



REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

Estímulo del talento matemático

Prueba de selección 3 de junio de 2023

Nombre:.....
Apellidos:.....
Fecha de nacimiento:.....
Teléfonos:.....
Centro en el que estudias:.....

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar DURACIÓN DE LA PRUEBA: 2 HORAS Y MEDIA

En primer lugar, debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú el orden que te parezca mejor.

No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.

Para ello te hemos propuesto un problema en cada hoja. Puedes utilizar el espacio libre para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta, utiliza por favor el reverso de la hoja y si aún te falta, utiliza otra hoja en blanco que nos puedes pedir (en la que debes señalar también el número que aparece en la esquina superior derecha de esta primera hoja). **De ningún modo debes utilizar una misma hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos ejercicios distintos.**

Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Tienes dos horas y media en total. No deberías emplear demasiado tiempo para un mismo ejercicio. Consejo: utiliza un máximo de 30 minutos para cada ejercicio.

Te deseamos mucho éxito.

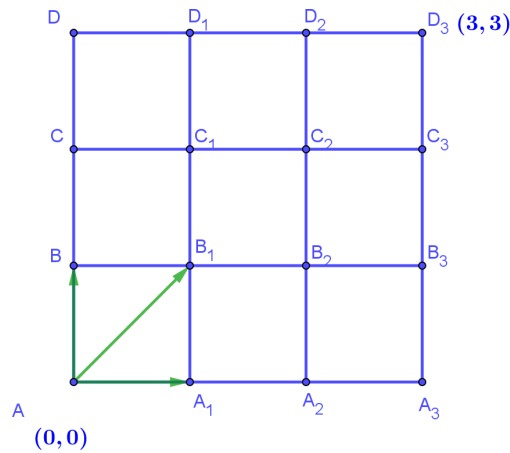
(Espacio reservado para logotipos)

4) Escribe el menor número entero positivo que tenga 2023 cifras, que no tenga ceros y que sea divisible por seis. ¿Cuánto suman sus cifras? Explica tu razonamiento.

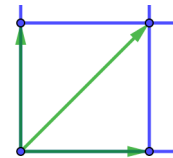
5) Igual que en los casos anteriores, escribe el mayor número que tenga 2023 cifras, que no tenga nueves y que sea divisible por nueve. ¿Cuánto suman sus cifras?

2. CAMINOS

Una retícula 3x3 está formada por 9 cuadrados como indica la figura:



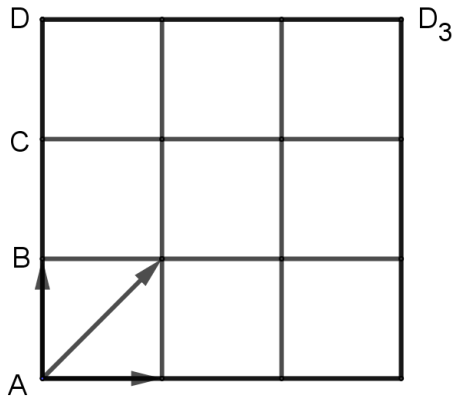
Partiendo del punto $A(0,0)$ queremos llegar al punto $D_3(3,3)$ y para ello podemos elegir tres direcciones: hacia el norte, hacia el este y hacia el noreste.



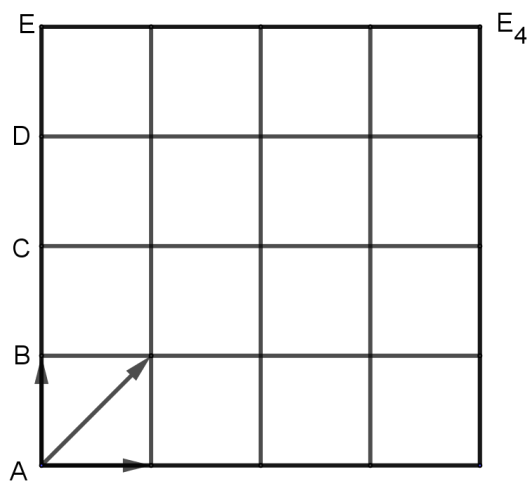
- ¿De cuántas maneras se puede llegar desde A hasta B_1 ?
- ¿Cuántas maneras hay de llegar desde A hasta D?
- ¿De cuántas maneras se puede llegar desde A hasta B_2 ? Justifica tu respuesta.
- ¿De cuántas maneras se puede llegar desde A hasta C_2 ? Justifica tu respuesta.

(Continua detrás)

e) ¿Cuántas maneras hay de llegar desde A hasta D_3 ? Explica cómo lo has deducido.



f) Si la retícula fuera 4x4; ¿de cuántas maneras podrías llegar desde el extremo inferior izquierdo A hasta el extremo superior derecho E_4 ? Explica como lo has deducido.



3. LOS NÚMEROS DEL CUBO

Jorge elige 6 números enteros positivos distintos y escribe uno en cada una de las caras de un dado de 6 caras. Lanza tres veces el dado.

La primera vez, en la cara de arriba salió el 5 y la suma de los cuatro números de las caras laterales fue 20.

La segunda vez, salió un 7 en la cara de arriba y la suma de los cuatro números de las caras laterales fue 17.

La tercera vez, salió un 4 en la cara de arriba y todos los números de las caras laterales eran números primos (el 1 no lo consideramos como un número primo).

No olvides contarnos razonar todas tus respuestas.

a) Los números 5 y 7, ¿pueden estar en caras opuestas?

b) Los números 4 y 5, ¿pueden estar en caras opuestas?

c) Los números 4 y 7, ¿están en caras contiguas?



(Continúa detrás)

d) Los números 4,5 y 7, ¿comparten un vértice?

e) ¿Cuáles son los números que eligió Jorge y cómo los distribuyó? Explica con tus palabras como lo has deducido.

4. TESTEANDO VACUNAS

Una empresa farmacéutica ensaya dos vacunas *A* y *B* con ratones. Una de ellas (la vacuna *A*) no presenta ningún tipo de efecto secundario, mientras que la otra (vacuna *B*) provoca, a las 24h de su inoculación, un fuerte enrojecimiento en la piel de los ratones.

Las vacunas de un mismo tipo se almacenan en neveras portátiles, que contienen un número elevado de vacunas. Se han enviado a un laboratorio un número determinado de neveras con vacunas tipo *A* y otro de neveras con vacunas tipo *B*. A la hora de la descarga las neveras se han mezclado y no se sabe qué tipo de vacuna contienen.

En el laboratorio deben ahora hacer pruebas para determinar qué neveras son del tipo *A* y cuáles del tipo *B*. Para ello vamos a emplear ratones a los que podemos vacunar con ninguna, con una o con varias vacunas

Está claro que, si se ha enviado una nevera de tipo *A* y una de tipo *B*, bastará con sacar una vacuna de una de las cajas, marcar la caja y el vial (frasco) con un mismo signo, administrar la vacuna a un ratón, esperar 24h y después ya podremos saber de qué tipo son cada una de las dos cajas.

- a) Si se recibieron tres neveras con vacuna *A* y una solo con vacuna *B*, y tenemos solo dos ratones, ¿cómo se puede determinar cuál es la nevera con vacunas *B* en un periodo de 24h?

- b) En el caso de siete neveras con vacuna *A* y una solo con vacuna *B*, y tres ratones, ¿cómo se puede deducir, en 24h, cuál es la nevera con vacuna *B*?
Explica como lo has deducido.

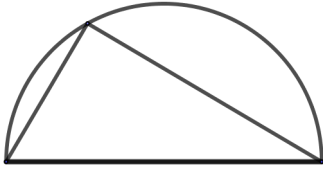
(Continúa detrás)

c) Finalmente, si se hubieran recibido 999 neveras con vacuna A y una solo con vacuna B , ¿cuántos ratones serían necesarios, como mínimo, para poder determinar en 24h cuál es la nevera con vacuna B ? Justica tu respuesta.

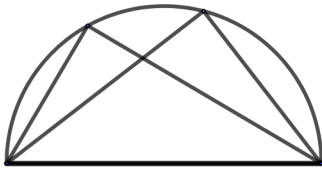
d) ¿En qué año nacerán, a partir de hoy, las primeras personas que cumplirán seis cumpleaños consecutivos? Explica como has deducido tu respuesta.

6. TRIÁNGULOS

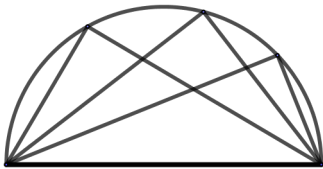
Tenemos un segmento, dibujamos sobre él una semicircunferencia, elegimos un punto sobre ella, lo unimos con los extremos del segmento y se forma un triángulo:



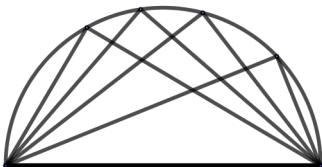
- a) Ahora elegimos dos puntos sobre la semicircunferencia, unimos cada uno de ellos con los extremos del segmento y obtenemos la siguiente figura. ¿Cuántos triángulos podemos ahora ver en ella?



- b) Añadimos un punto más sobre la semicircunferencia y realizamos el mismo proceso. ¿Cuántos triángulos hay ahora? Observa que tenemos los triángulos anteriores y algunos más. Escribe bien claro como has llegado a tu conclusión



- c) Añadimos otro punto más sobre la semicircunferencia y obtenemos esta nueva figura:



Sin necesidad de contarlos, teniendo en cuenta los triángulos que había en el apartado anterior, ¿cuántos triángulos hay ahora?

d) Cuando tengamos 5 puntos sobre la semicircunferencia. ¿Cuántos triángulos habrá? ¿Y si tuviéramos 10 puntos? Explica como lo has deducido sin necesidad de contarlos uno a uno.

