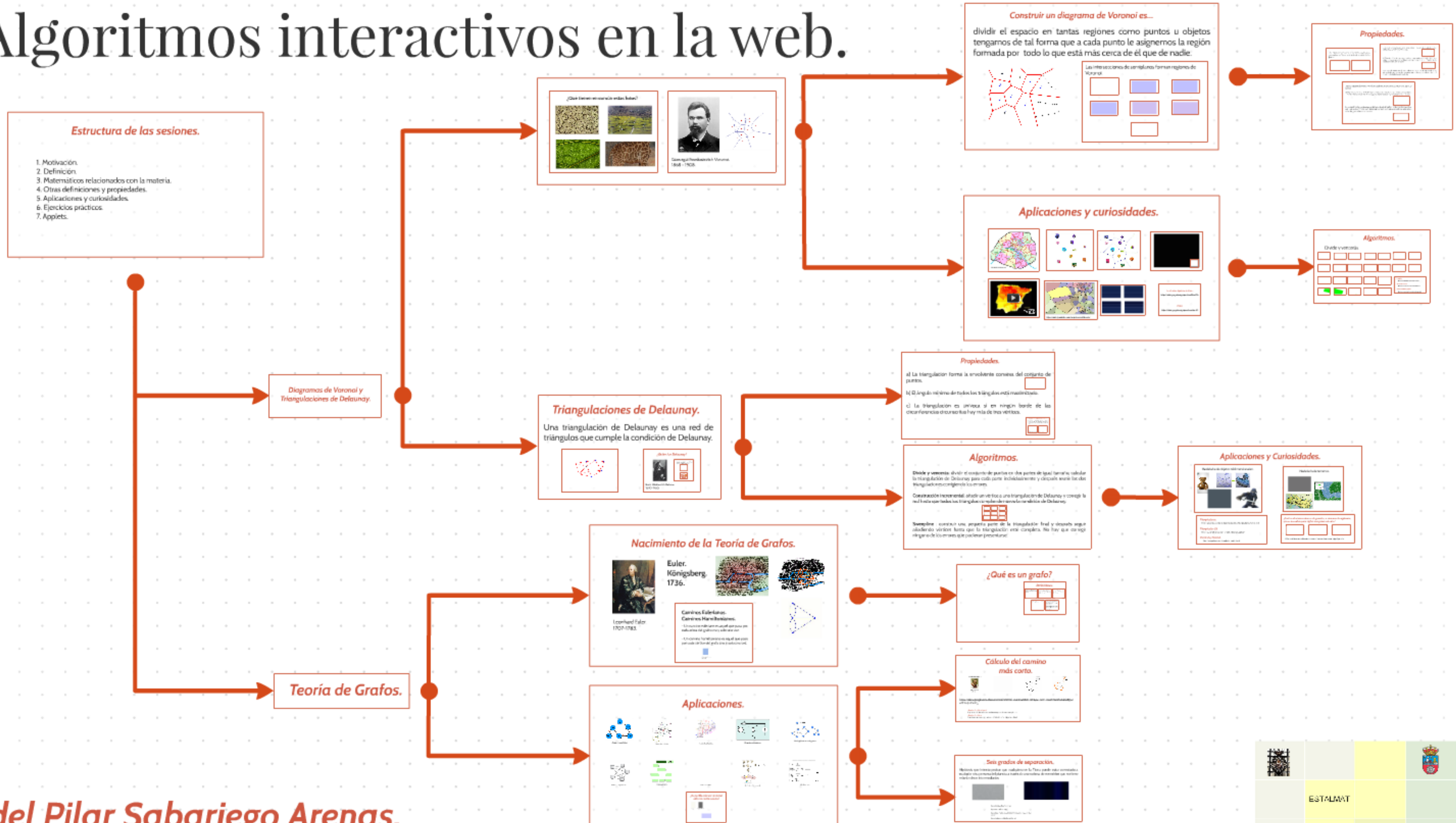
Si hay n vértices son suficientes el mayor número entero menor o igual que n/3.







Teoría de Grafos y Geometría Computacional. Algoritmos interactivos en la web.



Mª del Pilar Sabariego Arenas.

8-4-2016.

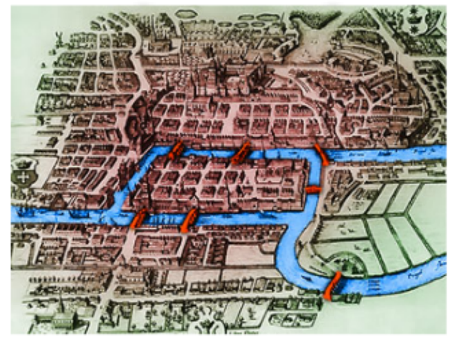
GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE ECONOMÍA Y COMPETITIVIDAD
FECYT
FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

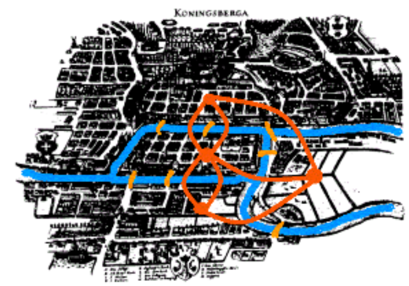
Teoría de Grafos.

Nacimiento de la Teoría de Grafos.

Leonhard Euler.
1707-1783.

Euler.
Königsberg.
1736.

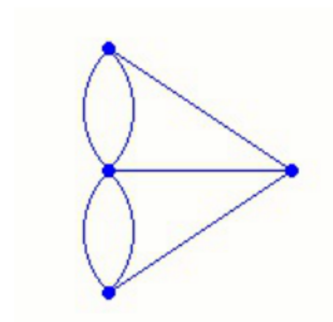




Caminos Eulerianos.
Caminos Hamiltonianos.

- Un camino euleriano es aquel que pasa por cada arista del grafo una y solo una vez.

- Un camino hamiltoniano es aquel que pasa por cada vértice del grafo una y solo una vez.



Leonhard Euler.
1707-1783.

Euler.
Königs
1736.

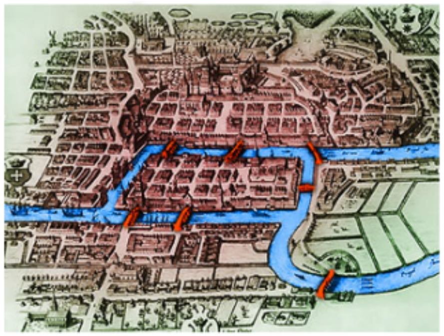
Ca
Ca

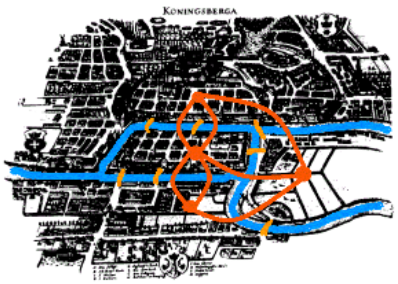
- U
cad

Nacimiento de la Teoría de Grafos.

Leonhard Euler.
1707-1783.

Euler.
Königsberg.
1736.



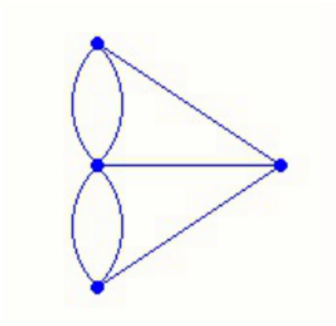


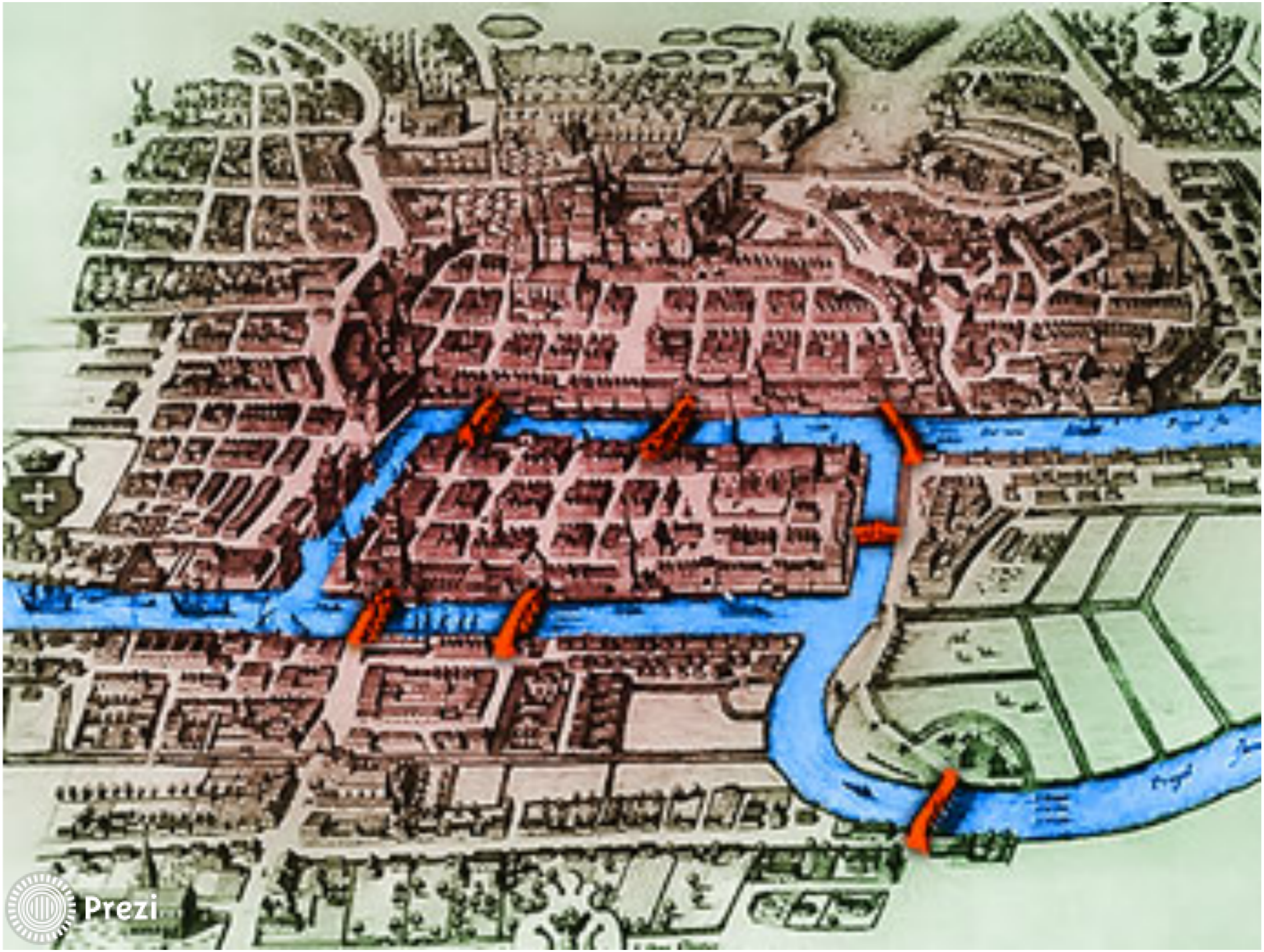
Caminos Eulerianos.
Caminos Hamiltonianos.

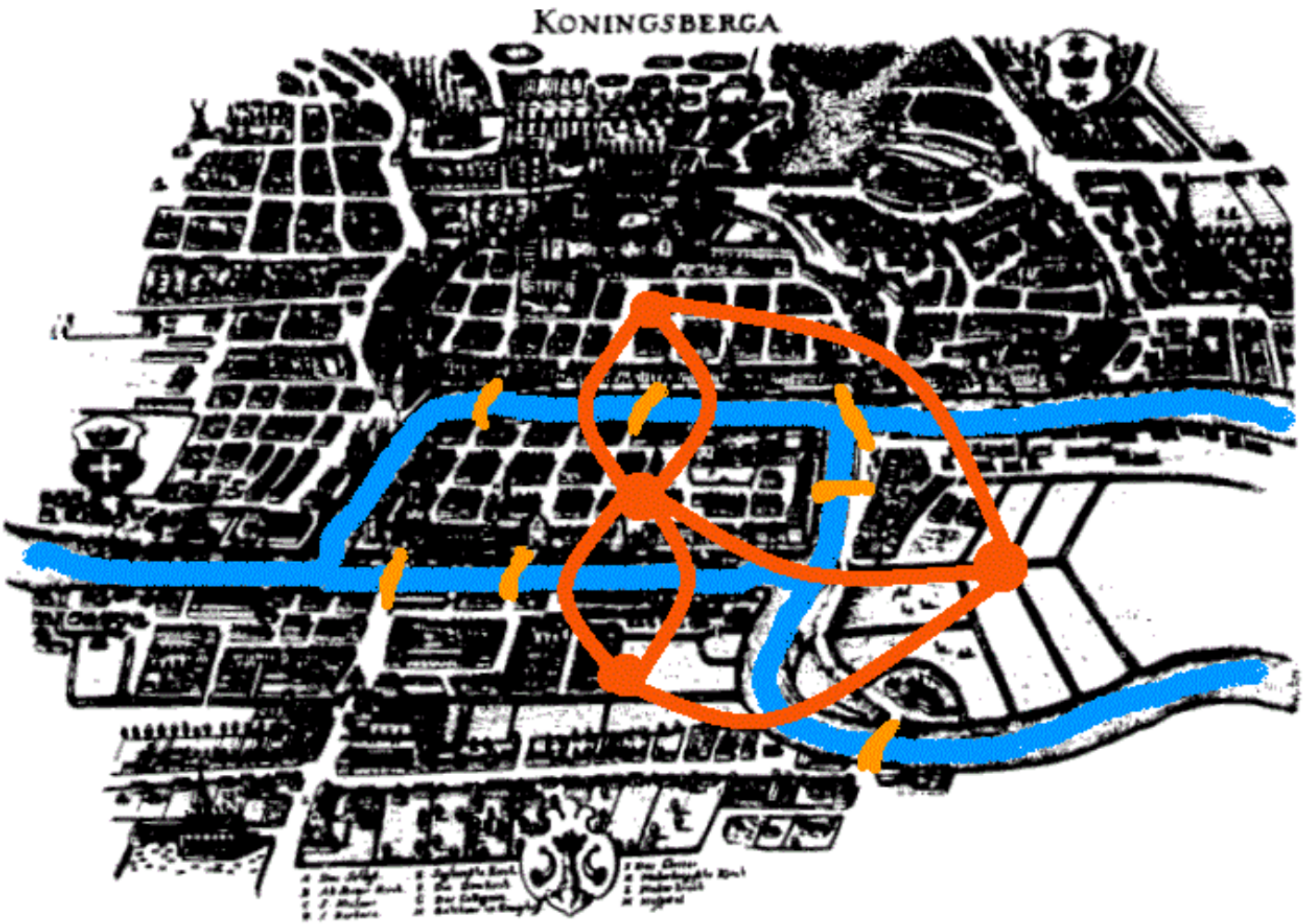
- Un camino euleriano es aquel que pasa por cada arista del grafo una y solo una vez.

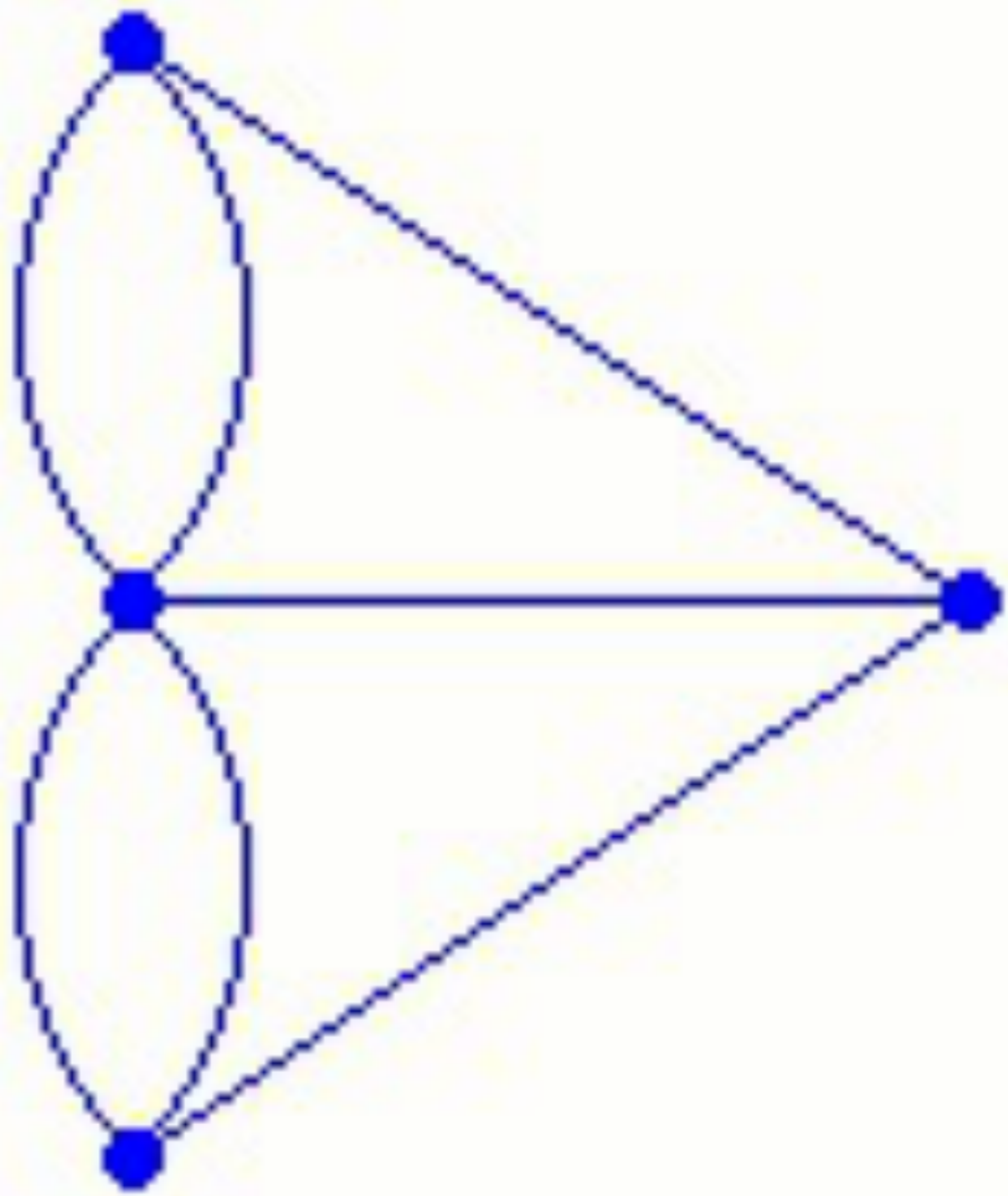
- Un camino hamiltoniano es aquel que pasa por cada vértice del grafo una y solo una vez.

William Rowan Hamilton.
1805 - 1865.






KONINGSBERGA

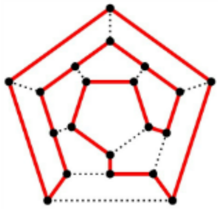


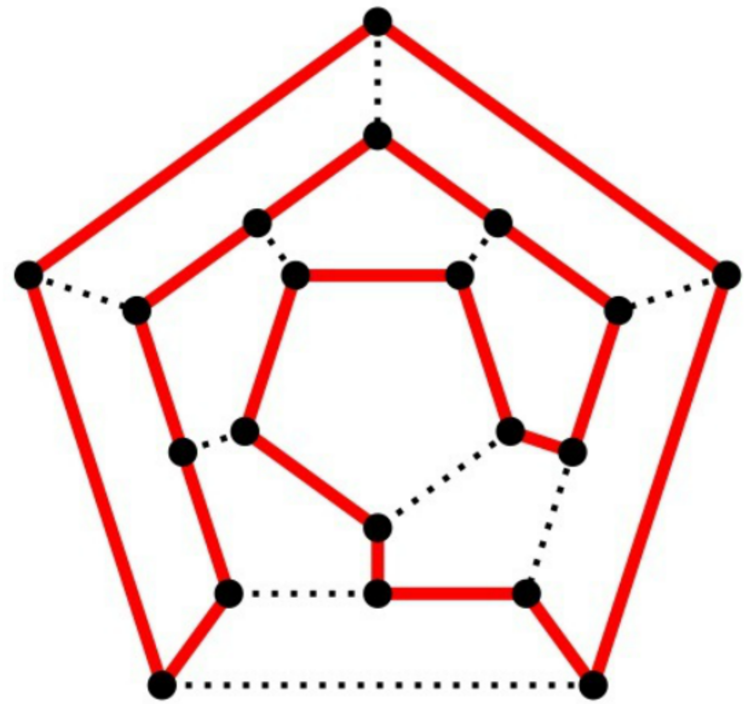
Caminos Eulerianos.
Caminos Hamiltonianos.

- Un camino euleriano es aquel que pasa por cada arista del grafo una y solo una vez.

- Un camino hamiltoniano es aquel que pasa por cada vértice del grafo una y solo una vez.

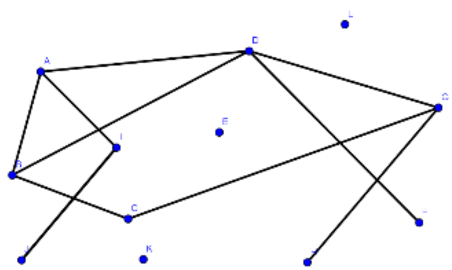
Williams Rowan Hamilton.
1805 - 1865.





Williams Rowan Hamilton.
1805 - 1865.

¿Qué es un grafo?



Definiciones.

Un **subgrafo**. G' es un grafo G cuyo conjunto de vértices es un subconjunto del de G y cuyo conjunto de aristas es un subconjunto del conjunto de aristas de G.

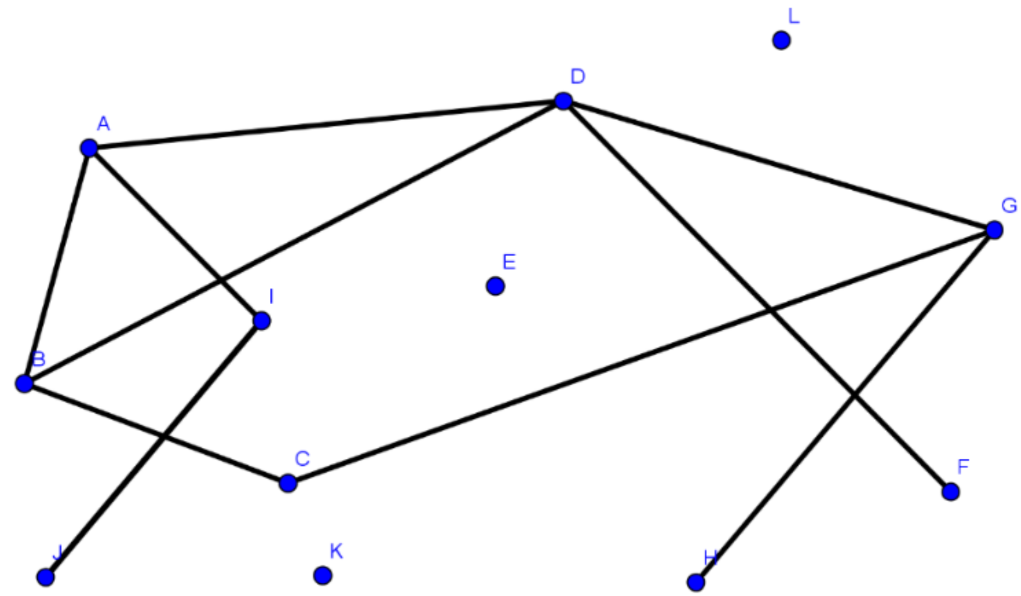
- Un grafo G se dice **conexo** si, para cualquier par de nodos de G, existe al menos una trayectoria (sucesión de vértices adyacentes donde no se repite ningún vértice) de uno a otro.

Un **grafo plano** es un grafo que puede ser dibujado en el plano sin que ninguna arista se cruce.

-Un **árbol** es un grafo en el que cualesquiera dos vértices están conectados por exactamente un camino.

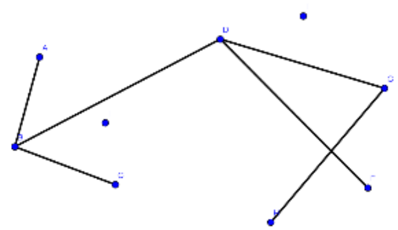
- Un **grafo ponderado** es aquel al que a cada arista se le ha añadido un valor, peso o ponderación.

- Un **grafo dirigido o digrafo** es un tipo de grafo en el cual las aristas tienen un sentido definido, a diferencia del grafo no dirigido, en el cual las aristas son relaciones simétricas y no apuntan en ningún sentido.

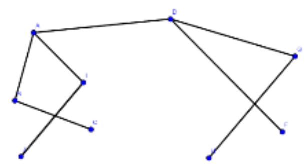

L
D
A
G
E
I
B
C
F
K
H
J

Definiciones.

Un **subgrafo**, G', es un grafo G cuyo conjunto de vértices es un subconjunto del de G y cuyo conjunto de aristas es un subconjunto del conjunto de aristas de G.



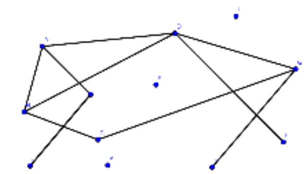
- Un grafo G se dice **conexo** si, para cualquier par de nodos de G, existe al menos una trayectoria (sucesión de vértices adyacentes donde no se repite ningún vértice) de uno a otro.



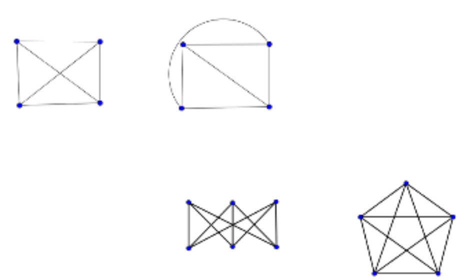
- El **orden de un grafo** es el número de vértices del grafo. Se denota por o(G), siendo G el nombre del grafo.

- El **tamaño de un grafo** es el número de aristas o arcos del grafo. Lo denotaremos por s(G).

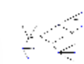
- El **grado de un nodo** es el número de aristas incidentes en él. Se denota por gr(A), si A es el nombre del nodo.



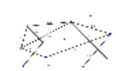
Un **grafo plano** es un grafo que puede ser dibujado en el plano sin que ninguna arista se cruce.



-Un **árbol** es un grafo en el que cualesquiera dos vértices están conectados por exactamente un camino.



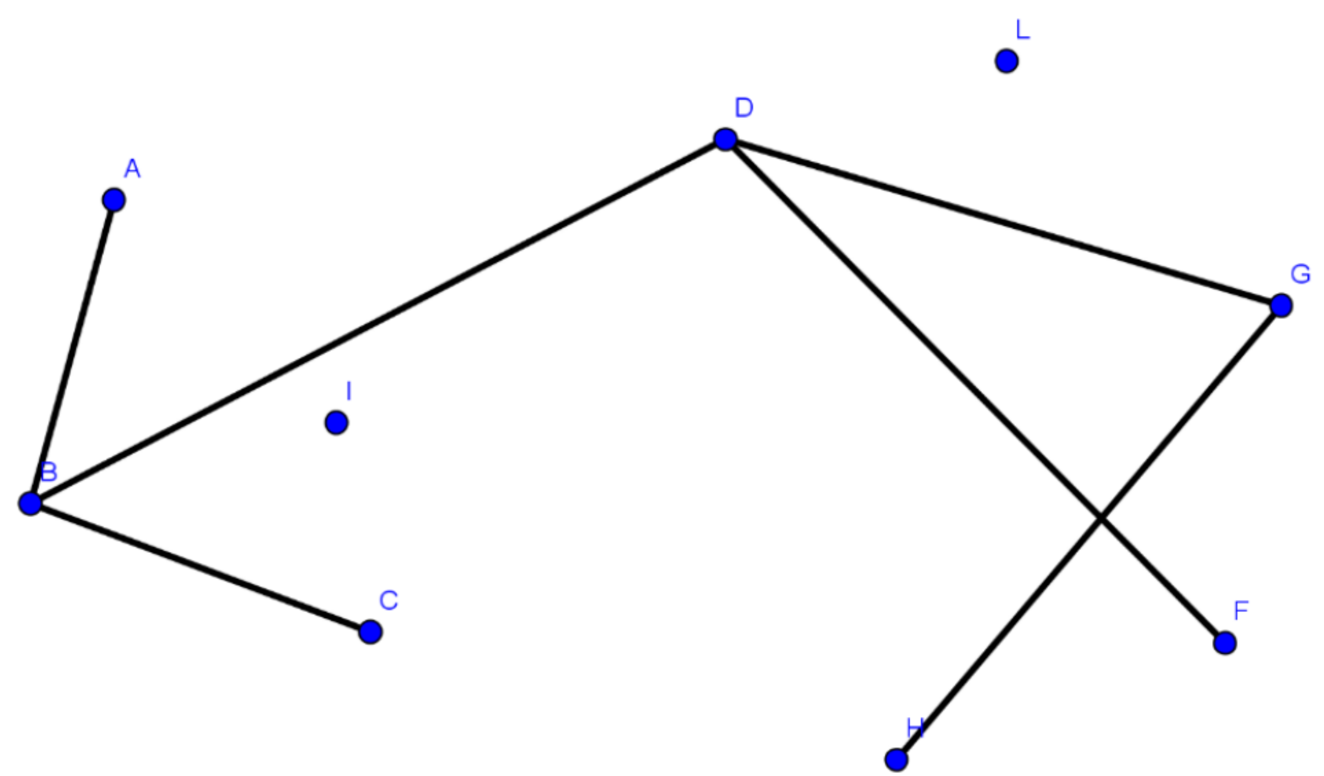
- Un **grafo ponderado** es aquel al que a cada arista se le ha añadido un valor, peso o ponderación.



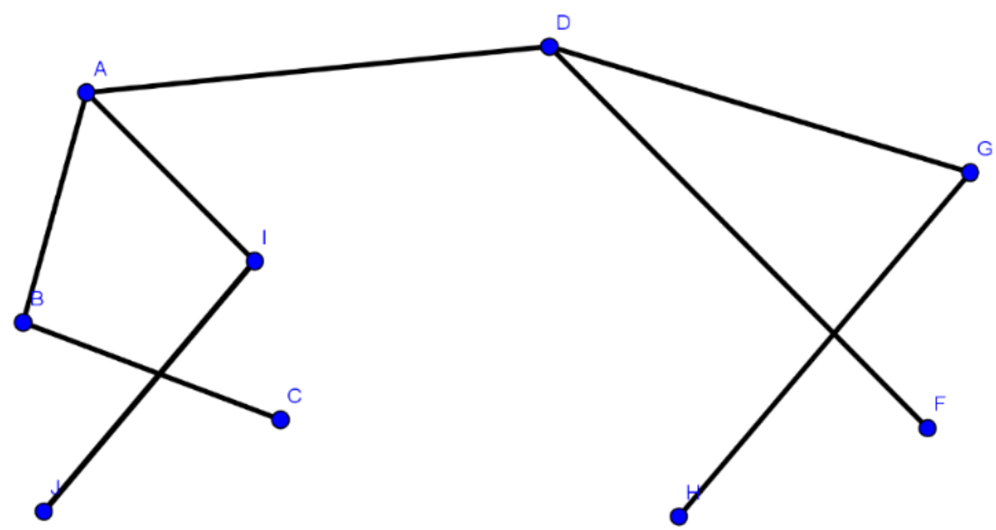
- Un **grafo dirigido o digrafo** es un tipo de grafo en el cual las aristas tienen un sentido definido, a diferencia del grafo no dirigido, en el cual las aristas son relaciones simétricas y no apuntan en ningún sentido.

http://g.ivank.net/#3:1-2,2-3,3-1

Un **subgrafo**, G', es un grafo G cuyo conjunto de vértices es un subconjunto del de G y cuyo conjunto de aristas es un subconjunto del conjunto de aristas de G.



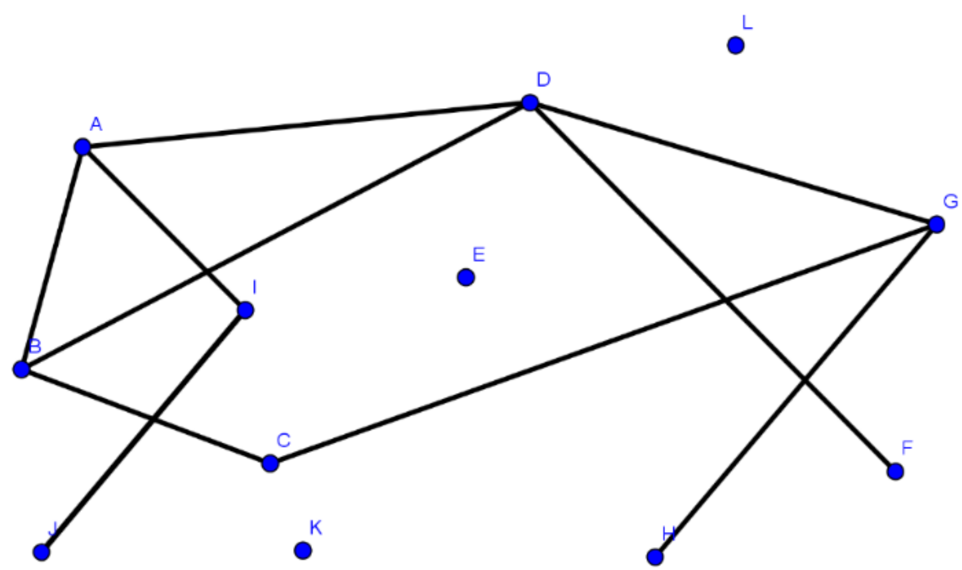
- Un grafo G se dice **conexo** si, para cualquier par de nodos de G, existe al menos una trayectoria (sucesión de vértices adyacentes donde no se repite ningún vértice) de uno a otro.



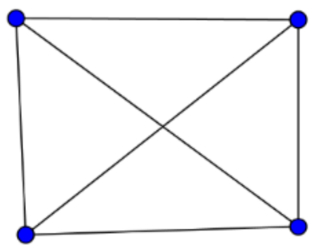
- El **orden de un grafo** es el número de vértices del grafo. Se denota por o(G), siendo G el nombre del grafo.

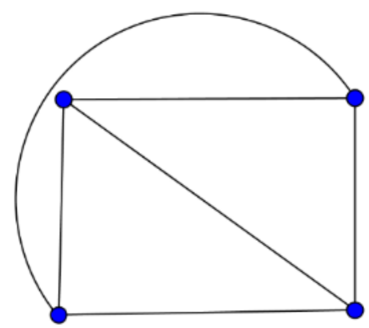
- El **tamaño de un grafo** es el número de aristas o arcos del grafo. Lo denotaremos por s(G).

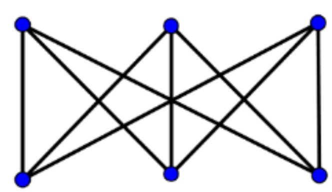
- El **grado de un nodo** es el número de aristas incidentes en él. Se denota por gr(A), si A es el nombre del nodo.

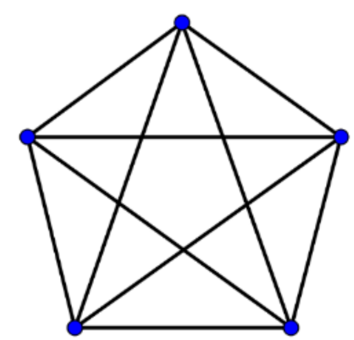


Un **grafo plano** es un grafo que puede ser dibujado en el plano sin que ninguna arista se cruce.

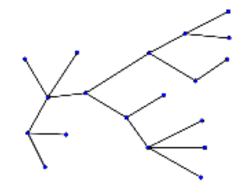




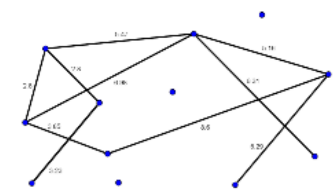




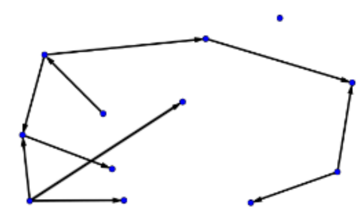
-Un **árbol** es un grafo en el que cualesquiera dos vértices están conectados por exactamente un camino.



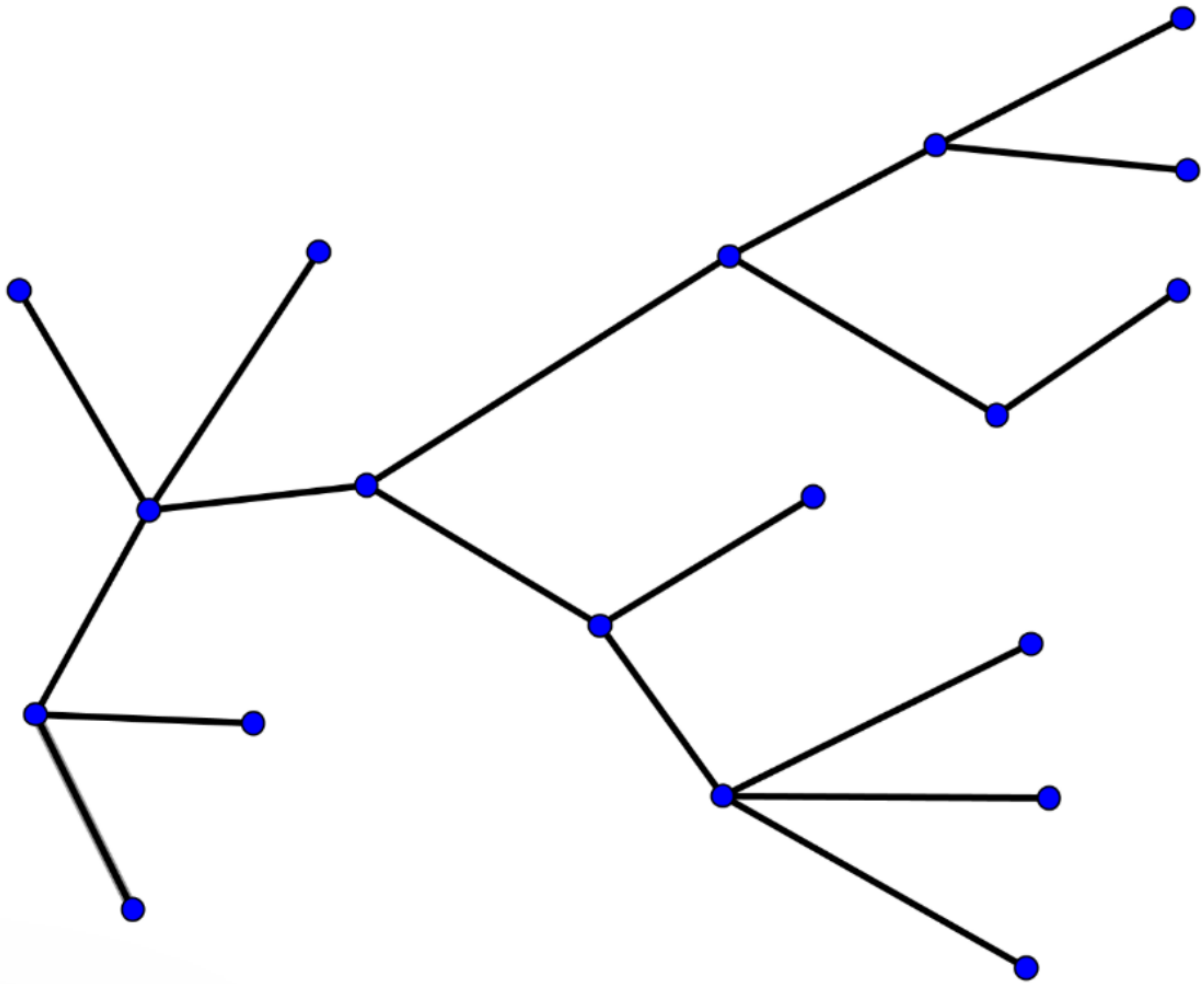
- Un **grafo ponderado** es aquel al que a cada arista se le ha añadido un valor, peso o ponderación.



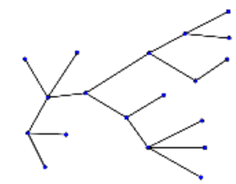
- Un **grafo dirigido o digrafo** es un tipo de grafo en el cual las aristas tienen un sentido definido, a diferencia del grafo no dirigido, en el cual las aristas son relaciones simétricas y no apuntan en ningún sentido.



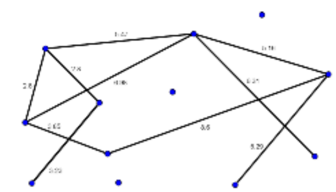
http://g.ivank.net/#3:1-2,2-3,3-1



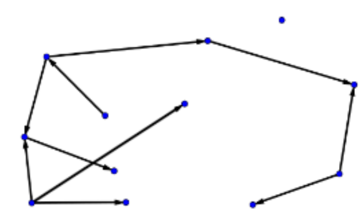
-Un **árbol** es un grafo en el que cualesquiera dos vértices están conectados por exactamente un camino.



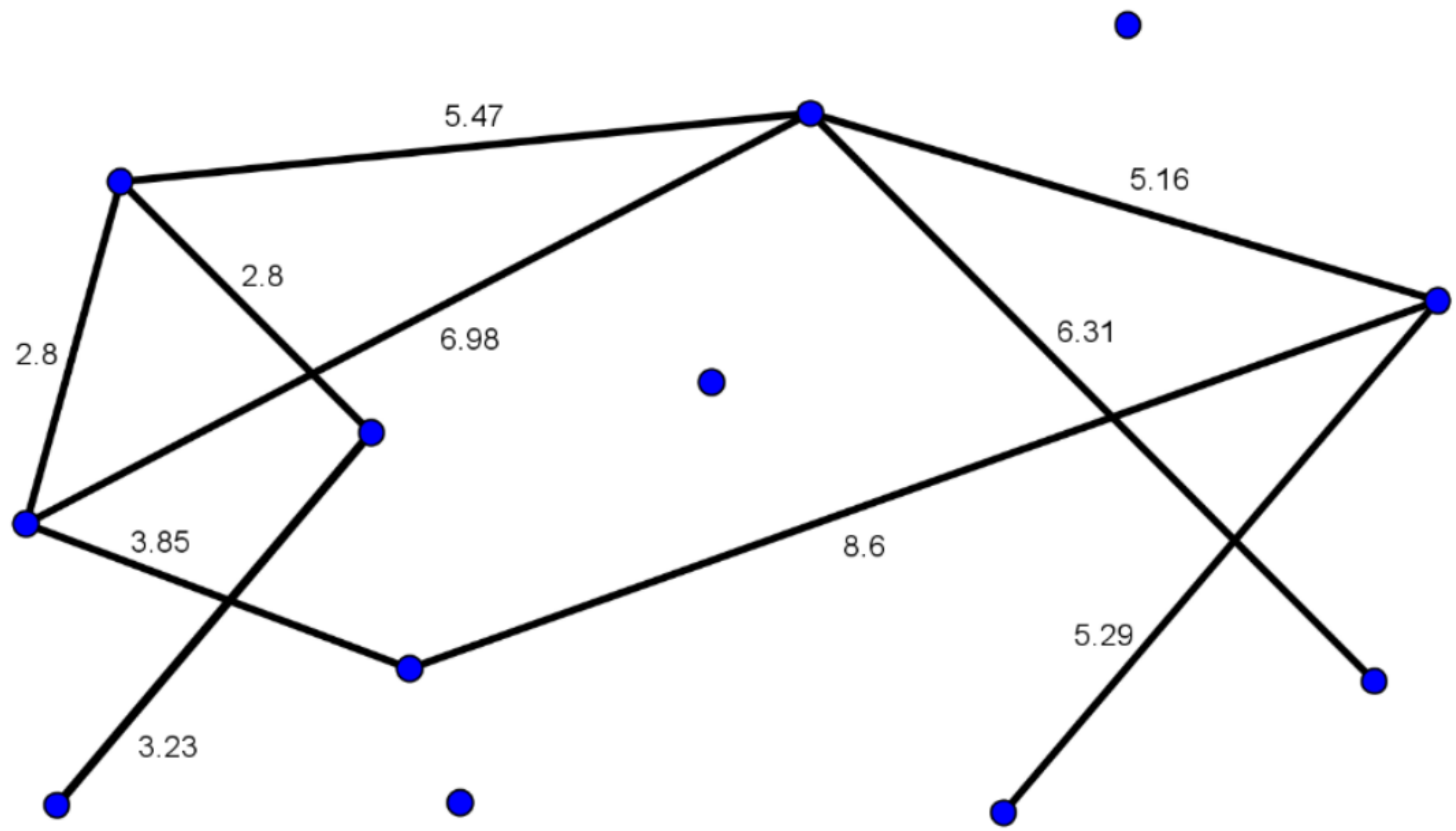
- Un **grafo ponderado** es aquel al que a cada arista se le ha añadido un valor, peso o ponderación.



- Un **grafo dirigido o digrafo** es un tipo de grafo en el cual las aristas tienen un sentido definido, a diferencia del grafo no dirigido, en el cual las aristas son relaciones simétricas y no apuntan en ningún sentido.

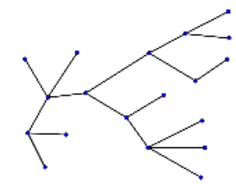


http://g.ivank.net/#3:1-2,2-3,3-1

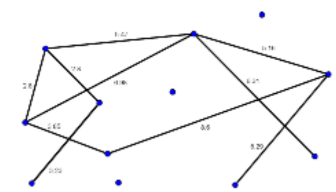


5.47
5.16
2.8
2.8
6.98
6.31
3.85
8.6
5.29
3.23

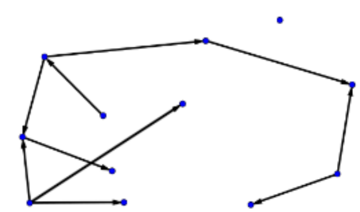
-Un **árbol** es un grafo en el que cualesquiera dos vértices están conectados por exactamente un camino.



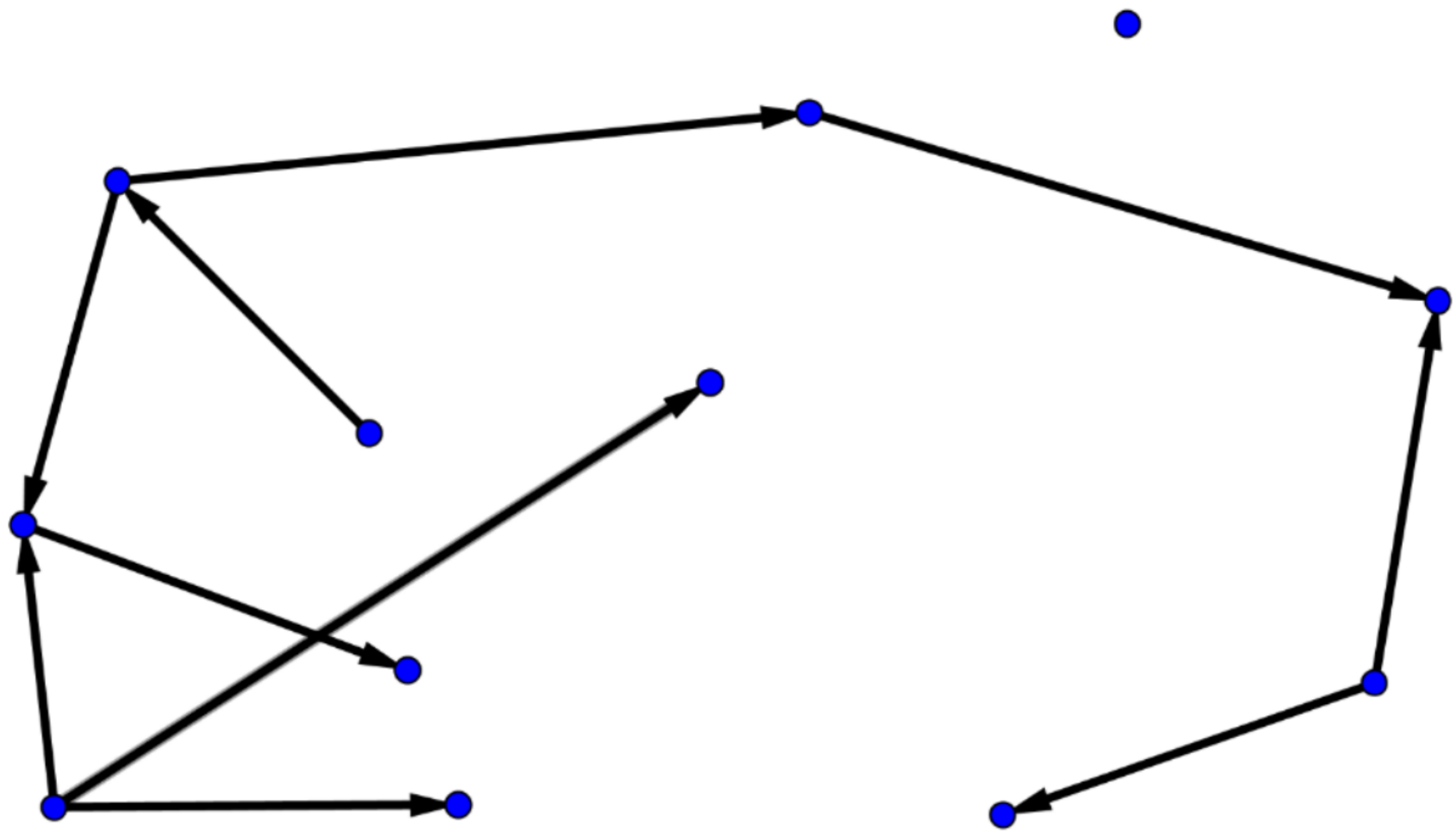
- Un **grafo ponderado** es aquel al que a cada arista se le ha añadido un valor, peso o ponderación.



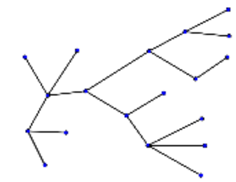
- Un **grafo dirigido o digrafo** es un tipo de grafo en el cual las aristas tienen un sentido definido, a diferencia del grafo no dirigido, en el cual las aristas son relaciones simétricas y no apuntan en ningún sentido.



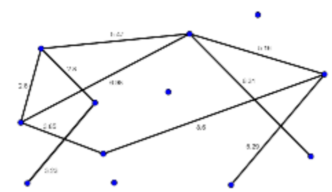
http://g.ivank.net/#3:1-2,2-3,3-1



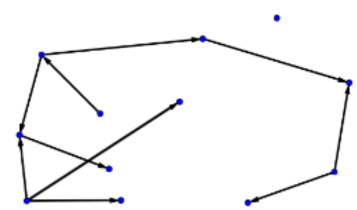
-Un **árbol** es un grafo en el que cualesquiera dos vértices están conectados por exactamente un camino.



- Un **grafo ponderado** es aquel al que a cada arista se le ha añadido un valor, peso o ponderación.

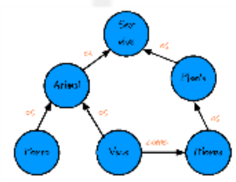


- Un **grafo dirigido o digrafo** es un tipo de grafo en el cual las aristas tienen un sentido definido, a diferencia del grafo no dirigido, en el cual las aristas son relaciones simétricas y no apuntan en ningún sentido.



http://g.ivank.net/#3:1-2,2-3,3-1

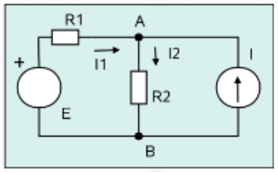
Aplicaciones.



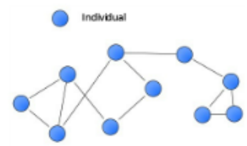
Mapas conceptuales.

Planos de estaciones de metro.

Planos de autopistas.



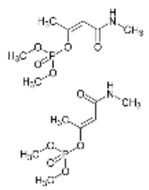
Circuitos eléctricos.



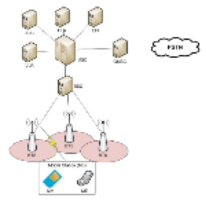
Sociogramas o sociografos.

Redes de computadores.

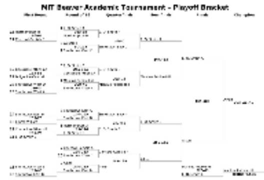
Organigramas.



Compuestos químicos.

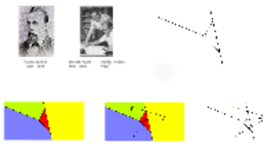


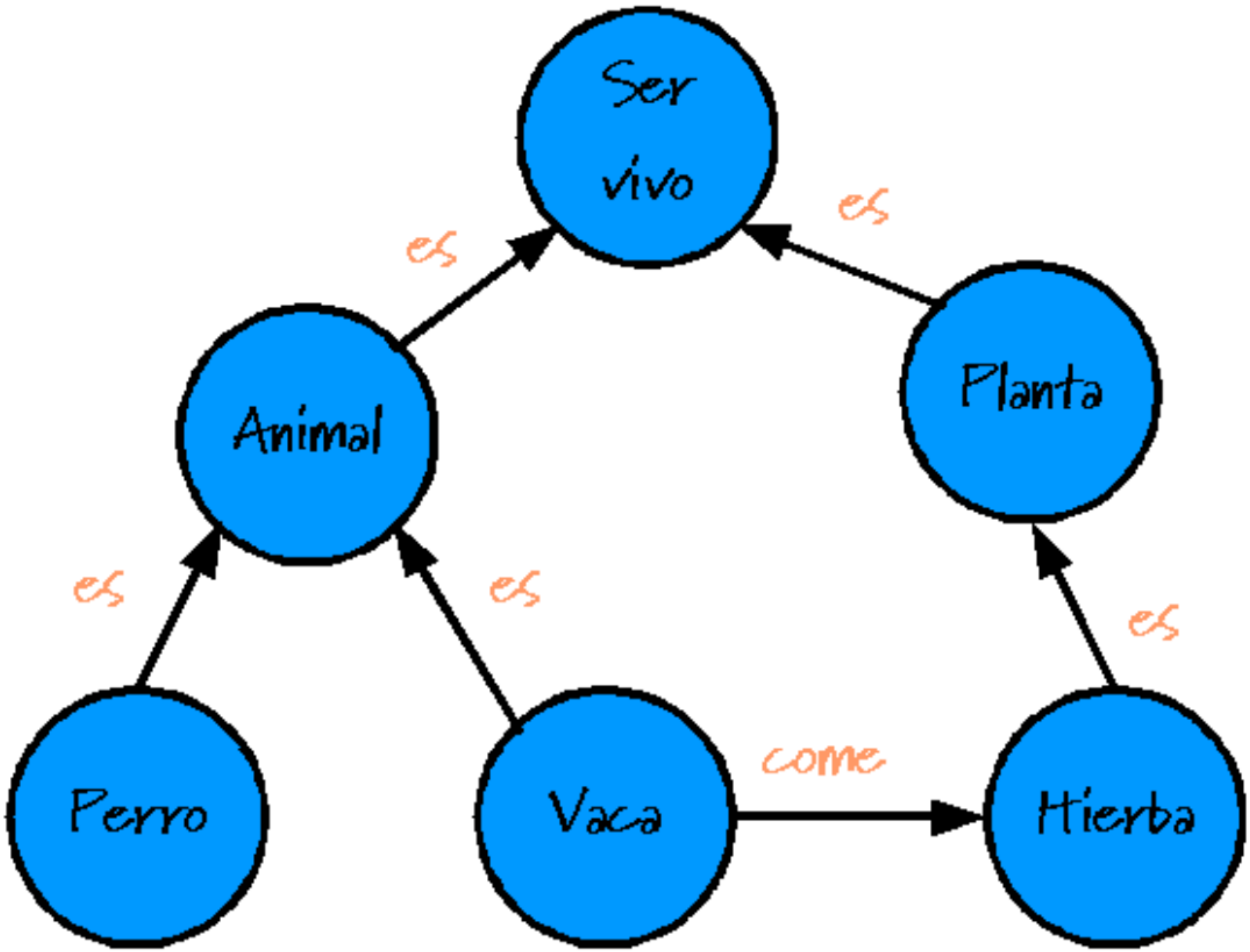
Redes de telefonía móvil.



Clasificaciones.

¿Es posible colorear un mapa sólo con cuatro colores?

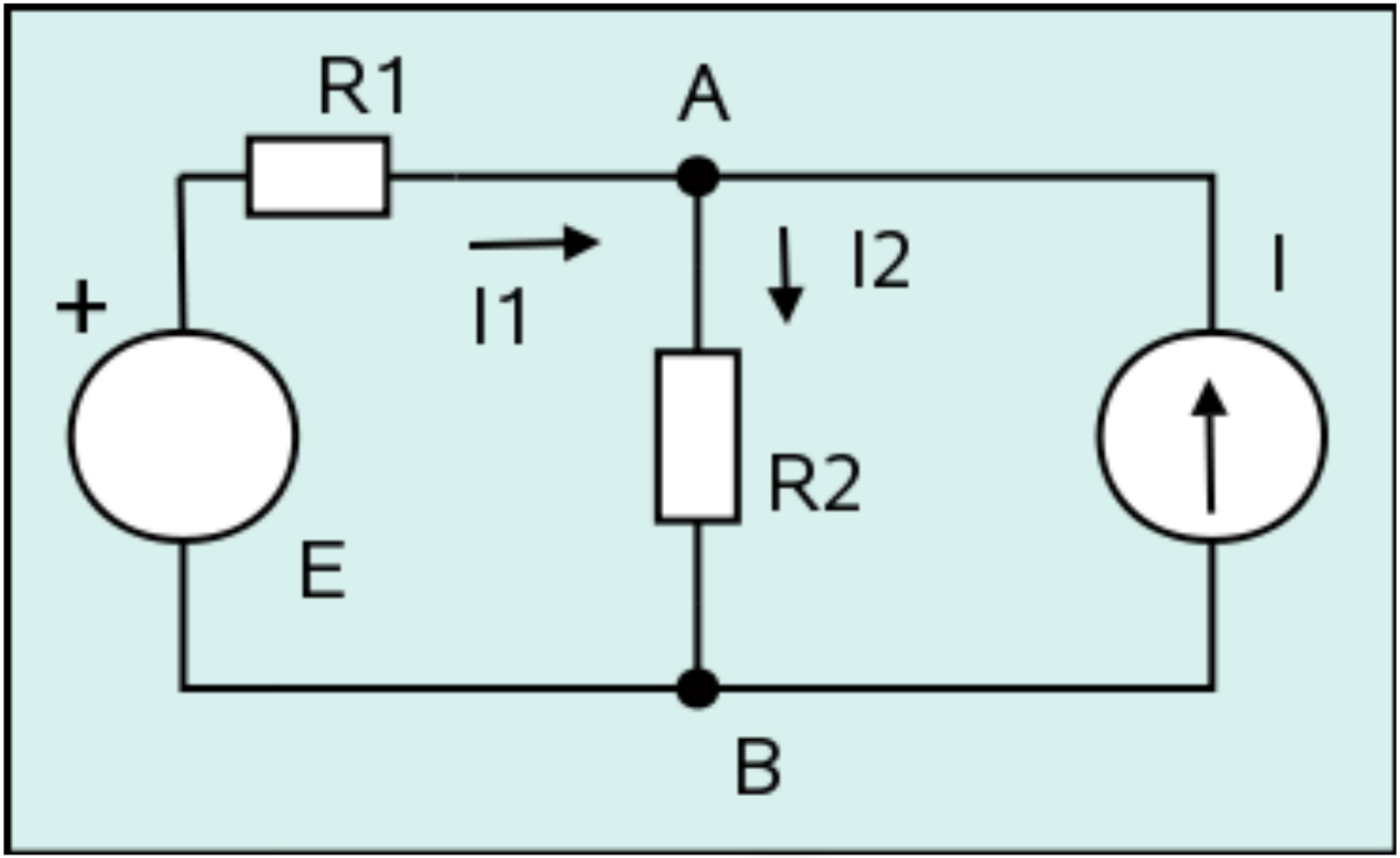




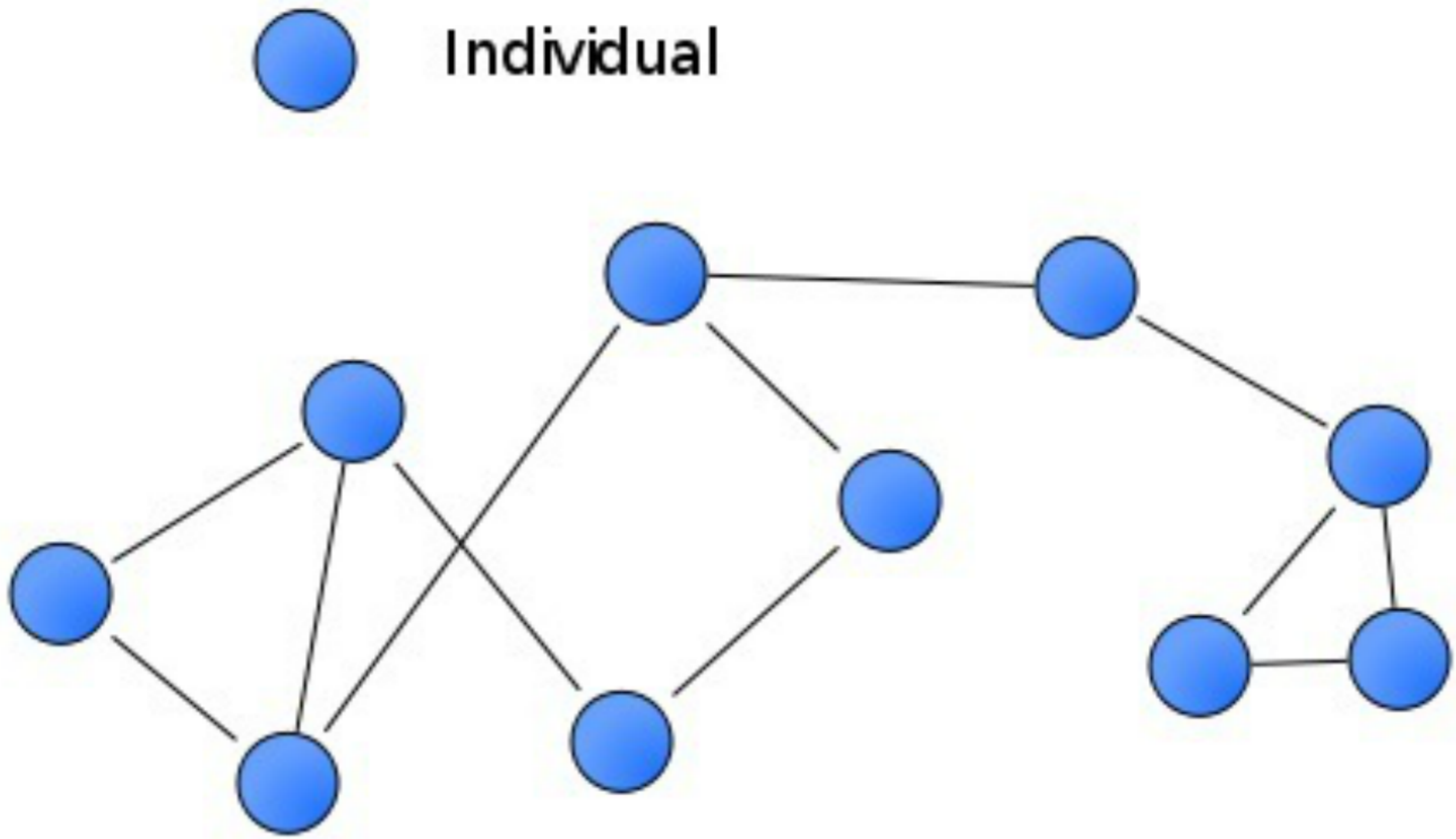
Mapas conceptuales.

Planos de estaciones de metro.

Planos de autopistas.



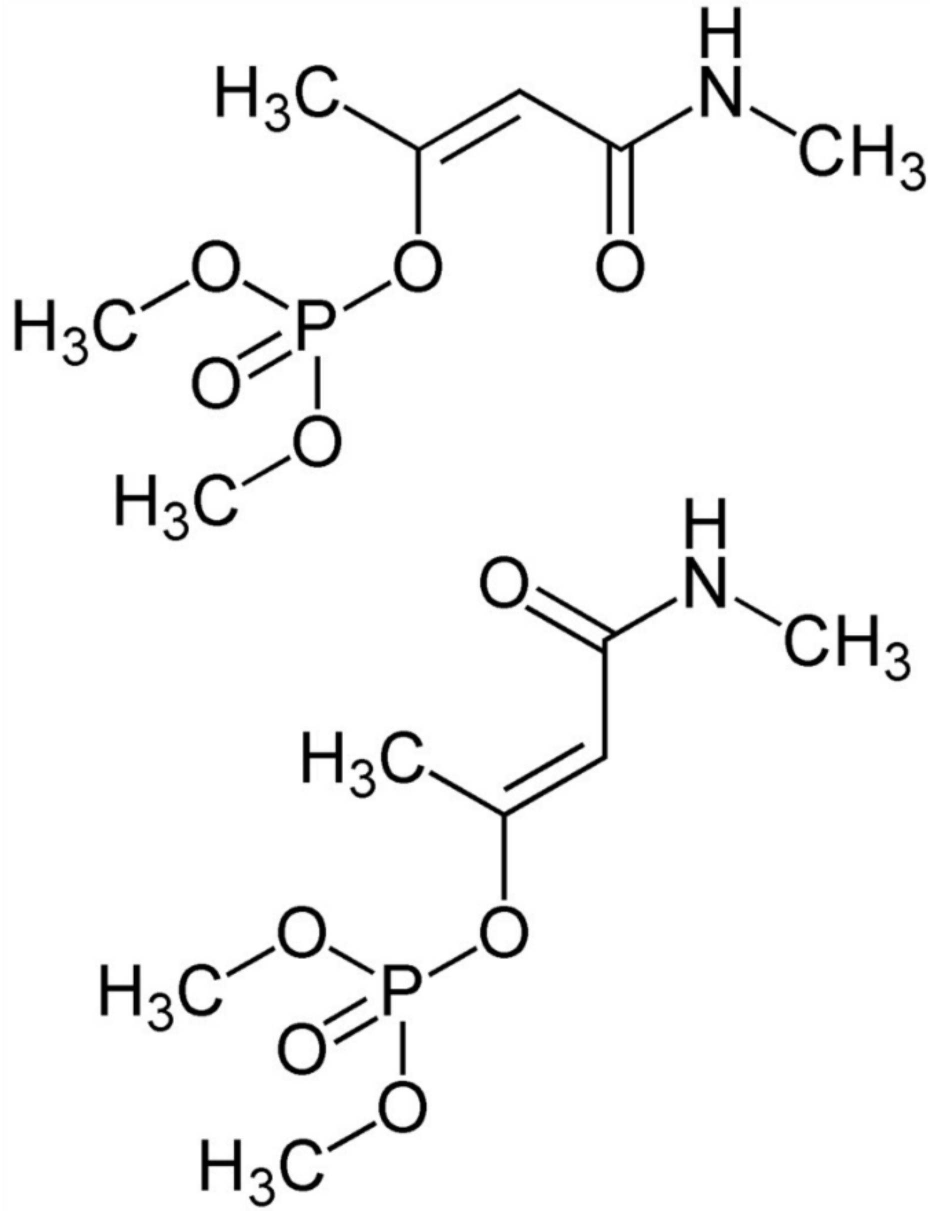
Circuitos eléctricos.



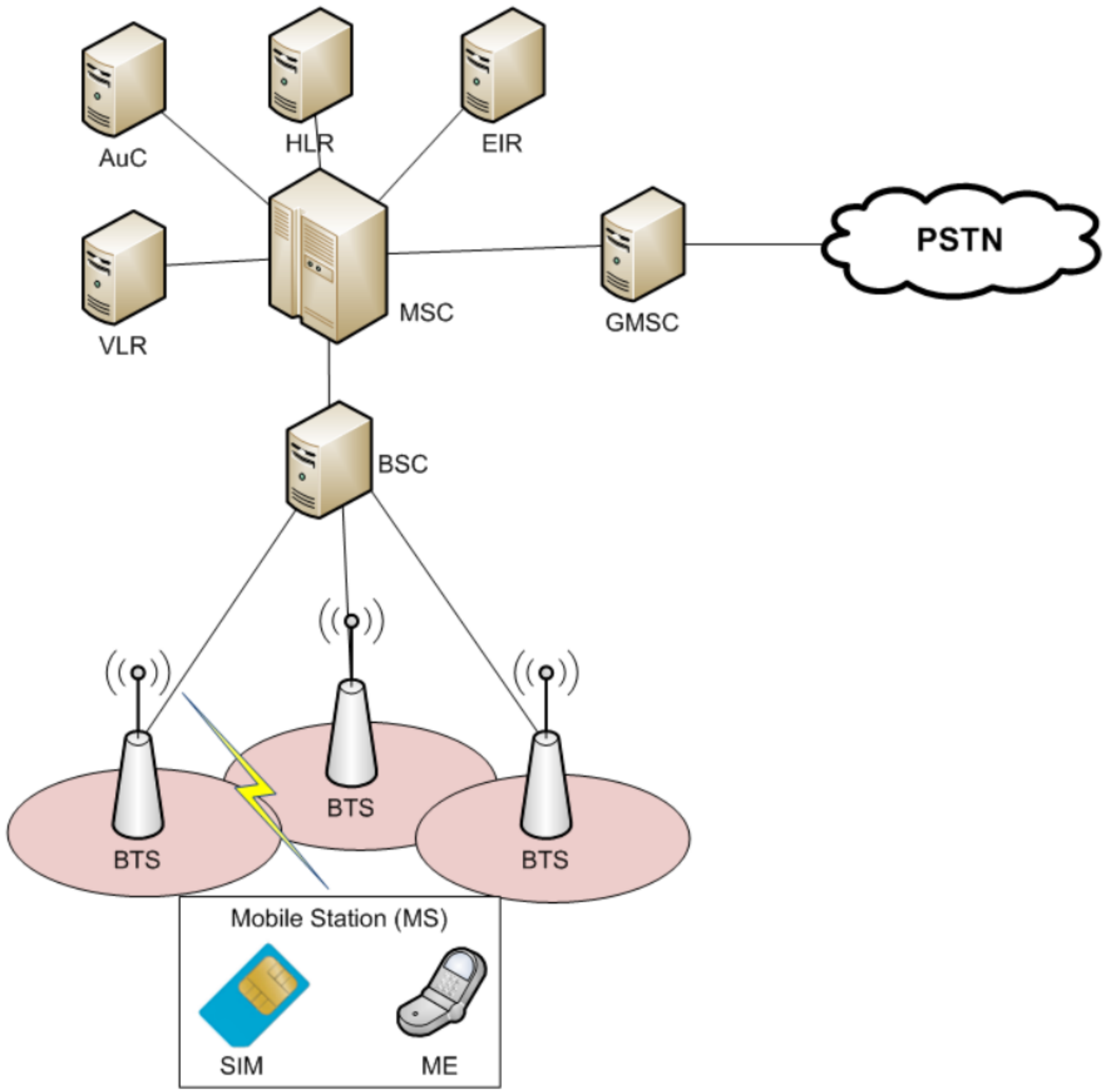
Sociogramas o sociografos.

Redes de computadores.

Organigramas.

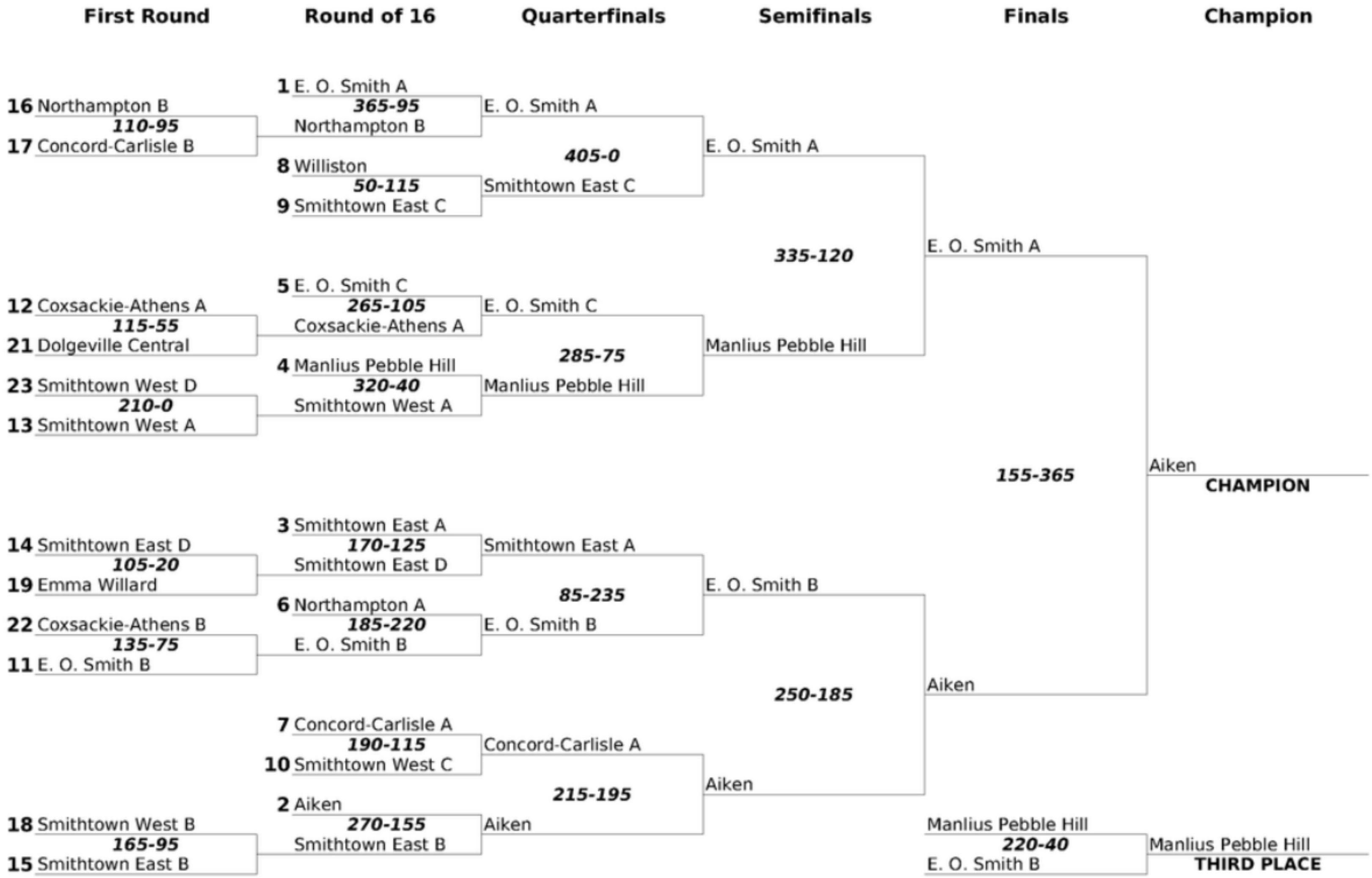


Compuestos químicos.



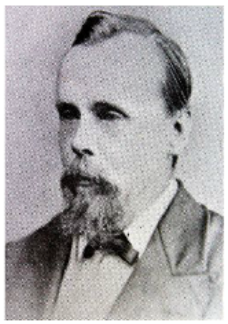
Redes de telefonía móvil.

MIT Beaver Academic Tournament – Playoff Bracket



Clasificaciones.

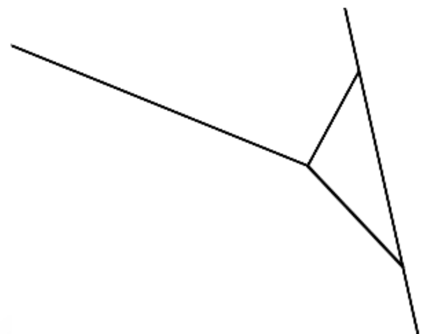
¿Es posible colorear un mapa sólo con cuatro colores?

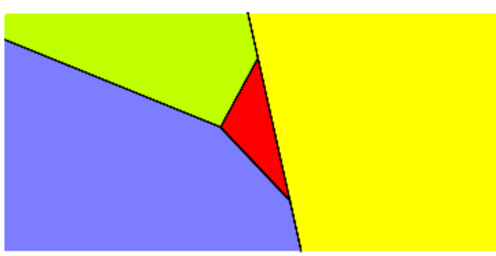


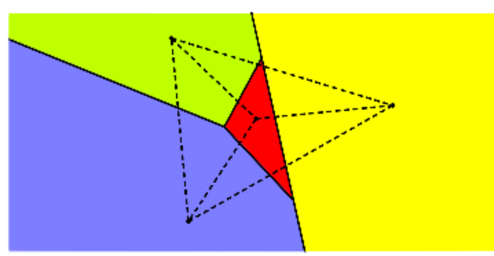
Francis Guthrie.
1831 - 1899.

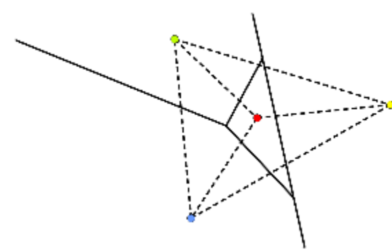
Kenneth Appel.
1932 - 2013.

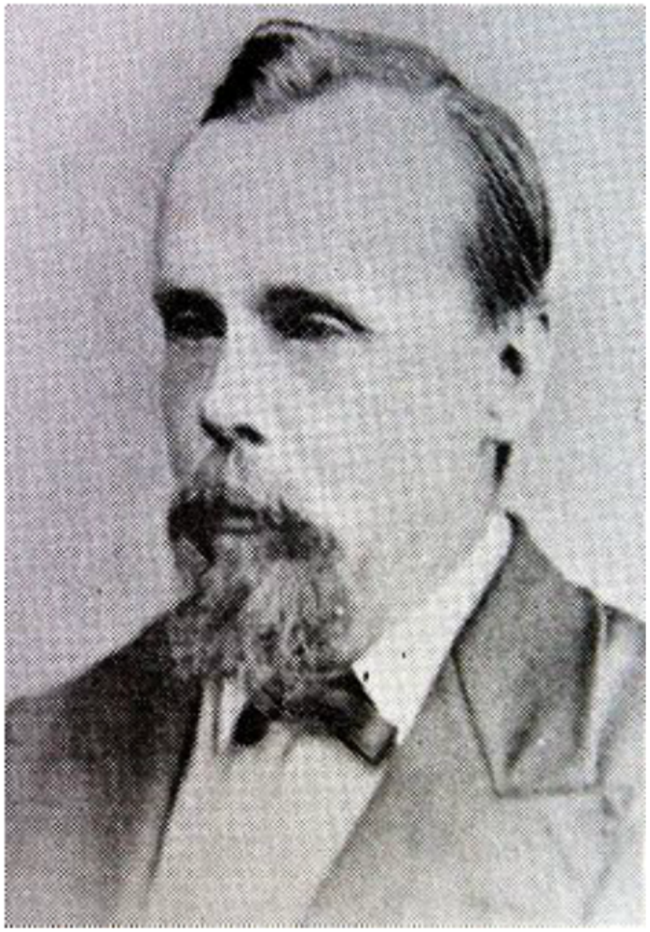
Wolfgan Haken.
1928 -







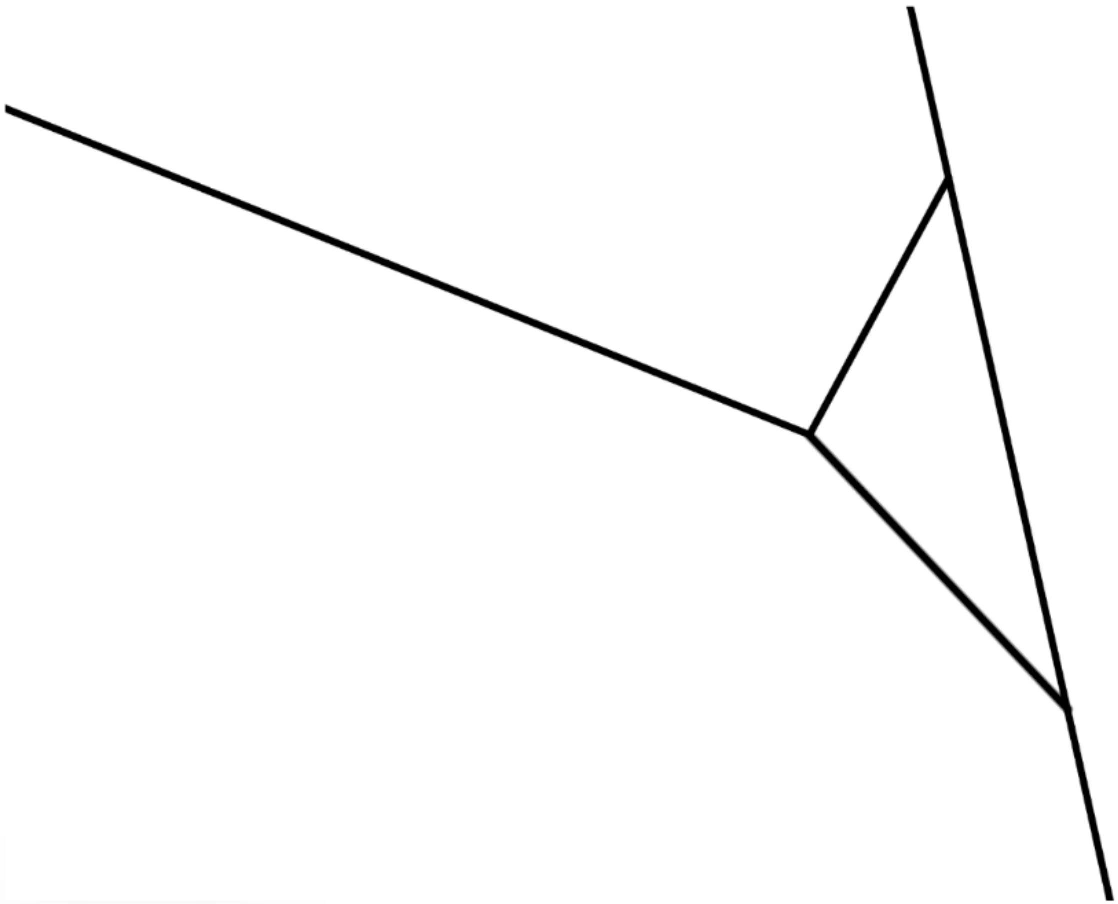


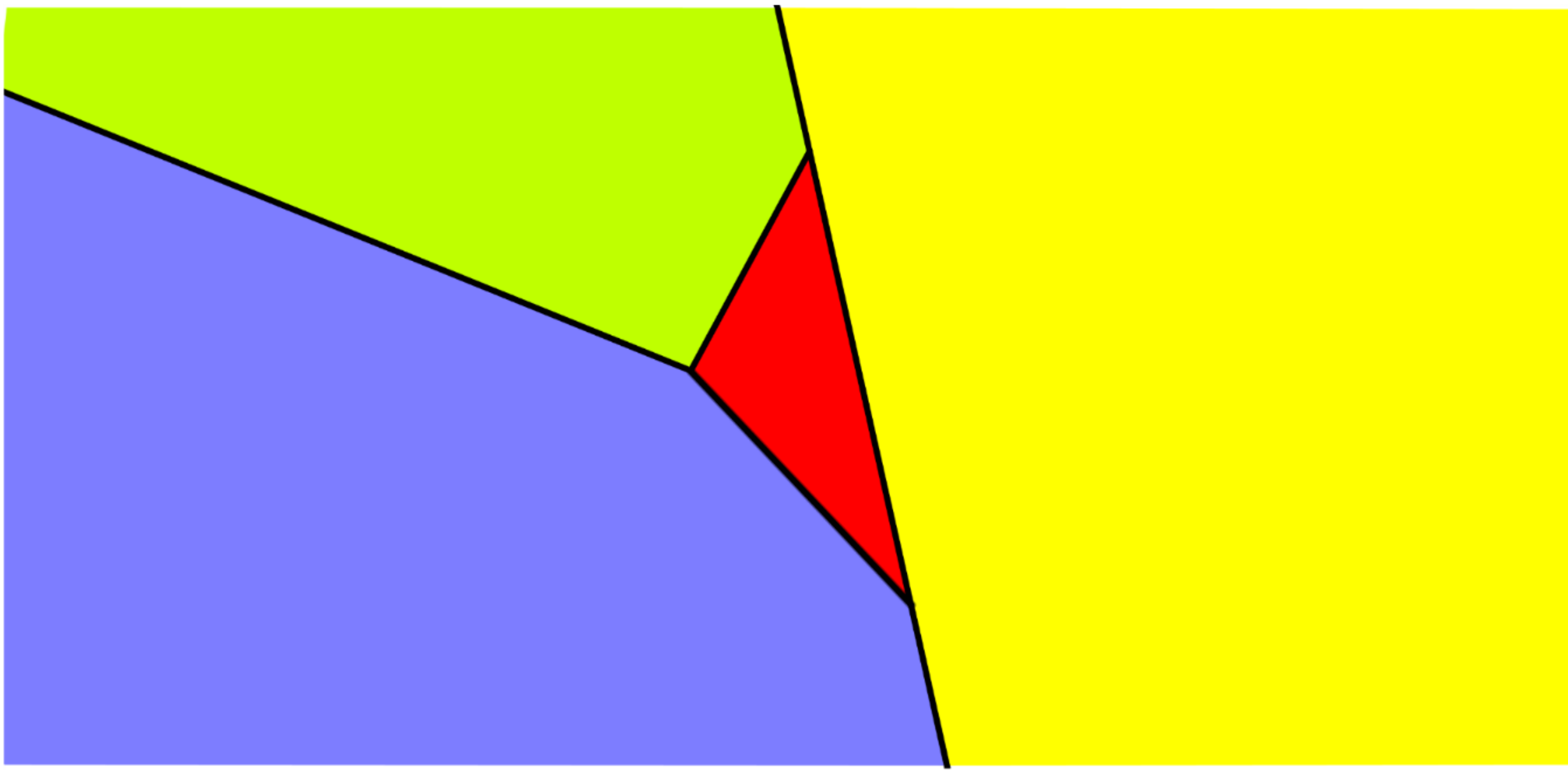


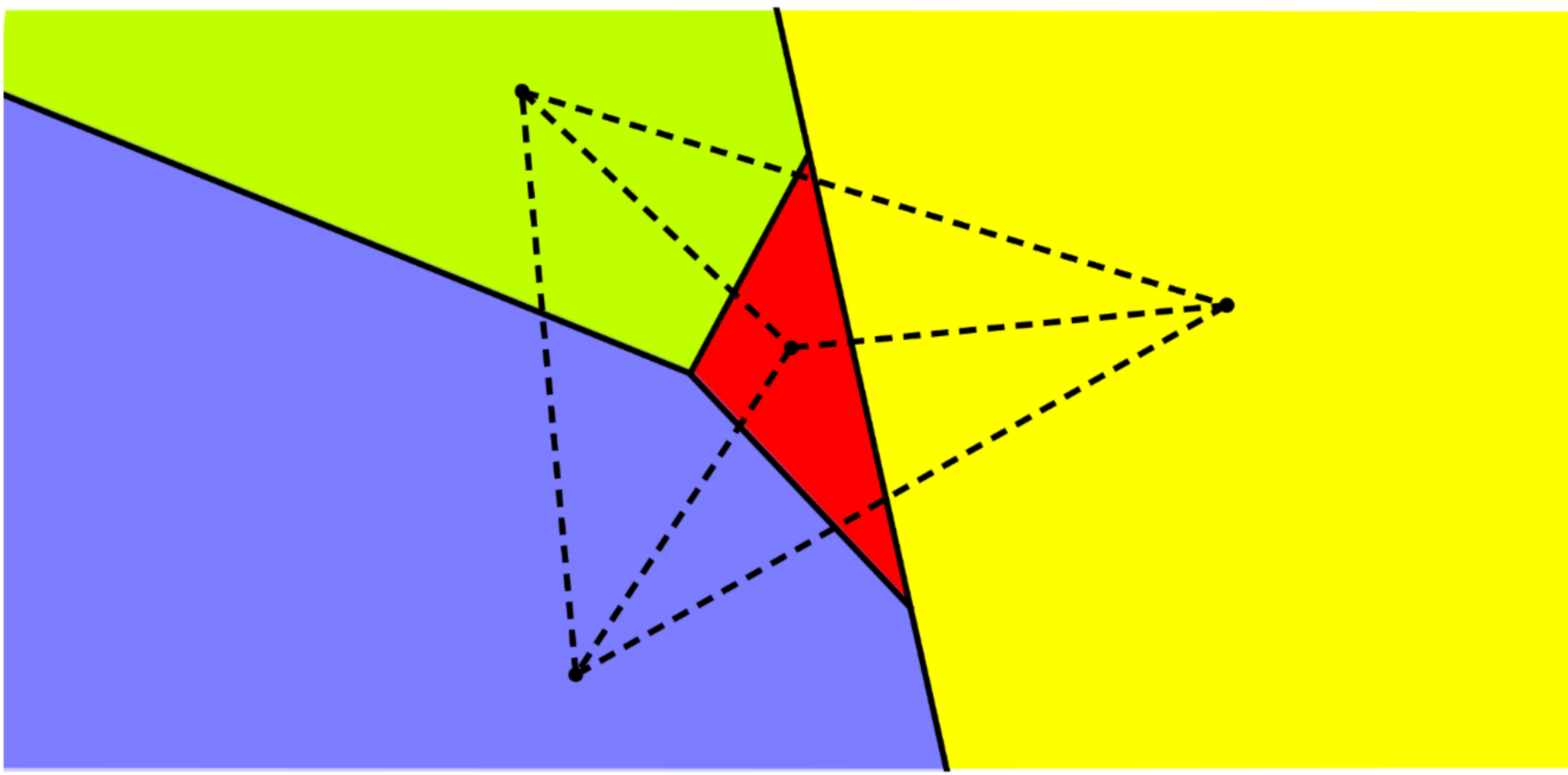
Francis Guthrie.
1831 - 1899.

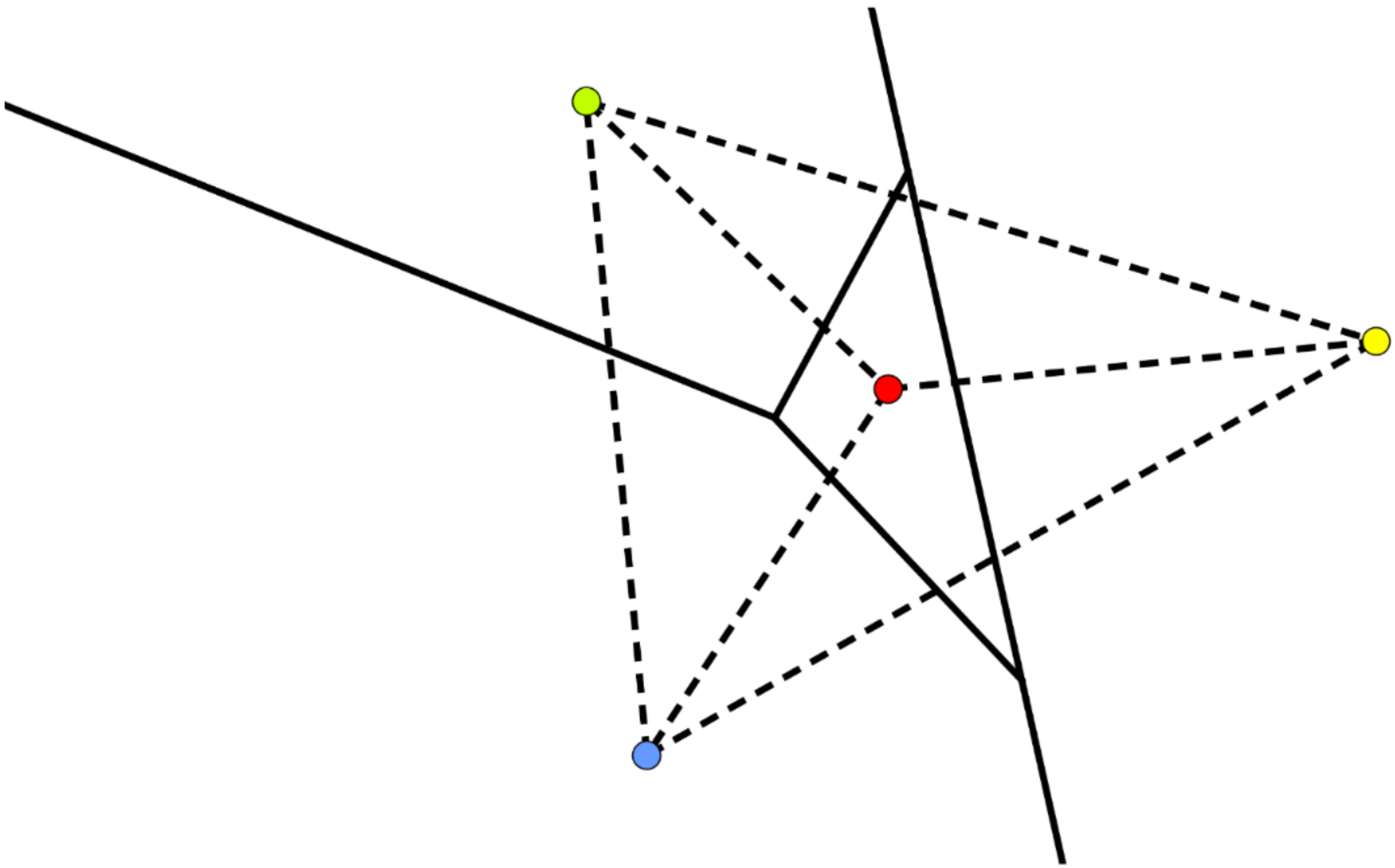
Kenneth Appel.
1932 - 2013.

Wolfgan Haken.
1928 -





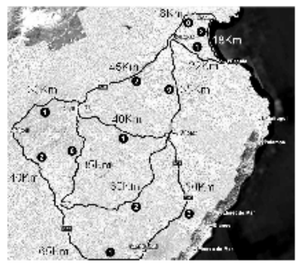


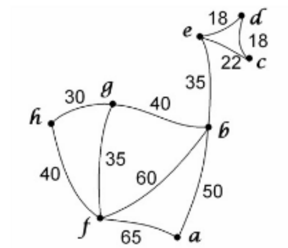


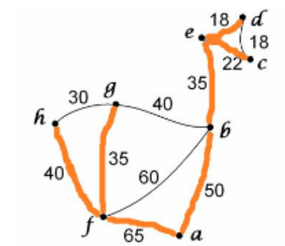
Cálculo del camino más corto.

Algoritmo de Dijkstra.

Edsger Dijkstra.
1930-2002.







https://docs.google.com/document/d/1MTHd_OwNmw5AcE_NV8yw_m1P_YA8RVWaYkOQbloRJJw/edit?usp=sharing

Algoritmo de Dijkstra. (Demo.)

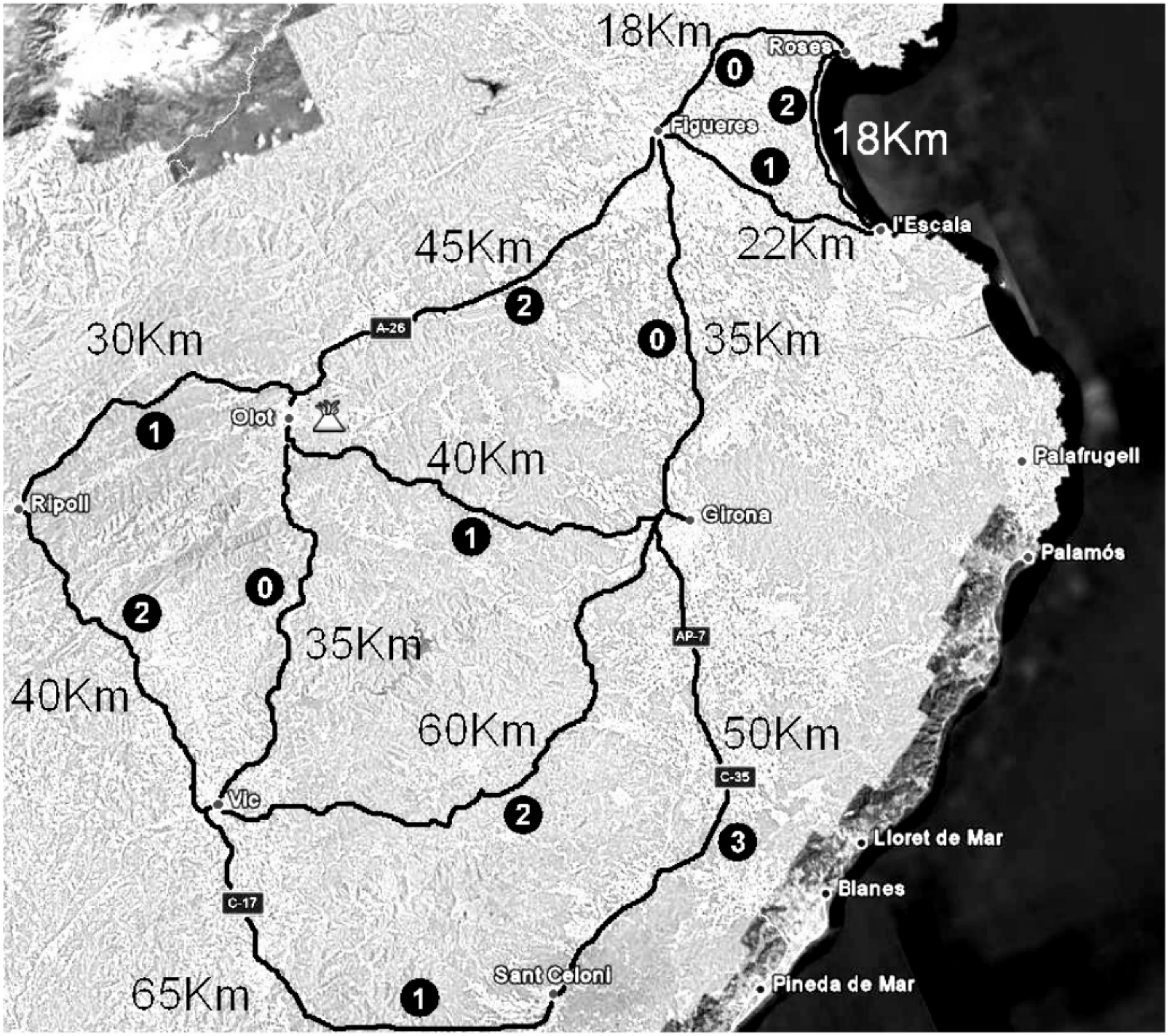
http://www.unf.edu/~wkloster/foundations/DijkstraApplet/DijkstraApplet.htm

Algoritmo de Dijkstra.

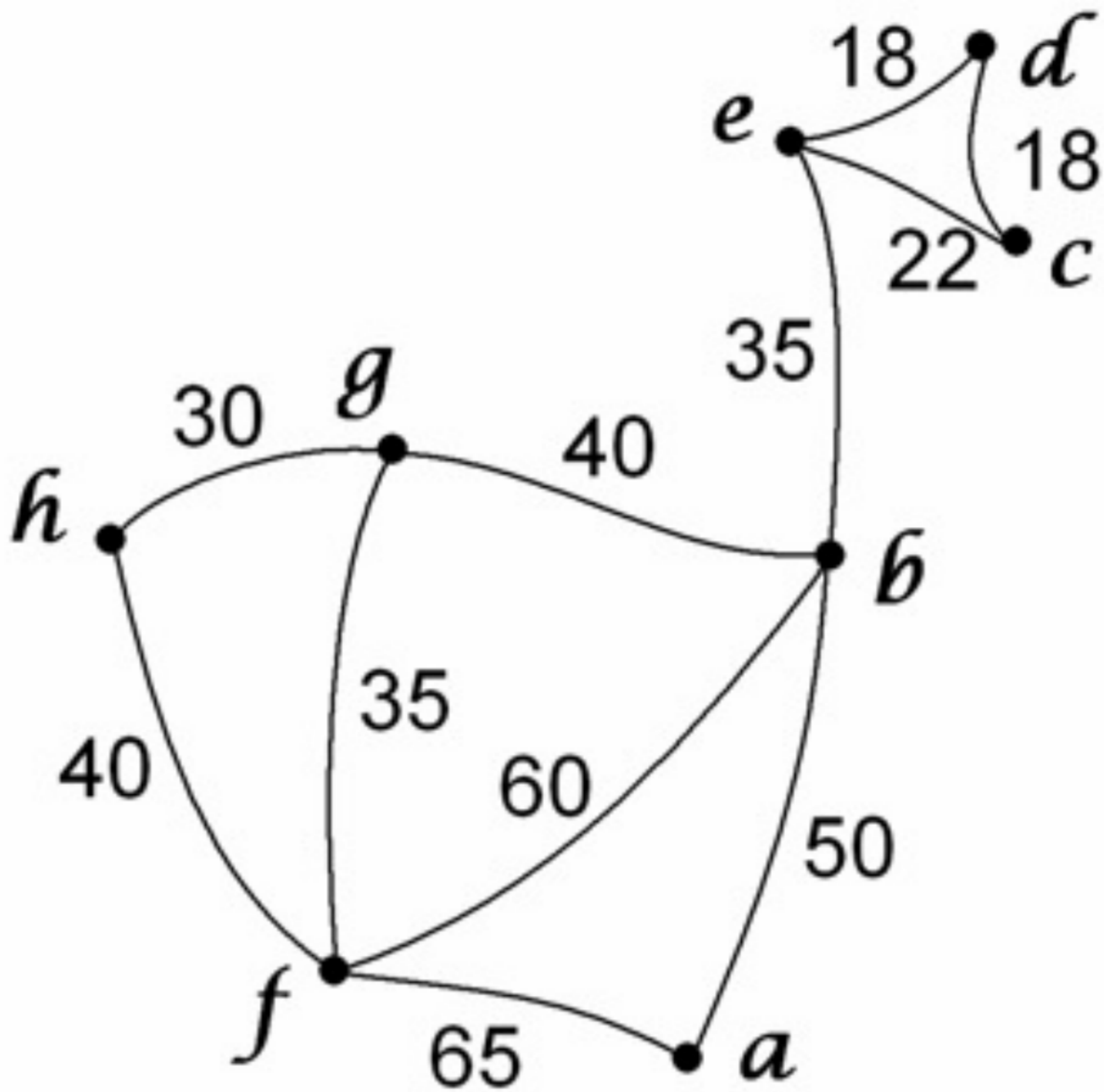
http://www.dgp.toronto.edu/~jstewart/270/9798s/Laffra/DijkstraApplet.html

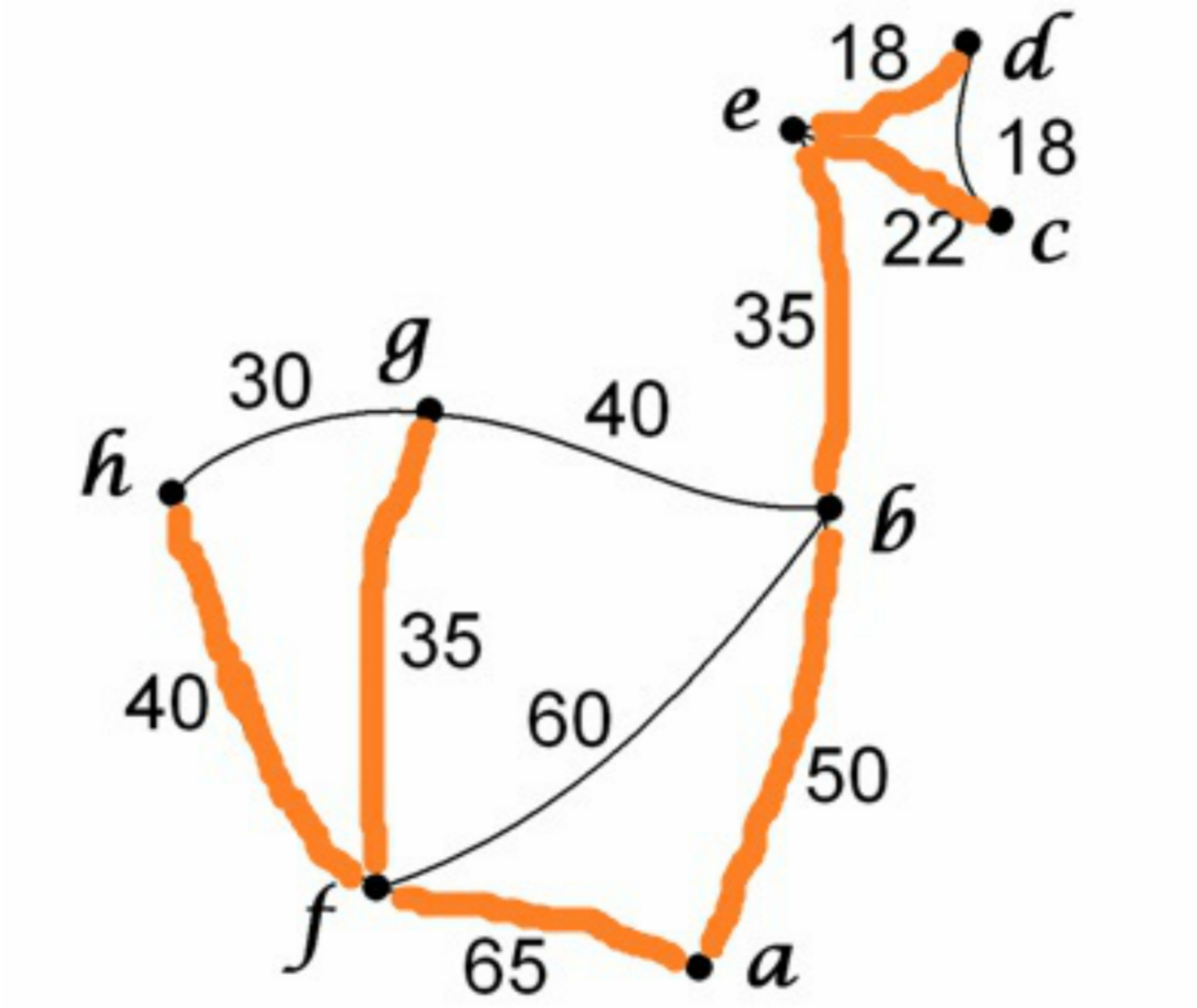
Algoritmo de Dijkstra.

Edsger Dijkstra.
1930-2002.



18Km
Roses
0
2
Figueres
18Km
1
l'Escala
22Km
45Km
2
0
35Km
30Km
A-26
Olot
1
40Km
Ripoll
Palafrugell
1
Girona
0
Palamós
2
35Km
AP-7
40Km
60Km
50Km
C-35
Vic
2
3
Lloret de Mar
C-17
Blanes
Sant Celoni
65Km
1
Pineda de Mar

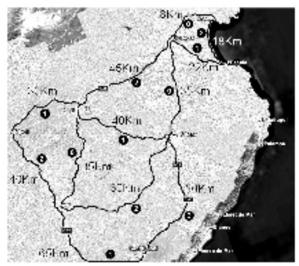

18
d
e
18
22
c
35
30
g
40
h
b
35
40
60
50
f
65
a

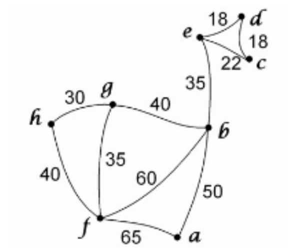

18
d
e
18
22
c
35
30
g
40
h
b
35
40
60
50
f
65
a

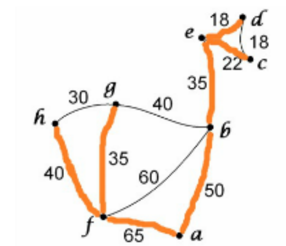
Cálculo del camino más corto.

Algoritmo de Dijkstra.

Edsger Dijkstra.
1930-2002.







https://docs.google.com/document/d/1MTHd_OwNmw5AcE_NV8yw_m1P_YA8RVWaYkOQbloRJJw/edit?usp=sharing

Algoritmo de Dijkstra. (Demo.)

http://www.unf.edu/~wkloster/foundations/DijkstraApplet/DijkstraApplet.htm

Algoritmo de Dijkstra.

http://www.dgp.toronto.edu/~jstewart/270/9798s/Laffra/DijkstraApplet.html

://docs.google.com/document/d/1MTHd_0wNr
usp=sharing

Algoritmo de Dijkstra. (Demo.)

http://www.unf.edu/~wkloster/foundations/DijkstraApplet/DijkstraApplet.htm

Algoritmo de Dijkstra.

http://www.dgp.toronto.edu/~jstewart/270/9798s/Laffra/DijkstraApplet.html

Seis grados de separación.

Hipótesis que intenta probar que cualquiera en la Tierra puede estar conectado a cualquier otra persona del planeta a través de una cadena de conocidos que no tiene más de cinco intermediarios.

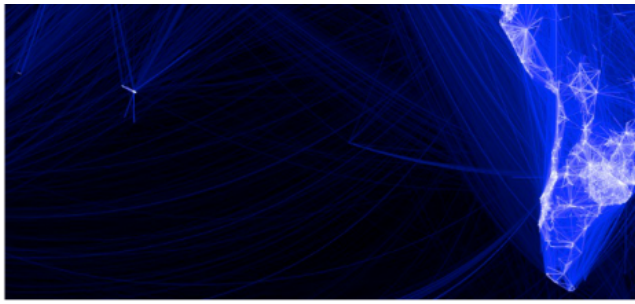
http://wwwp.oakland.edu/enp/

http://oracleofbacon.org/

http://musicmachinery.com/2010/05/20/six-degrees-of-black-sabbath/

http://erdosbaconsabbath.com/the-list/

e una cadena de conocidos que no t



http://wwwp.oakland.edu/enp/

http://oracleofbacon.org/

http://musicmachinery.com/2010/05/20/six-degrees-of-black-sabbath/

http://erdosbaconsabbath.com/the-list/

Teoría de Grafos y Geometría Computacional. Algoritmos interactivos en la web.

Estructura de las sesiones.

1. Motivación.
2. Definición.
3. Matemáticos relacionados con la materia.
4. Otras definiciones y propiedades.
5. Aplicaciones y curiosidades.
6. Ejercicios prácticos.
7. Applets.

Diagramas de Voronoi y Triangulaciones de Delaunay.

¿Qué tienen en común estas fotos?

George Feodosevich Voronoi. 1868 - 1908.

Construir un diagrama de Voronoi es...

dividir el espacio en tantas regiones como puntos u objetos tengamos de tal forma que a cada punto le asignemos la región formada por todo lo que está más cerca de él que de nadie.

Las intersecciones de semiplanos forman regiones de Voronoi.

Propiedades.

Aplicaciones y curiosidades.

Algoritmos.

Divide y vencerás.

Triangulaciones de Delaunay.

Una triangulación de Delaunay es una red de triángulos que cumple la condición de Delaunay.

¿Quién fue Delaunay?

Propiedades.

a) La triangulación forma la envolvente convexa del conjunto de puntos.

b) El ángulo mínimo de todos los triángulos está maximizado.

c) La triangulación es unívoca si en ningún borde de las circunferencias circunscritas hay más de tres vértices.

Algoritmos.

Divide y vencerás: divide el conjunto de puntos en dos partes de igual tamaño, calcula la triangulación de Delaunay para cada parte individualmente y después reúne las dos triangulaciones corrigiendo los errores.

Construcción incremental: añade un vértice a una triangulación de Delaunay y corrige la red hasta que todos los triángulos cumplan de nuevo la condición de Delaunay.

Sweepline: construir una pequeña parte de la triangulación final y después seguir añadiendo vértices hasta que la triangulación esté completa. No hay que corregir ninguno de los errores que pudieran presentarse.

Aplicaciones y Curiosidades.

Teoría de Grafos.

Nacimiento de la Teoría de Grafos.

Euler. Königsberg. 1736.

Leonhard Euler. 1707-1783.

Caminos Eulerianos. Caminos Hamiltonianos.

¿Qué es un grafo?

Aplicaciones.

Cálculo del camino más corto.

Seis grados de separación.

Mª del Pilar Sabariego Arenas. 8-4-2016.

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE ECONOMÍA Y COMPETITIVIDAD
FECYT
FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA
ESTALMAT
CANTABRIA