

## Buscando las soluciones óptimas (Una experiencia con alumnos de Estalmat-Canarias)

El objetivo de esta experiencia es iniciar de un modo práctico a estos alumnos en la interpretación gráfica y el manejo de las desigualdades con dos incógnitas. Se aprovecharán estos conceptos para definir “zonas” con formas geométricas poligonales en el plano. Aplicaremos estas zonas en el análisis de situaciones asequibles para el nivel de estos alumnos y alumnas en las que haya que buscar la solución óptima en gastos de recursos, consumos, beneficios, etc... De un modo experimental comprobarán la importancia de los vértices en la toma de decisiones y utilizaremos como apoyo un programa freeware ( ProLin )

Los conceptos y procedimientos a desarrollar corresponden a la Programación Lineal, pero presentados de la forma más intuitiva y experimental posible. Tenemos en cuenta que la inmensa mayoría del alumnado de Estalmat se decantará en el futuro por estudios de Ciencias en los que, al menos por ahora, estos contenidos están excluidos del currículo oficial.

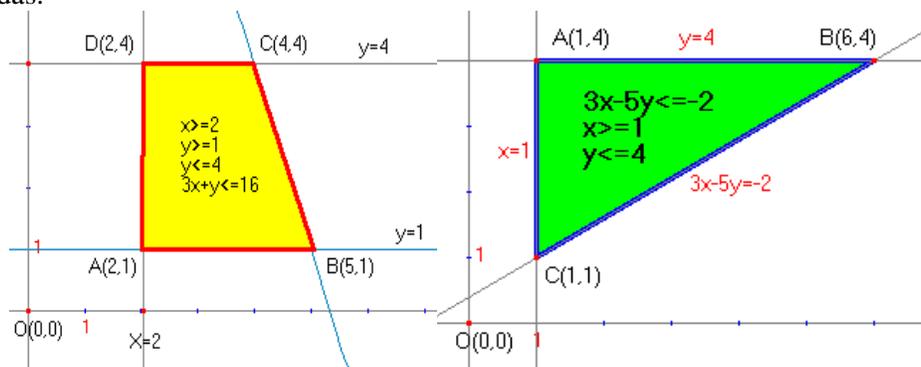
### Contenidos Previos

Antes de plantear las actividades, hemos de conseguir que nuestros alumnos y alumnas se familiaricen con el significado gráfico en el plano de las desigualdades de los tipos

$$x \geq a, x \leq b, y \geq a, y \leq b, a x + b y \leq c, a x + b y \geq c$$

Simultaneando tres o más condiciones, dibujaremos polígonos en el plano, como los de los ejemplos.

Trabajaremos en los dos sentidos, de las desigualdades hacia los gráficos y a partir de los polígonos, con las coordenadas de sus vértices, deducir las desigualdades asociadas.



### Desarrollo de las Actividades

Mediante el cuaderno del alumno se presentarán las actividades a realizar. Los dos primeros ejemplos, “El Cardio-Training” y “Comprando en el Estanco”, servirán de introducción al planteamiento general y al manejo del Programa ProLin. A partir de “El Premio” se intentará que los alumnos y alumnas trabajen con la mayor autonomía posible investigando cada situación. Se les darán algunas pautas en cada actividad.

## El Cardio-Training

Dos amigos, Juan y María, están planificando su entrenamiento de cardio-training. Para ello van a dedicar un máximo de hora y media por día.

Realizan ejercicios aeróbicos y otros de estiramientos, pero no pueden hacer más de 60 minutos de aeróbicos por día. Saben que cada minuto de aeróbicos consumen 8 calorías y 3 calorías por cada minuto de estiramientos.

Si quieren perder un máximo de calorías por día, ¿cómo planificarán su entrenamiento diario?

Es evidente en este caso que deben utilizar el mayor tiempo posible en ejercicios aeróbicos. La finalidad de este primer ejemplo es familiarizar a los participantes en los procedimientos que vamos a utilizar (desigualdades, su representación y la interpretación de los gráficos obtenidos).

En una primera fase, lo haremos manualmente. Después iniciaremos a los chicos y chicas en el manejo del programa Prolin. [Ir a Prolin](#)

Las soluciones que resultan del gráfico obtenido son:

$$\underline{F(60, 0) = 480; S S S}$$

$$\underline{F(60, 30) = 570; S S S}$$

$$F(60, 60) = 660; S N S$$

$$F(0, 90) = 270; S S N$$

$$F(90, 0) = 720; N S S$$

$$\underline{F(45, 45) = 495; S S S}$$

$$\underline{F(0, 0) = 0; S S S}$$

Las soluciones subrayadas corresponden a los vértices del polígono que representa las opciones posibles.

$\text{Max}(60, 30) = 570$  ..., así vemos que el consumo máximo es de 570 calorías con 60 minutos de aeróbicos y 30 de estiramientos, tal como se podía intuir.

## Comprando en el Estanco

Un estanco vende bolígrafos a 70 cts y cuadernos a 90 cts. Si llevamos 17,10 euros y queremos llevar al menos el mismo número de cuadernos que de bolígrafos, con un mínimo de 5 cuadernos, ¿cuál será el número máximo de artículos que podremos comprar?

Este es otro ejemplo de introducción con resultado intuitivamente asequible.

En una primera fase, lo haremos manualmente. Después verificaremos las soluciones obtenidas con las que nos proporciona Prolin. [Ir a Prolin](#)

Vemos los resultados:

$$F(21, 0) = 21; S S S S N$$

$$F(21, 16) = 37; S S S N S$$

$$F(21, 21) = 42; S N S N S$$

$$F(21, 2.666667) = 23.666667; S S S S$$

N (\*)

$$F(21, 5) = 26; S S S N S$$

$$F(0, 16) = 16; S S N S S$$

$$F(16, 16) = 32; S S S N S$$

$$F(0, 0) = 0; S S S S N$$

$$\underline{F(10.6875, 10.6875) = 21.375; S S S S S} \quad \underline{F(5, 5) = 10; S S S S S}$$

$$F(0, 19) = 19; S N N S S$$

$$\underline{F(18, 5) = 23; S S S S S}$$

$$F(0, 5) = 5; S S N S S$$

Así pues, vemos que la solución es la que se intuía.

$$\text{Máximo } (18, 5) = 23$$

Por tanto habremos gastado los 17,10 € de que disponíamos con un total de 23 unidades ( 18 bolígrafos y 5 cuadernos)

(\*) Sin la condición del mínimo de los cinco cuadernos y con 0,30 € más hubiéramos podido comprar 24 artículos: 21 bolígrafos y 3 cuadernos.

#### El Premio

María ha ganado un premio de 150 euros en un concurso musical, y quiere gastarlo en CD y DVD. Cada DVD le cuesta 10 euros y 6 euros cada CD. No puede comprar más de 12 DVDs, ni más de 9 CDs.

¿A cuánto podrá ascender como máximo la compra que haga ? ¿Habrá más de una solución?

¿Qué cambios se producen en la solución, si María no tiene límites en la compra de CDs?

Esta situación, un poco más compleja, ya la planteamos para que los chicos intenten resolverla directamente con Prolin.

[Ir a ProLin](#)

Vemos las soluciones

$$\underline{F(12, 0) = 12; S S S}$$

$$F(12, 9) = 21; S S N$$

$$\underline{F(12, 5) = 17; S S S}$$

$$F(0, 9) = 9; S S S$$

$$F(9.6, 9) = 18.6; S S N$$

$$F(0, 25) = 25; S N S$$

$F(15, 0) = 15; N S S$  ..... por tanto, la solución es  $Max(12, 5) = 17$  y a María no le sobra nada. Esta solución es única si atendemos al criterio de gastar el máximo, para obtener el mayor número de objetos.

En el supuesto de eliminar el máximo en la compra de CDs:

[Ir a ProLin](#)

$$\underline{F(12, 0) = 12; S S S}$$

$$F(12, 16) = 28; S S N$$

$$\underline{F(12, 5) = 17; S S S}$$

$$F(0, 16) = 16; S S S$$

$$\underline{F(5.4, 16) = 21.4; S S S}$$

$$F(0, 25) = 25; S N S$$

$F(15, 0) = 15; N S S$  ..... $Max(5.4, 16) = 21.4$ , es decir, María comprará 5 DVDs y 16 CDs, sobrándole 4 €.

#### El Transportista de frutas

Un camionero que dispone de 12000 euros puede cargar su camión con 25 toneladas. Quiere comprar manzanas y naranjas cuyo coste es de 600 euros/Tm y 390 euros/Tm, respectivamente. Después las venderá a 750 y 480 euros cada una. El distribuidor le impone comprar un mínimo de 5 Tm de cada clase de fruta

¿Cómo debe cargar el camión para obtener el máximo beneficio?

Tomando nota de las posibles soluciones

$$\underline{F(5, 5) = 1200; S S S S}$$

$$\underline{F(5, 20) = 2550; S S S S}$$

$$\underline{F(16.75, 5) = 2962.5; S S S S}$$

$$\underline{F(10.714286, 14.285714) = 2892.857143; S S S S}$$

Máximo beneficio en  $F(16.75, 5) = 2962.5$ ..... y además el camión no va cargado hasta su tope máximo, aunque se ha gastado los 12000 € en la compra. En la solución  $F(5,20)$  obtiene menos beneficio, el camión va lleno, pero ha invertido menos en la compra, sólo 10800 €.

Parece natural tratar de perfeccionar el análisis de la situación. Desde un punto de vista comercial, comparando beneficios con gastos, y suponiendo que los costes del transporte en sí son equiparables:

### La Excursión

Una escuela quiere llevar de excursión a 420 personas entre alumnos y profesores. La empresa de transportes tiene 8 guaguas de 40 plazas y 12 de 50 plazas, pero sólo dispone de 11 conductores. El alquiler de la guagua grande vale 65 euros y el de la pequeña 50 euros.

¿Cuántas guaguas de cada clase hay que alquilar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela? ¿Cuál será la solución más rentable para la empresa de transportes?

Habiendo introducido las desigualdades obtenemos las soluciones en los vértices de la zona posible:

$$F(8, 2) = 530; \text{ S S S S}$$

$$F(8, 3) = 595; \text{ S S S S}$$

$$F(0, 11) = 715; \text{ S S S S}$$

Vemos que el coste mínimo para la escuela es  $F(8, 2) = 530$  Con 8 guaguas pequeñas y dos grandes. Para la empresa la posibilidad  $F(0,9)$  es mejor pues con una guagua menos hace el mismo servicio.

### El Joyero

Un joyero fabrica dos tipos de anillos: Los anillos A llevan 1 gramo de oro y 2 gramos de plata, vendiéndolos a 40 euros la unidad. El anillo B necesita 1,5 gramos de oro y 1 gramo de plata, vendiéndolo a 50 euros la unidad.

El joyero dispone en su taller de 750 gramos de cada metal.

¿Cuántos anillos debe fabricar de cada clase para obtener un beneficio máximo?

[Ir a ProLin](#)

En este caso, las soluciones obtenidas son:

$$F(375, 0) = 15000; \text{ S S S S}$$

$$F(0, 500) = 25000; \text{ S S S S}$$

$$F(187.5, 375) = 26250; \text{ S S S S}$$

$$\text{Max}(187.5, 375) = 26250 \quad \text{Mín}(375, 0) = 15000$$

Interpretando la solución, el joyero fabricará 187 anillos tipo A y 375 anillos tipo B. Obtendrá por su venta 26250 € y le sobrarán 1 gr. de plata y 0.5 gr. de oro.

$$\text{Gasto de oro} \rightarrow 187 \times 1 + 375 \times 1.5 = 749.5 \text{ gr.}$$

$$\text{Gasto de plata} \rightarrow 187 \times 2 + 375 \times 1 = 749 \text{ gr.}$$

### El limpiador de cristales

Un limpiador de cristales trabaja en una urbanización que tiene casas y chalets. En limpiar los cristales de una casa tarda 40 minutos y cobra 6 euros. En limpiar los cristales de un chalet tarda 60 minutos y cobra 10 euros.

El no trabaja más de 7 horas por día, pero necesita ganar un mínimo de 48 euros cada día; por simpatías con los vecinos prefiere trabajar en casas antes que en chalets.

¿Cómo consigue unas ganancias máximas por día ?

### [Ir a ProLin](#)

Veamos las soluciones que nos da ProLin:

$$F(10, 0) = 60; \text{ S S S S S} \quad F(10, 0.333333) = 63.333333; \text{ S S S S S}$$

$$F(10, -1.2) = 48; \text{ S S S S S} \quad F(4.2, 4.2) = 67.2; \text{ S S S S S}$$

$$F(3, 3) = 48; \text{ S S S S S} \quad F(8, 0) = 48; \text{ S S S S S}$$

$$\text{Max}(4.2, 4.2) = 67.2$$

pero, puesto que por el contexto debemos redondear, y eliminando las imposibles, concluimos que:

$$F(4,4)=4\times 6+4\times 10=64 \text{ €}$$

parece ser el máximo, con 20 minutos libres del total del tiempo disponible.

Si en el programa, con ayuda de la trama, tanteamos otras posibilidades cercanas a los valores obtenidos en la frontera de la zona posible, vemos que:

$$F(9,1)=64 \text{ y } F(6,3)=66, \text{ trabajando las 7 horas en ambos casos.}$$

El cristalero elegirá entre  $F(4,4)$  y  $F(6,3)$ , optando por la primera de ellas los días que quiera desayunar con más tranquilidad o quedarse un ratito más en la cama.

La huerta de Cho Juan

Cho Juan tiene una huerta de 1200 m<sup>2</sup> en la que siembra papas y tomates. A las papas tiene que dedicar por lo menos 600 m<sup>2</sup> y a los tomates un mínimo de 200 m<sup>2</sup>.

Los costes de producción de las papas y de los tomates son 5 y 3 €/m<sup>2</sup> respectivamente. Para esta temporada dispone de un máximo de 5000 € para invertir en la huerta.

Si los porcentajes de beneficios son del 30% en las papas y del 40% en los tomates, ¿cómo ha de plantar la huerta para obtener un beneficio máximo?

En una primera aproximación al problema vemos que:

### [Ir a Prolin](#)

$$F(600, 200) = 1140; \text{ S S S S}$$

$$F(600, 600) = 1620; \text{ S S S S}$$

$$F(880, 200) = 1560; \text{ S S S S}$$

$$F(700, 500) = 1650; \text{ S S S S}$$

Parece que el Máximo beneficio es

$$F(700, 500) = 1650$$

¡¡pero resulta que Cho Juan se ha gastado los 5000 €!!.

Si nos fijamos en  $F(600,200)$ , habría ganado 1140 €, pero gastando sólo 3600 € y en su cuenta tendría un balance positivo de  $1140+1400=2540$  €......¿Cuál es la decisión a tomar?

Si corregimos la medida del rendimiento mediante la razón Beneficios/gastos:

### [Ir a Prolin](#)

$$F(600, 200) = 0.316667; \text{ S S S S}$$

$$F(600, 600) = 0.3375; \text{ S S S S}$$

$$F(880, 200) = 0.312; \text{ S S S S}$$

$$F(700, 500) = 0.33; \text{ S S S S}$$

$$\text{Máximo en } F(600, 600) = 0.3375$$

$$\text{Mínimo en } F(880, 200) = 0.312$$

Obtenemos así un análisis más riguroso de la situación, resultando que Cho Juan ha de plantar la huerta a partes iguales de papas y de tomates.

Nota.

El desarrollo de la ponencia se realizará mediante una presentación Powerpoint cuyo esquema es el que se presenta. Incluirá en cada actividad un desarrollo de la utilización del Programa Prolin y se intercalarán algunos ejemplos de los cuadernos de actividades de los alumnos, con sus comentarios, etc...

Al estarse desarrollando la experiencia en estos días, sólo disponemos en este momento de las referencias al trabajo del profesor. Se añadirán también las valoraciones y las mejoras que la experiencia nos aporte.