

# PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

## **Estímulo del talento matemático**



### **Prueba de selección**

#### **4 de junio de 2011**

Nombre:.....  
Apellidos:.....  
Fecha de nacimiento:.....  
Teléfonos:.....

---

### **Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar**

#### **DURACIÓN DE LA PRUEBA: 2 HORAS Y MEDIA**

En primer lugar debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos.

No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

**No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.**

Para ello te hemos propuesto un problema en cada hoja. Puedes utilizar el espacio libre para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta, utiliza por favor el reverso de la hoja y si aún te falta, utiliza otra hoja en blanco que nos puedes pedir (en la que debes señalar también el número que aparece en la esquina superior derecha de esta primera hoja). **De ningún modo debes utilizar una misma hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos ejercicios distintos.**

Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Además tenemos una curiosidad, **¿cómo te has enterado de esta convocatoria?**

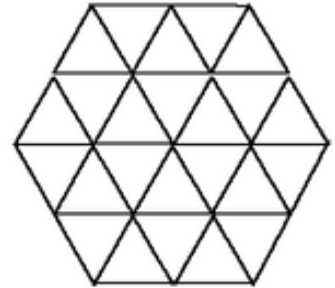
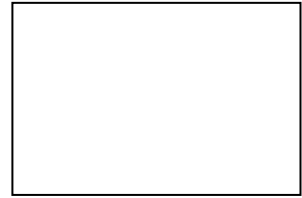
- A través de tu colegio.
- A través del *Concurso de Primavera*.
- A través de otros medios.

**Tienes dos horas y media en total.** No deberías emplear demasiado tiempo para un mismo ejercicio. Consejo: utiliza un máximo de 30 minutos para cada ejercicio.

**Te deseamos mucho éxito.**

## 1. EL ZOOLOGICO

Un zoológico tiene forma hexagonal con celdas que son triángulos equiláteros de 10 metros de lado, como en la figura. Por seguridad no puede haber dos animales en una misma celda y si una celda está ocupada ninguna de las que comparte un lado con ella puede estarlo.



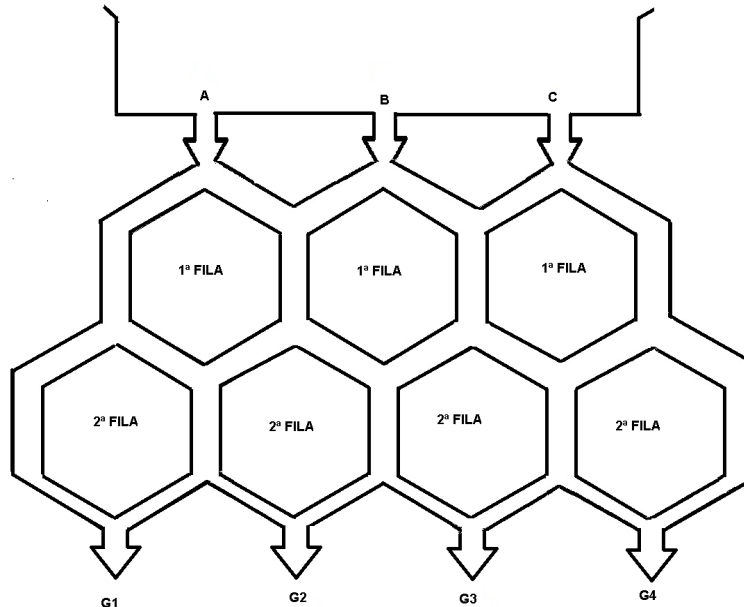
a) ¿Cómo distribuirías los animales en un zoológico como el de la figura para que se cumpla la regla anterior?

b) Si el hexágono mide 50 metros de lado, ¿cuántos animales se pueden poner en el zoológico como máximo?

c) ¿Cuánto mide el lado del hexágono más pequeño que permite construir este zoológico en el que se puedan poner 1000 animales salvajes?

## 2. AGUA POTABLE EN EL CAMPAMENTO

En un campamento en el que no hay agua potable se ha instalado una potabilizadora de agua que consta de un depósito con tres orificios A, B y C donde se introduce el agua no potable y una red de tuberías en dos filas que termina en 4 grifos, los llamamos G1 para referirnos al primer grifo empezando por la izquierda, G2 al segundo, G3 al tercero y G4 al cuarto, como en la figura, por donde se recoge el agua potabilizada. Cada vez que el agua llega a una bifurcación se reparte la mitad a cada lado.

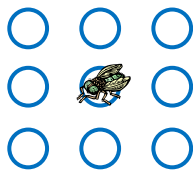


Esta depuradora tiene 2 filas de tubería y 4 grifos de salida, vamos a decir que corresponde al modelo (2,4). Si tuviera una fila más, tendría 3 filas y 5 grifos y en ese caso decimos que la depuradora es modelo (3,5)

- En la depuradora del tipo (2, 4) se introducen 1200 litros de agua no potable, ¿cuántos litros de agua potable se recogerán en cada uno de los grifos G1, G2, G3 y G4?
- Queremos recoger 4800 litros de agua potable en una depuradora del tipo (3, 5), ¿cuántos litros se recogerán en cada uno de los grifos de salida G1, G2, G3, G4 y G5?
- En una depuradora modelo (7, 9) se sabe que para tener 3072 litros de agua potable, del grifo G2 ha salido un total de 148 litros. Si en esta depuradora añadimos una nueva fila de tuberías, ¿cuántos litros de agua potable saldrán por el segundo grifo empezando por la izquierda?
- Para recoger 1920 litros de agua potable se desconoce el modelo de depuradora que se ha usado. Se sabe que por el primer grifo de salida, G1 sólo se han recogido 45 litros. Calcula el número de filas que tiene esta depuradora.

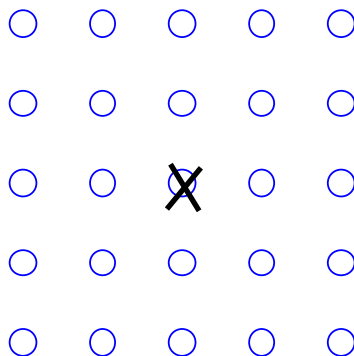
### 3. EL PASEO DE UNA MOSCA INQUIETA

Colocamos en una mesa 9 monedas iguales formando un cuadrado 3 x 3.



Una mosca inquieta viene volando y se posa en la moneda central pero, tras explorarla, se le ocurre hacer un paseo andando por las 9 monedas, pasando de una a otra horizontalmente y verticalmente y sin pasar dos veces por la misma moneda.

- ¿Lo podrá hacer? ¿Qué camino/itinerario será el adecuado? ¿Hay más de un camino posible?
- ¿Y si se hubiera posado en la moneda que está justo a la izquierda de la indicada? ¿Lo podrá hacer también? ¿Cuál será el camino?
- Imagina ahora que colocamos 25 monedas iguales formando un cuadrado 5 x 5, y que la mosca se posa en la moneda central:

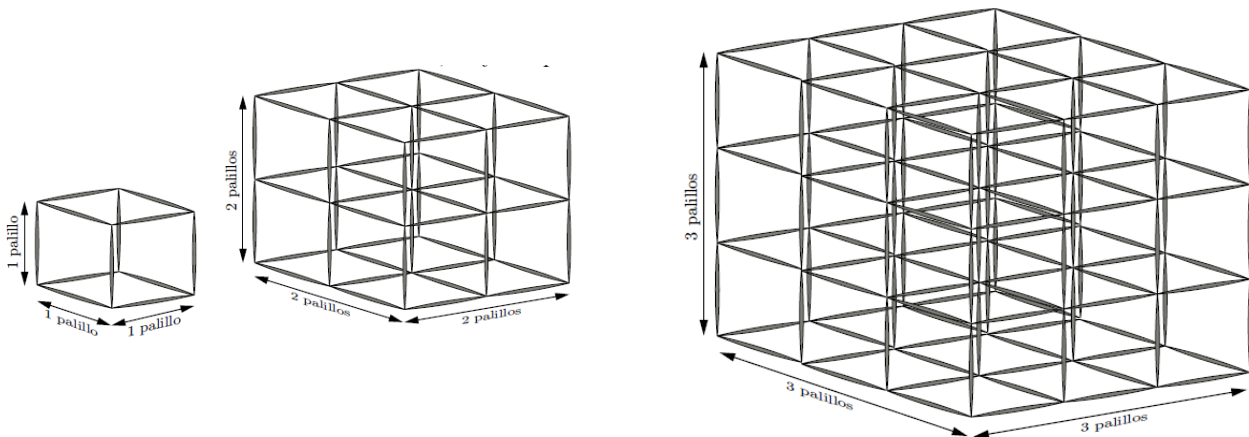


¿Podrá hacer ahora el paseo con las mismas condiciones que antes? ¿Qué camino será el adecuado? ¿Habrá más de uno?

- ¿Lo podrá hacer si se posa en la moneda que está justo debajo de la central? ¿Cuál será el camino?
- Y si colocamos  $n \times n$  monedas (o un número muy grande) formando un cuadrado y se posa la mosca en una de ellas, ¿cuándo puede dar el paseo posándose en todas una sola vez y pasando de una a otra sólo horizontalmente y verticalmente? ¿Por qué?

#### 4. REDES DE PALILLOS EN EL ESPACIO

En la figura se ven tres redes hechas de palillos iguales. Las redes son cúbicas de arista uno, dos y tres palillos respectivamente y, para hacer cada una de ellas se han necesitado 12, 54 y 144 palillos respectivamente.



- ¿Cuántos palillos se necesitan para hacer una red cúbica con 5 palillos en cada arista? ¿Por qué?
- ¿Cuántos palillos se necesitan para hacer una red cúbica con 100 palillos en cada arista? Explica tu razonamiento
- Con 2012 palillos, ¿se puede hacer una red cúbica? Si la respuesta es «sí» ¿cuántos palillos tiene esa red en cada arista? Si la respuesta es «no», explica por qué no se puede.
- Si disponemos de 2730 barritas, ¿cuál es el lado del cubo más grande que puedo construir?

## 5. JUEGO CARA Y CRUZ



Mafalda y Felipe tiran una moneda y juegan a cara y cruz. Cada vez que sale cara Mafalda gana un punto y cada vez que sale cruz Felipe gana un punto. Para controlar el juego hay un marcador en el que inicialmente pone  $(0,0)$  y si sale cara se anota en



primer lugar y si sale cruz en segundo lugar, así cuando ponga  $(3,2)$  es porque han salido 3 caras y 2 cruces pero no sabemos en qué orden han salido las caras y las cruces.

El juego se termina si uno de los dos tiene 3 puntos, por ejemplo, si el marcador pone  $(3,0)$  el juego se termina y gana Mafalda.

- a) Para llegar al resultado  $(3,0)$  lo hemos podido hacer sólo de una manera, pero para llegar a otros resultados lo podemos hacer de más formas. Calcula de cuántas formas distintas puede haber conseguido ganar Mafalda.

Ahora han decidido que el juego se termina si uno de los dos tiene 4 puntos, o bien si alguno de los dos tiene al menos un punto y una ventaja de 2 puntos sobre el otro.

- b) ¿De cuántas formas distintas puede ganar Felipe?

Ahora han decidido que el juego se termina si uno de los dos tiene 6 puntos, o bien uno de ellos tiene al menos 4 puntos y una ventaja de 3 puntos sobre el otro.

- c) Escribe todos los pares en los que se acaba el juego.
- d) ¿De cuántas formas distintas se puede acabar el juego?

## 6. TABLA LOCA DE NÚMEROS

En la siguiente tabla se escriben los números con la siguiente pauta:

- En la primera fila colocamos el 2.
- En la segunda fila colocamos los dos impares consecutivos siguientes a 2.
- En la tercera fila, ponemos tres pares consecutivos, los que siguen al último impar escrito en la fila anterior.
- En la cuarta fila, cuatro impares consecutivos, los que siguen al último par escrito en la fila anterior.
- Y seguimos así sucesivamente.

2							
3	5						
6	8	10					
11	13	15	17				
18	20	22	24	26			

- a) ¿Serías capaz de completar tres filas más?
- b) ¿Cuántos números tendrá la fila décima? ¿Y la vigésima?
- c) Aparecerá el número 2011 en esta tabla. Si es que sí, ¿en qué fila y en qué columna? Si es que no, explica por qué.
- d) ¿Cuántos número menores que 2011 habrá en la tabla?